OXFORD – Matematika

kislexikon

OXFORD – Matematika: kislexikon

Főszerkesztő: Tóth, János

E digitális mű megjelenését a Kutatásfejlesztési Pályázati és Kutatáshasznosítási Iroda a Digit 2005 pályázat keretében támogatta.

http://www.typotex.hu

Tartalom

1. fejezet - Előszó

1. Előszó a második angol kiadáshoz

Ezt a szótárat olyan kézikönyvnek szánjuk, amely matematikai kifejezések megbízható definícióját vagy világos és pontos kifejtését adja. Szintje érettségire készülők, valamint matematikát tanuló főiskolások vagy elsőéves egyetemi hallgatók számára megfelelő. Ezek a tanulók utánanézhetnek bármelyik olyan kifejezésnek, amellyel találkoznak, a hivatkozások pedig további kifejezésekhez vezethetik őket, vagy egyszerűen csak böngészhetik a szótárat.

Az összes olyan fogalmat és terminológiát tárgyaljuk, amely ezen a szinten az elméleti és az alkalmazott matematikai és a statisztikai órákon előfordulhat. Szerepel továbbá a múlt néhány matematikusa is, valamint további, általános érdeklődésre számot tartó fontos matematikai területek is. A számítástechnika és a számítástudomány kimaradt. Felhívjuk az Olvasó figyelmét a függelékekre, amelyek hasznos táblázatokat tartalmaznak kézhezálló referenciaként.

Néhány címszó a nyitó mondatban egyértelmű definíciót ad. Mások a definíciót teljes mondat alakjában adják meg, néha a szövegösszefüggés kifejtése után. Ebben az esetben a címszó ismét megjelenik **félkövéren** szedve ott, ahol a definíció van. Más címszavak félkövéren szedve ott jelennek meg, ahol a legmegfelelőbb a szövegkörnyezet, amelyben definiálni lehet vagy meg lehet magyarázni őket. *Kurzívan* szedtük azokat a szavakat, amelyek címszóként is szerepelnek, amelyek jelentésének tehát másutt utána lehet nézni.

Ez a kiadás több mint másfélszerese az első kiadásnak. Jelentős változás, hogy fölvettünk az alkalmazott matematikát és a statisztikát lefedő címszavakat. Ezeken a területeken különösen le vagyok kötelezve az alábbi közreműködőknek: C. Chatfield, R. Cheal, J. B. Gavin, J. R. Pulham és D. P. Thomas. Nagyon hálás vagyok ezeknek a kollégáknak szakmai tanácsaikért és az elkészített címszóvázlatokért. Nem ők felelősek azonban a címszavak végső alakjáért. Jelentősen megnőtt a rövid életrajzok száma is, úgy hogy az összes nagyobb név szerepel. Más címszavak tovább növelték a szótár teljességét.

A szöveg sokat köszönhet azoknak a kollégáknak, akik különböző részeit elolvasták. Még ha mindegyikük neve nem is szerepel, itt szeretném elismerni segítségüket és kifejezni köszönetemet.

Cristopher Clapton

2. Előszó a harmadik angol kiadáshoz

Amióta a második kiadás megjelent, az érettségire készülők, a főiskolások és az elsőéves egyetemisták alkalmazott matematikai és statisztikai tananyaga jelentősen megváltozott. Ez a kiadás sokkal több alkalmazott statisztikai címszót tartalmaz, és kimerítően kezeli az új döntéselméleti és diszkrét matematikai tantárgyakat, és számos új életrajzot tartalmaz: XX. századi matematikusokét. Hálás vagyok a Belfasti Királyi Akadémia igazgatójának és felügyelő tanácsának támogatásukért és bátorításukért, hogy felvállalták ezt a feladatot; és Lousienek, Joanne-nek és Laurának, hogy jegyzeteimet legépelték.

James Nicholson

3. Előszó a magyar kiadáshoz

A TYPOTEX Elektronikus Kiadó a középiskolában és az új típusú BSc-képzésben tanulókat akarja elsősorban segíteni a jelen szótár közredadásával. A fordítás nem egy esetben átdolgozást, javítást és bővítést tett szükségessé: célunk az volt, hogy a magyar olvasó úgy érezze, mintha a könyv eredetileg is a számára készült volna. így például a függvények nevét a magyar szokásoknak megfelelően írtuk (pl. tg). Viszont annak ellenére, hogy a magyar helyesírás a tizedes vesszőt javasolja, éltünk azzal a lehetőséggel, hogy az egyes szaknyelvek igényei szerint az általános elvek módosíthatók, és tekintetbe véve, hogy nemcsak az idegennyelvű szakirodalom, hanem az általánosan elterjedt számítógépek is a tizedes pontot alkalmazzák, ezért mi is emellett döntöttünk.

Jelentősen megnöveltük a kereszthivatkozások számát.

Kiegészítettük a szótárt néhány jelentős magyar matematikus rövid életrajzával. Az angol előszavak tematikai megjegyzéseihez hozzáfűzzük, hogy a szótár a mechanika számos fogalmáról is ír, lévén, hogy ezt a témakört több országban – Magyarországtól eltérően – az alkalmazott matematika részének tekintik.

Az érdeklődő olvasó számára szeretnénk még további segítséget nyújtani. Az általános iskola és a középiskola közötti átmenetet segíti a nemzetközi összefogással készült kilencnyelvű *Matematikai fogalomtár*: http://mbuttons.bolyai.hu/. Jó kiegészítő a magyar (http://hu.wikipedia.org/wiki/Kezdőlap) és az angol (http://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page) nyelvű wikipédia is. Egyértelműen felsőfokú értelmező szótárként használható az Eric Weisstein által szerkesztett lap: http://mathworld.wolfram.com/. Michiel Hazewinkel a szerkesztője a Springer által a legkülönbözőbb formában megjelentetett, *Encyclopaedia of Mathematics* című – eredetileg orosz nyelvű – kiadványnak, amely szintén felsőfokú: http://eom.springer.de/. Az alábbi csak egy többé-kevésbé hiányos szószedet: http://isi.cbs.nl/glossary/ (elsősorban statisztika, számos nyelven).

Magunk is jól hasznosítottuk, ezért talán az olvasónak is hasznára válhat az alábbi néhány szótár: http://www.onelook.com/ (rengeteg angol egynyelvű szótár egy helyen), egy félkész, de sok szót tartalmazó angol-magyar és magyar-angol szótár: http://mek.oszk.hu/00000/00076/html/index.htm, idegen szavak szótára (*Magyarító könyvecske*): http://www.net.klte.hu/~keresofi/mke/r.htm, és természetesen mindenek előtt a SZTAKI szintén nem tökéletes, de nagyon hasznos soknyelvű szótára: http://szotar.sztaki.hu/index.hu.jhtml.

Az életrajzok, illetve általában a matematika története iránt érdeklődők számára az elsőrendű forrás a http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/ angol nyelvű lap, míg magyarul például http://members.iif.hu/visontay/ponticulus/jegyzetek/eletrajzok/matematikusok/ ajánlható.

Ha szakkönyveket keresünk a hazai könyvtárakban, akkor az alábbi két, egymást kiegészítő lapról indulhatunk el: http://www.mokka.hu és http://odr.lib.klte.hu/, ha pedig a könyvesboltokban akarunk szétnézni, akkor kezdhetjük itt: http://www.konyvkereso.hu, http://www.bookline.hu.

Néhány alapvető kézikönyv, amely szintén az olvasó javát szolgálhatja:

- Bronstejn, I. N., Szemengyajev, K. A., Musiol, G., Mühlig, H.: *Matematikai kézikönyv*, Typotex Kiadó, Budapest, 2000.
- Farkas Miklós (szerk.): *Matematikai kislexikon*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974.
- Fritz Reinhardt, Heinrich Soeder: *Matematika*, Atlasz sorozat 4., Atheneum 2000 Könyvkiadó Kft., Budapest, 1999.

Bevezető tankönyvek:

- Analízis:
  - Komornik Vilmos: *Valós analízis előadások I-II.*, Typotex, Budapest, 2003.
  - Kósa András: *Útban a felsőbb matematikához*, LSI Oktatóközpont, Budapest, 1995.
  - Kósa András: *Differenciálszámítás. Kezdeti lépések a felsőbb matematikában,* LSI Oktatóközpont, Budapest, 2000.
  - Laczkovich Miklós, T. Sós Vera: *Analízis I.*, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005.
- Geometria:
  - Hajós György: *Geometria*, Budapest, Tankönyvkiadó, 1999.
  - H. S. M. Coxeter: *A geometriák alapjai*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.
- Valószínűségszámítás:
  - Prékopa András: *Valószínűségelmélet műszaki alkalmazásokkal*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972.
  - Rényi Alfréd: *Valószínűségszámítás*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1973.
- Lineáris algebra:

  - Freud Róbert: *Lineáris algebra*, Eötvös Kiadó, Budapest, 2006.
  - Rózsa Pál: *Lineáris algebra*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1991.
- Operációkutatás:
  - Hillier, F. S., Gerald J. Lieberman, G. J.: *Bevezetés az operációkutatásba*, SZÁMALK, LSI Oktatóközpont, Budapest, 1994.
- Statisztika:
  - Bolla Marianna, Krámli Andás: *Statisztikai következtetések elmélete*, Typotex, Budapest, 2005.
  - Borovkov, A. A.: *Matematikai statisztika*, Typotex Kiadó, Budapest 1999.
- Számelmélet:
  - Freud Róbert, Gyarmati Edit: *Számelmélet*, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2000.
  - Niven, I., Zuckerman H. S.: *Bevezetés a számelméletbe*, Műszaki könyvkiadó, Budapest, 1978.
- Kombinatorika:
  - Lovász László: *Kombinatorikai problémák és feladatok*, Typotex Kiadó, Budapest, 1999.
  - Lovász László, Pelikán József, Vesztergombi Katalin: *Diszkrét matematika*, Typotex Kiadó, Budapest, 2006
- Fizika:
  - Budó Ágoston: *Kísérleti fizika I–III.*, Tankönyvkiadó, Budapest.

Végül pedig felsoroljuk a kötet fordítóit: Csikja Rudolf, Klein Ottó, Ladics Tamás, Lóczi Lajos, Nagy Ilona, Szili László és Tóth János.

2007. tavasz

Tóth János, a magyar kiadás szerkesztője

2. fejezet - Szótár

1. A, Á

a-

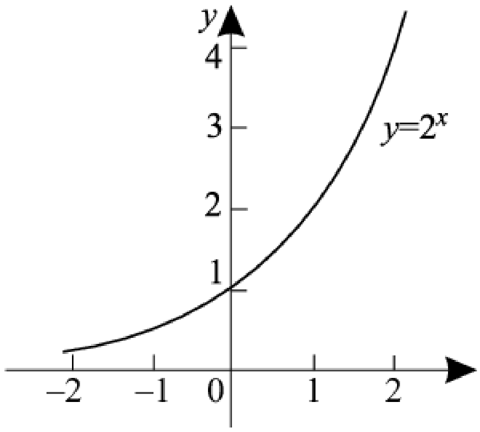
Tagadást jelentő előtag. Például az aszimmetrikus alakzat nem rendelkezik szimmetriával, nem szimmetrikus.

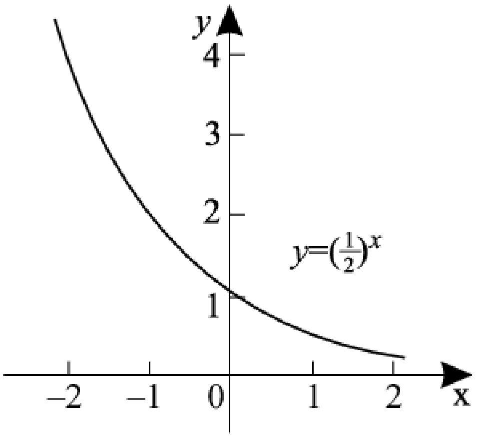
A

A 10-es szám tizenhatos (hexadecimális) számrendszerben.

a alapú exponenciális függvény

Legyen *a* egy egytől különböző pozitív valós szám. Az **a alapú exponenciális függvény** az az *f* függvény, amelyre $y(x)=2^x$ minden $f(x)=a^x$ esetén. Ezt élesen meg kell különböztetnünk attól, amit „az" exponenciális függvénynek hívunk. Az $x\in\mathbb{R}$ és az $y(x)=2^x$ görbék illusztrálják a különbséget a között, amikor $y(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$, és amikor $a>1$. Lásd még exponenciális növekedés és exponenciális bomlás.





Két úton tisztázhatjuk, hogy mit is értünk az $a<1$ kifejezése.

1. A hatványozás azonosságai megadják a^x jelentését minden racionális *x* esetén. Irracionális *x* esetében tekintsünk egy racionálisokból álló sorozatot, amely az *x* értékhez tart. Például $a^{1.4}, a^{1.41}, a^{1.414}, \ldots$ esetén egy ilyen sorozat lehet $a^{\sqrt{2}}$ így minden $\exp$ értelmes, mivel minden esetben a racionális a kitevő. Be

lehet látni, hogy ez a sorozat konvergens, és a határértéke lesz definíciószerűen $a^{1.4}$, $a^{1.41}$, $a^{1.414}$, $\ldots$. Ez a módszer tetszőleges valós *x* esetén alkalmazható.

2. Másik út: ha az $\exp$ függvényt már definiáltuk, mondjuk az exponenciális függvény 2. megközelítésével, akkor mondhatjuk, hogy az $\exp$ függvény $\ln$ inverz függvénye. így a következő definíciót mondhatjuk ki: $\exp$. Ez a módszer kevésbé kézenfekvő, mint 1., de kielégítőbb. Ebből a definícióból ugyanis következik, hogy $a^x := \exp(x\ln(a))$, mint ahogyan azt elvárjuk, továbbá az alábbiak:

   a. $\ln(a^x) = x\ln(a)$, és $a^{x+y} = a^x a^y,\ a^{-x} = 1/a^x$.

   b. Ha *n* pozitív egész szám, akkor $(a^x)^y = a^{xy}$, ahol *a* *n*-szer szerepel, és $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(a^x) = a^x\ln(a)$ azonos az $y(t) = Ae^{kt}$ kifejezéssel.

   c. $\sqrt[n]{a}$.

a alapú logaritmusfüggvény

Lásd logaritmus.

abakusz

Számolótábla: a számokat rudakon lévő golyók képviselik.

a beírt kör középpontja

A háromszögbe írt kör középpontja a szögfelezők metszéspontja.

Abel, Niels Henrik

(1802–1829) Norvég matematikus, aki 19 éves korában bebizonyította, hogy a négynél magasabb fokú általános polinomiális egyenlet algebrailag nem oldható meg. Más szavakkal: nem létezik a másodfokú egyenletre vonatkozó ismert képlethez hasonló az ilyen egyenletek gyökeire. Alapvető eredményeket ért el az algebrai függvények elméletében is. 26 éves korában szegénységben halt meg, néhány nappal azelőtt, mielőtt megkapta volna azt a levelet, amely berlini professzori kinevezését tartalmazta.

Abel-csoport

A $\circ$ művelettel ellátott *G* csoport **Abel-féle**, ha a művelet kommutatív, azaz minden $a, b \in G$ esetén $a \circ b = b \circ a$.

Abel-díj

Az **Abel-díjat** évente a norvég király adományozza kiemelkedő matematikai teljesítményért. Eredeti (a XIX. század legvégéről származó) célkitűzése és az adományozott összeg (mintegy egymillió dollár) nagysága szerint is a Nobel-díj matematikai megfelelője. A díjazottak listáját a 10. Függelék tartalmazza.

Abel-féle kritérium

Függvénysorok konvergenciájára vonatkozó kritérium, amely kimondja, hogy ha $\sum a_n$ konvergens sor, és $\{x \to b_n(x)\}$ ($x \in I \subset \mathbb{R}$ intervallum) monoton csökkenő, nemnegatív, korlátos függvénysorozat, azaz $b_{n+1}(x) \leq b_n(x) \quad (x \in I)$ és $\exists M \in \mathbb{R}+ : 0 \leq b_n(x) < M$ minden $n \in N$ esetén, akkor a $\sum a_n b_n(x)$ függvénysor egyenletesen konvergens. Számsorokra vonatkozó fontos speciális esetet kapunk, ha a $\{b_n(x)\}$ függvénysorozat helyett numerikus sorozatot veszünk.

ábrázoló geometria

A matematikának az a területe, ahol a háromdimenziós alakzatokat síkra vetítik, hogy a térbeli problémákat grafikusan kezeljék.

abszcissza

A síkbeli Descrates-féle koordináta-rendszer első (*x*-) koordinátája.

abszolút cím

Táblázatkezelő programokban előfordulhat olyan képlet több cellában is, amely másik cella vagy cellák tartalmát használja. Mivel ez utóbbi celláknak a viszonylagos helyzete mindannyiszor más lesz, valahányszor a képlet egy új helyen megjelenik, a táblázatkezelők szintaxisa megengedi, hogy **abszolút címet** használjunk, amelyik minden cella esetére az aktuális sort és oszlopot tartalmazza. Ha egy képletet átmásolunk egy másik cellába, akkor az abszolút címet tartalmazó hivatkozások változatlanok maradnak. Egy képleten belül az abszolút és a relatív cím keveréke is használható.

abszolút érték

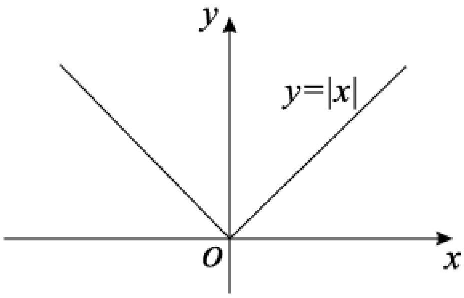
Az *a* valós szám **abszolút értékét** $|a|$ jelöli; ez maga a szám, ha $a \geq 0$, és $-a$, ha $a < 0$. így $|a|$ pozitív, kivéve, ha $a = 0$. Érvényesek a következő tulajdonságok:

1. $|ab| = |a||b|$,

2. $|a + b| \leq |a| + |b|$,

3. $|a - b| \geq ||a| - |b||$,

4. $a > 0$ esetén $|x| \leq a$ pontosan akkor áll fenn, ha $-a \leq x \leq a$.



abszolút gyakoriság

Lásd gyakoriság.

abszolút hiba

Lásd hiba.

abszolút konvergens sor

A $\sum a_n$ sor **abszolút konvergens**, ha a $\sum |a_n|$ sor konvergens. Ha például $a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n}$, akkor az ebből képzett sor konvergens, de nem abszolút konvergens, míg ha $a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$, akkor abszolút konvergens.

abszolút szummábilis

Lásd abszolút konvergens sor.

absztrakció, elvonatkoztatás

Az a folyamat, amelynek során olyan általános kijelentést fogalmazunk meg, amely összegzi, hogy mit figyeltünk meg speciális esetekben. Például azt mondhatjuk, hogy $x^2 < x$, ha $0 < x < 1$, és $x^2 > x$, ha $x < 0$ vagy $x > 1$. A matematikai tételek lényegében állítások magas szintű absztrakciói.

absztrakt algebra

A matematikának az a területe, amely olyan algebrai struktúrákkal foglalkozik, mint a csoportok, gyűrűk és testek, amelyekben elemek valamilyen speciális műveletekkel ellátott halmaza kielégít bizonyos axiómákat. Általában az a célunk, hogy az axiómákból kiindulva olyan általános eredményeket kapjunk, amelyek az adott algebrai struktúra összes speciális esetére alkalmazhatók. Egyes algebrai struktúrák elmélete igen fejlett; speciálisan például a vektorterek elmélete annyira kiterjedt, hogy a tanulmányozásukkal foglalkozó lineáris algebrát már szokásosan nem tekintjük absztrakt algebrának.

acre

Angolszász területegység, 4840 négyzetyard, azaz 4046.86 m^2. Egy hektár megközelítőleg 0.4 acre.

adat

Egy kísérletből, felmérésből, vagy esettanulmányból származó megfigyelés. Gyakran az adatokat véletlenszerűen válogatjuk egy populációból. A számszerű adat **diszkrét,** ha a populáció véges vagy megszámlálhatóan végtelen, és **folytonos,** ha a populáció egy véges vagy végtelen intervallumot alkot. Az adat **nominális**, ha a megfigyelések nem számszerűek vagy kvantitatívak, hanem csak szemléltetőek. Például a származási hely, vagy valamely jármű típusa nominális adatok.

adatfeltárás

Az adatelemzésnek az a módszere, amely az adatok elemzését tűzi ki célul kezdetben, rendszerint számos, többnyire grafikus módszerrel, hogy betekintést próbáljon nyerni az adatok, és a mögöttük rejlő struktúra természetébe, abba, hogy melyek a fontos változók és melyek a kiugró adatok. Ennek eredménye befolyásolhatja azt, hogy milyen elemzési módszerek mellett döntünk. Ez a megközelítés először Tukey 1977-es munkájában mutatta meg fontosságát.

adathalmaz átlaga

Ez általában a számtani középre utal. Vesd össze lokációs paraméter.

adatvédelem

Érzékeny adatok esetében az adatok bizalmas kezelése könnyebben megvalósítható, mint a teljes anonimitás, de az érzékeny adatokra vonatkozó felmérések mégis megbízhatatlanok, mivel nehéz megbízni a válaszok igazságában.

addíciós képletek

Két szög összegének vagy különbségének trigonometrikus függvényei kifejezhetőek az egyes szögek szögfüggvényeinek valamilyen kifejezésével.

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta),$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta),$$

$$\mathrm{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\mathrm{tg}(\alpha) \pm \mathrm{tg}(\beta)}{1 \mp \mathrm{tg}(\alpha)\,\mathrm{tg}(\beta)}.$$

Ezekkel tudjuk kezelni a szinuszok vagy koszinuszok összegét és különbségét az alábbi formában:

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right),$$
$$\sin(\alpha) - \sin(\beta) = 2\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right),$$
$$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right),$$
$$\cos(\alpha) - \cos(\beta) = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right).$$

addíciós képletek hiperbolikus függvényekre

Lásd hiperbolikus függvények.

additív csoport

Ha egy csoportban a művelet jele $+$, neve összeadás, akkor a csoportot **additív csoportnak** nevezhetjük. A csoport műveletét rendszerint csak akkor szokás a $+$ jellel jelölni, ha a csoport kommutatív, így egy additív csoport rendszerint Abel-csoport.

additív egység

Az összeadás műveletének egységeleme, általában 0 jelöli, így $a + 0 = 0 + a = a$.

additív függvény

Az *f* függvény additív, ha eleget tesz az $f(x+y) = f(x) + f(y)$ Cauchy-féle függvényegyenletnek.

additív inverz

Lásd inverz elem.

ad infinitum

Végtelen sokszor ismételve. (A. m. „a végtelenségig”.)

adj

Az adjungált rövidítése.

adjungált

Az ***A*** négyzetes mátrix **adjungáltja**, $x + y = 180°$, az ***A*** mátrix előjeles aldeterminánsaiból álló mátrix transzponáltja. Legyen az $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ mátrix a_{ij} eleméhez tartozó előjeles aldetermináns A_{ij}. Ekkor az előjeles aldeterminánsok mátrixa $[A_{ij}]$, és $\operatorname{adj}\mathbf{A} = [A_{ij}]^\top$. Például a 3×3-as

$$\operatorname{adj}\mathbf{A} = [A_{ij}]^\top$$

A 2×2-es esetben, ha

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \text{ akkor } \operatorname{adj}\mathbf{A} := \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}.$$

Az adjungált azért fontos, mert arra használható, hogy megtaláljuk egy mátrix inverzét. Az előjeles aldeterminánsok tulajdonságaiból kimutatható, hogy 2×2. Ebből következik, hogy amikor $\det\mathbf{A} \neq 0$, akkor ***A*** inverze $\frac{\operatorname{adj}\mathbf{A}}{\det\mathbf{A}}$.

adjungált

Az $\mathbf{A} = [A_{ij}]$ komplex elemű négyzetes mátrix adjungáltja, $\mathbf{A}^*$, az ***A*** mátrix elemeinek konjugáltjából álló mátrix transzponáltja: $\mathbf{A}^* = [\overline{A_{ij}}]^\top$.

aerodinamikai ellenállás

Levegőben mozgó testre (például a Föld légkörében szálló repülőgépre) a test felszíne körüli légáramlás következtében erő hat. Az erő a repülési pálya érintőjével párhuzamos **aerodinamikai ellenállásnak** és a repülési pályára merőleges **emelőerőnek** az összege.

afélium

Lásd apszis.

affin geometria

A geometriának az az ága, amely síkról síkra való párhuzamos vetítésnél (affin transzformációnál) megmaradó tulajdonságokkal foglalkozik. Ilyen transzformációknál bizonyos tulajdonságok nem maradnak meg, speciálisan Eukleidész harmadik és negyedik axiómája nem teljesül.

affin transzformáció

Olyan transzformáció, amely megőrzi a kollinearitást, ennélfogva egyenest egyenesbe visz, párhuzamos egyeneseket párhuzamosokba, és megtartja a távolságok arányát (három pont osztóviszonyát).

a fogoly dilemmája

Bármely olyan helyzet, amely lényegében hasonlít a következőhöz: két rabot kérdeznek meg külön-külön egy bűntényről. Ha mindketten tagadnak, akkor nincs bizonyíték ahhoz, hogy felelősségre vonják őket, ezért szabadon fogják engedni őket. Ha az egyik vall a másikra, aki tagad, akkor az elsőt szabadon engedik, a másikat pedig keményen megbüntetik. Ha mindketten vallanak, akkor mindketten kapnak büntetést, enyhébbet, mint az a rab az előző esetben, aki tagadott. A „dilemma” a rab számára az, hogy a tagadás a lehető legjobb eredménnyel járhat és lehető legrosszabbal is, a másik rab vallomásától függően. Ennek egy példája a fegyverkezési verseny, ahol a legjobb esetben mindkét fél leszerel, de az egyoldalú leszerelés megsemmisüléssel végződhet.

ág

Görbe egy szakasza olyan végponttal, amelyben egy másik szakasszal találkozik, és ahol a görbe deriváltjának szingularitása van. Lásd még hiperbola ága.

a hányados deriválási szabálya

Lásd deriválás.

a harmadik kizárásának elve

Az az állítás, hogy minden kijelentés vagy igaz vagy hamis; más szóval, nem lehet, hogy se nem igaz, se nem hamis: nincs harmadik eset. (Latinul: *tertium non datur*.)

a hazug paradoxona

A paradoxon a következő állításban rejlik: „Ez az állítás hamis.” Gondoljuk meg ugyanis, hogy ha abból indulunk ki, hogy igaz, akkor hamis, ha pedig abból, hogy igaz, akkor szükségképpen hamisnak kell lennie.

Aitken-módszer

(numerikus módszer) Amikor egy $x_{r+1} = f(x_r)$ iteratív (rekurzív) képletet használunk egy egyenlet megoldására, **Aitken módszere** a konvergenciát úgy gyorsítja, hogy a kezdeti értéket és a képlettel kiszámolt következő két értéket használja föl arra, hogy jobb közelítést számoljon, mint amilyet maga az iteratív képlet adna. Azután ezt a közelítést lehet fölhasználni új kezdőpontként, ahonnan megismételjük a folyamatot mindaddig, amíg el nem érjük a kívánt pontosságot. Bár ez a fajta eljárás számításigényes, a táblázatkezelők nagyon könnyen tudják kezelni.

Ha x_0 a kezdeti érték, és x_1 és x_2 az első két közelítés és $\Delta x_r := x_{r+1} - x_r$ és $\Delta^2 x_r := \Delta x_{r+1} - \Delta x_r$ az első két előremutató differencia, akkor legyen $x_3 := x_2 - \frac{(\Delta x_2)^2}{\Delta^2 x_0}$. Általánosságban legyen $x_{r+1} := x_r - \frac{(\Delta x_{r-1})^2}{\Delta^2 x_{r-2}}$.

a játékelmélet alaptétele

A következő, Neumann János nevéhez fűződő tétel, amely **minimax tétel** néven is ismert.

Tétel. Tegyük fel, hogy egy mátrixjátékban $\mathrm{E}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ jelöli a várható nyereséget, ahol ***x*** és ***y*** a két játékos kevert stratégiája. Ekkor

$$\max_{\mathbf{x}} \min_{\mathbf{y}} \mathrm{E}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \min_{\mathbf{y}} \max_{\mathbf{x}} \mathrm{E}(\mathbf{x}, \mathbf{y}).$$

Az egyik játékos, *S*, maximin stratégiát alkalmazva elérheti, hogy várható nyeresége legalább akkora legyen, mint a tételbeli egyenlőség bal oldala. Hasonlóképpen, minimax stratégia alkalmazásával a másik játékos, *O*, azt érheti el, hogy a várható nyereség legfeljebb akkora legyen, mint az egyenlet jobb oldala. Az ilyen stratégiákat **optimális stratégiáknak nevezzük**. Mivel a tétel szerint a két oldal egyenlő, ezért ha *S* és *O* optimális stratégiát alkalmaz, a várható nyereség egy közös értékkel lesz egyenlő, amit a játék **értékének** nevezünk.

Tekintsük például azt a játékot, melynek mátrixa

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ha $\mathbf{x}^* = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$, akkor meg lehet mutatni, hogy minden ***y*** esetén $\mathrm{E}(\mathbf{x}^*, \mathbf{y}) \geq 10/3$. Hasonlóan, ha $\mathbf{y}^* = (\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$, akkor minden ***x*** esetén $\mathrm{E}(\mathbf{x}, \mathbf{y}^*) \leq 10/3$. Ebből következik, hogy a játék értéke 10/3, és $\mathbf{x}^*$, illetve $\mathbf{y}^*$ a két játékos optimális stratégiája.

Akhillész-paradoxon

A paradoxon onnan ered, hogy megfigyeljük, hogyan megy végbe az utolérés. Akhillész előnyt ad a teknősbékának egy futóversenyben. Ahhoz, hogy utolérje őt, el kell érnie a teknős kezdeti helyzetét, azután azt a pontot, ahová közben a teknős elért, és így tovább, ad infinitum. A végkövetkeztetés, amely szerint nem tudja utolérni soha, mivel jól definiált, nullától különböző távolságok végtelen összegét kellene megtennie, hamis, innen a paradoxon.

a kínai postás problémája

Lásd útbejárási probléma.

akkor és csak akkor

Lásd előzmény, következmény, szükséges és elégséges feltétel.

a kocka megkettőzése

Az egyik probléma, amit az ókori görög matematikusok próbáltak megoldani: körző és vonalzó segítségével megszerkesztendő egy olyan kocka éle, amelynek térfogata kétszerese egy adott kocka térfogatának. Ezzel ekvivalens probléma egy $\sqrt[3]{2}$ hosszúságú szakasz szerkesztése, ha adott egy egységnyi hosszúságú szakasz. A fenti módszerrel csak olyan hosszak kaphatók meg, melyek egy adott osztályba tatozó számokkal egyenlők, ezen osztályba tartozó számok pedig összeadással, kivonással, osztással, és négyzetgyökvonással állnak elő. Mivel $\sqrt[3]{2}$ nem tartozik ezen osztályba, a kocka megkettőzése lehetetlen.

a kör négyszögesítése

A görög geométerek által kitűzött egyik probléma (a a kocka megkettőzése és szögharmadolás mellett), amelyet körzővel és vonalzóval végzett szerkesztéssel akartak megoldani: szerkesztendő adott körrel azonos területű négyzet. Ez egyenértékű a $\sqrt{\pi}$ hosszúság megszerkesztésével, ha adott az egység. Körzővel és vonalzóval végzett szerkesztéssel viszont csak olyan hosszúságok szerkeszthetők, amelyek algebrai számok (azok közül se mind, például a kocka megkettőzéséhez szükséges $\sqrt[3]{2}$ szám nem). így tehát miután 1882-ben Lindemann bebizonyította, hogy π transzcendens szám, kiderült, hogy a kör nem négyszögesíthető. Vesd össze Laczkovich.

aktív kényszerfeltétel

Azt mondjuk, hogy egy olyan (leginkább optimalizálási feladat kényszerfeltételeként szereplő) egyenlőtlenség – mint például $y + 2x \geq 13$ – **aktív** a határ pontjaiban, azaz ahol egyenlőség áll, például a $(6, 1)$ és a $(0, 13)$ pontban.

alakzat

Pontok, vonalak, felületdarabok kombinációja egy geometriai alakzatban.

alakzat szimmetriája

Egy alakzat lehet tengelyesen szimmetrikus vagy tükörszimmetrikus egy egyenesre (a tengelyre) vagy egy síkra, vagy lehet forgási szimmetriája.

alap

Lásd exponenciális függvény alapja, egyenlőszárú háromszög alapja, logaritmus alapja, természetes alapú logaritmus alapja, gúla alapja, számrendszer alapszáma.

alapegység

Lásd SI egységrendszer.

alaphalmaz

Bármely *E* halmazt kinevezhetünk alaphalmaznak, s ezután csak *E* részhalmazai körében vizsgálódunk. Komplementerképzésről például mindaddig nincs értelme beszélni, amíg nem rögzítettünk egy alaphalmazt.

alapmegoldás

Amikor segédváltozókat vezetünk be egy lineáris programozási feladatban, akkor több egyenlet van, mint változó. Ha *n*-nel több változó van, mint egyenlet, akkor az **alapmegoldást** úgy kapjuk meg, hogy az *n* számú változó különböző kombinációit nullával tesszük egyenlővé, így csökkentve a változók számát annyira, ahány egyenletünk van. Ha valamelyik kiegészítő változó negatív, akkor a megoldás nem megengedett. Minden egyes megoldás esetén azt az *n* számú változót, amelyet nullává tettünk, **nemalap-változónak** nevezzük, a többieket pedig **alapváltozóknak** hívjuk.

alapon fekvő szögek

Lásd egyenlőszárú háromszög.

alapváltás (logaritmusé)

Lásd logaritmus.

alapváltozók

Lásd alapmegoldás.

$\aleph$

Bármely végtelen számosság; szokásosan az (indexszel ellátott) $\aleph$ (alef) héber betűvel jelöljük. Lásd még transzfinit szám.

$\aleph_0$

A legkisebb végtelen számosság. Bármely olyan halmaz számossága, amely kölcsönösen egyértelmű megfeleltetésbe hozható a természetes számok halmazával. Az ilyen halmazokat megszámlálhatóan végtelen halmazoknak nevezzük, és számosságuk jelölésére az $\aleph_0$ szimbólumot használjuk. A számelmélet egyik látszólagos paradoxona, hogy a 0 és 1 közötti racionális számok halmaza, a racionális számok halmaza és a természetes számok halmaza egyenlő számosságú.

a legkisebb négyzetek módszere

A legkisebb négyzetek módszere a statisztikában paraméterek becslésére használatos módszer, például regressziónál. Segítségével becslést a paraméterekre oly módon kapunk, hogy a megfigyelt és a feltételezett értékek különbségeinek négyzetösszegét minimalizáljuk. Tegyük fel például, hogy lineáris regressziónál $E(Y)=\alpha+\beta X$, ahol *n* megfigyelt értékpárunk van, $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\ldots,(x_n,y_n)$. Ekkor a legkisebb négyzetek módszere alapján α és β becslése az az *a* és *b* szám, amelyre a $\sum (y_i-a-bx_i)^2$ összeg minimális.

a legnagyobb valószínűségen alapuló becslés

Egy ismeretlen paraméter becslése a legnagyobb valószínűség módszerével, hívták maximumlikelihood-becslésnek is. Lásd likelihoodfüggvény.

a legrövidebb útvonal módszere

A legrövidebb útvonal meghatározására szolgáló algoritmus. Az eljárás lényegében abban áll, hogy a pontokat megcímkézzük a kiindulási ponttól mért minimális távolságukkal a növekvő minimális távolság sorrendjében. Ennélfogva egyetlen fázisban sem kell több lehetséges utat figyelembevennünk a már megcímkézett pontok egyikéhez sem. Az eljárás véget ér, amint a végső pontot is megcímkéztük ilyen módon, még akkor is, ha maradt olyan pont, amelyet még nem címkéztünk meg – ezekre ugyanis a legrövidebb út hosszabb lenne, mint amit megkaptunk.

Alexandriai Diophantosz

Lásd Diophantosz.

Alexandriai Hérón

Lásd Hérón.

alexandriai Meneláosz

Lásd Meneláosz.

alexandriai Papposz

Lásd Papposz.

algebra

A matematikának az a területe, amelyik az aritmetika általános tulajdonságaival foglalkozik. A kapcsolatokat változókkal lehet kifejezni, amelyeket rendszerint az ismeretlen mennyiségeket képviselő $x,y,n,\cdots$ betűk jelölnek, s amelyek értékét vagy értékeit a keletkező egyenletek megoldásával lehet meghatározni. Lásd még: absztrakt algebra és lineáris algebra.

σ-algebra

Az *S* nem üres halmaz részhalmazaiból álló $X\subset\mathcal{P}(S)$ halmazrendszert **σ-algebrának** nevezzük, ha

1. $\emptyset \in X$;

2. ha $A \in X$, akkor $A^C \in X$, (ahol $A^C := S \setminus A$ az *A* halmaz komplementuma);

3. ha minden *n* természetes számra $A_n \in X$, akkor $\bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n \in X$.

(Itt $\mathcal{P}(S)$ az *S* halmaz hatványhalmaza.)

algebraic geometry

A matematikának az a területe, amely a geometriát algebrai módszerekkel tanulmányozza.

algebrai lezárt

Egy adott halmaz olyan kibővítése, amely már tartalmazza a halmazból vett együtthatókkal fölírt polinomok összes gyökét. A legszűkebb algebrailag zárt számhalmaz a komplex számok $\mathbb{C}$ halmaza, mivel már a nagyon egyszerű $x^2 + 1 = 0$ egyenletnek van komplex megoldása, és mivel a komplex együtthatós polinomok gyökei már mind a komplex számok halmazába esnek.

algebrai rendszer

Műveletekkel és relációkkal ellátott halmaz, másképp: relációkkal is ellátott algebrai struktúra.

algebrai struktúra

Elemek műveletekkel ellátott, bizonyos axiómákat kielégítő halmaza. így a csoport, a gyűrű, a test algebrai struktúra. A definíciók célja, hogy felismerjük a matematikában különböző összefüggésekben megjelenő hasonlóságokat, majd axiómák segítségével összefoglaljuk ezeket.

algebrai szám

Egész együtthatós polinom gyökeként adódó (általában komplex) szám. Az összes racionális szám algebrai, mivel például ha *a* és $0 \neq b$ egész szám, akkor $\frac{a}{b}$ gyöke a $bx - a = 0$ egyenletnek. Néhány irracionális szám is algebrai, például $\sqrt{2}$ gyöke az $x^2 - 2 = 0$ egyenletnek. Az olyan irracionális számokat, amelyek nem algebraiak (amilyen például a π szám), transzcendens számoknak nevezzük.

algoritmus

Pontosan leírt rutin eljárás, amely alkalmazható és szisztematikusan követhető a végső következtetésig.

alkalmazott

A tudás gyakorlati alkalmazása, mint az alkalmazott matematikában.

alkalmazott matematika

A matematika azon területe, mely a természet és a társadalom törvényeit vizsgálja. Ide tartozik a valószínűségszámítás és a matematikai statisztika, a diszkrét matematika és a döntéselmélet, valamint az olyan elméleti matematika alkalmazásai, a valóságos világ problémáinak megoldásában, mint amilyen a mátrixok elmélete. Egyes országokban ide sorolják az elméleti mechanikát is. Bizonyos szerzők kerülik az „alkalmazott matematika” kifejezést, és inkább a „matematika alkalmazásairól” szeretnek beszélni.

al-Khwarizmi (Mohamed ibn Músa)

(IX. század) Bagdadi arab matematikus és csillagász, két jelentős művet írt az aritmetikáról és algebráról. Ezeken keresztül terjedt el Európában a hindu–arab számírás. Az „algoritmus” szó az ő nevéből származik, mely a hindu (eredetileg hindu, éppen azért nevezik arabnak, mert ő arab volt) számrendszerről szóló könyvének címében szerepel. Az „algebra” szó egy másik könyvének címéből ered, amely többek között másodfokú egyenletek megoldására is ad a teljesnégyzetté-alakításhoz hasonló módszert.

alkotó

Lásd kúp, henger.

Al-Kvarizmi

Lásd az A betűnél.

állandó

(fizikai törvényekben) Olyan mennyiségek értéke, amilyen például a fénysebesség, állandó, ha rögzítettük a mértékegységeket. Bizonyos esetekben a mértékegységeket úgy rögzítik, hogy egyes állandók az egyszerűség kedvéért eggyel legyenek egyenlők. Newton második törvénye szerint egy test gyorsításához szükséges erő arányos a tömeg és a gyorsulás szorzatával. Az erő Newton nevét viselő mértékegységét úgy állapították meg, hogy ez a törvény SI egységrendszerben erre egyszerűsödjön: erő = tömeg $\times$ gyorsulás.

állandó együtthatós lineáris differenciálegyenlet

Az egyszerűség kedvéért tekintsük a következő másodrendű differenciálegyenletet:

$$ay''(x) + by'(x) + cy(x) = f(x), \qquad (1)$$

ahol *a*,*b* és *c* adott konstansok, *f* pedig valamely nyílt intervallumon értelmezett folytonos függvény. (A magasabbrendű differenciálegyenletek hasonlóan kezelhetők.) Tegyük fel, hogy *f* nem az azonosan nulla függvény. Ekkor az

$$y''(x) + by'(x) + cy(x) = 0 \qquad (2)$$

egyenlet az (1) **inhomogén** egyenletnek megfelelő **homogén** egyenlet. Ezekkel kapcsolatban a következő tétel teljesül:

Tétel. Ha *G* a (2) homogén egyenlet általános megoldása és y_1 az (1) inhomogén egyenlet egy partikuláris megoldása, akkor $G + y_1$ az (1) inhomogén egyenlet általános megoldása. Ezáltal az (1) egyenlet megoldása visszavezethető a *G* és y_1 függvény meghatározására.

A (2) homogén egyenlet általános megoldása meghatározható úgy, hogy megoldásait $y(x) = e^{mx}$ alakban keressük. Ebből az $am^2 + bm + c = 0$ **karakterisztikus egyenletet** kapjuk. Ha az egyenlet két különböző valós gyöke m_1 és m_2, akkor a homogén egyenlet általános megoldása $y(x) = Ae^{m_1x} + Be^{m_2x}$; ha az egyenlet kétszeres valós gyöke *m*, akkor $y(x) = (A + Bx)e^{mx}$; ha az egyenlet két komplex gyöke $\alpha \pm \beta i$, akkor $y(x) = e^{\alpha x}(A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x))$.

Az (1) inhomogén egyenlet egy partikuláris megoldása (bizonyos feltételek teljesülése esetén) egyszerűbb esetekben úgy található meg, hogy a megoldást *f* -hez hasonló alakban keressük. Azaz, ha például $f(x) = e^{kx}$, akkor keressük a partikuláris megoldást $y_1(x) = pe^{kx}$ alakban. Ha *f* polinom, akkor keressük a partikuláris megoldást *f* -fel azonos fokszámú polinom alakjában. Ha $f(x) = \cos(kx)$ vagy $\sin(kx)$, akkor legyen $y_1(x) = p\cos(kx) + q\sin(kx)$ alakú. Mindegyik esetben az ismeretlen együtthatók értékét úgy kaphatjuk, hogy a feltételezett partikuláris megoldást az (1) inhomogén egyenletbe behelyettesítjük. Ha *f* két tag összege, a megfelelő partikuláris megoldások együtthatói behelyettesítéssel külön-külön meghatározhatók.

Ezen eljárás alkalmazásával például az $y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = 4x + e^{3x}$ egyenlet általános megoldása $y(x) = Ae^x + Be^{2x} + 2x + 3 + \frac{1}{2}e^{3x}$.

állandók

Bizonyos számok például $\pi = 3.1415926\ldots$, $e = 2.718281\ldots$ vagy az „aranymetszés” $= \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618\ldots$, amelyek gyakran előfordulnak a matematikában és a természetben. Mivel ezek puszta számok, értékük független a mérésekben használt skáláktól.

állandó tag

Lásd polinom.

állapot, állapottér

Lásd sztochasztikus folyamat, differenciálegyenlet.

állítás

A matematikai logikában egy **állítás** vagy **ítélet** alapvető tulajdonsága, hogy értelmes, és vagy igaz, vagy hamis (kizárva azt a lehetőséget, hogy mindkettő egyszerre). Például annak az állításnak, hogy „Van olyan valós *x* szám, amelyre $x^2 = 2$" van értelme, és igaz, míg annak az állításnak, hogy „Ha *x* és *y* pozitív egész szám, akkor $x - y$ pozitív egész szám" ugyan szintén van értelme, de hamis, „2 nagyobb" pedig nem állítás, ugyanis nincs értelme.

A matematikában olyan kijrelentés, amely vagy bizonyítást igényel vagy már bizonyítva van.

alsóháromszög-mátrix

Lásd háromszögmátrix.

alsó határ

Lásd integrálási határok.

alsó határérték

Az $a_1, a_2, \dots$ valós számsorozat alsó határértékének értelmezéséhez képezzük a $B_1 := \inf\{a_1, a_2, \dots\}, B_2 := \inf\{a_2, a_3, \dots\}, \dots, B_n := \inf\{a_n, a_{n+1}, \dots\}$ számok limeszét:

$$\lim\inf(a_n) := \lim(B_n),$$

illetve legyen $\lim\inf(a_n) := -\infty$, amennyiben a sorozat alulról nem korlátos. Ez a szám a sorozat összes konvergens részsorozatának határértékéből álló halmaz legkisebb eleme.

alsó korlát

Lásd korlát.

általános háromszög

Kerülendő elnevezése az olyan háromszögnek, amelynek mindhárom oldala különböző hosszúságú.

általánosított sajátvektor és sajátérték

1. Legyen ***A*** és ***B*** négyzetes mátrix. A nullától különböző ***x*** vektort az $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ párhoz tartozó **általánosított sajátvektornak** nevezzük, ha léteznek olyan $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ számok, amelyekkel $\beta\mathbf{A}\mathbf{x} = \alpha\mathbf{B}\mathbf{x}$ teljesül. A $\lambda := \alpha/\beta$ számot **általánosított sajátértéknek** nevezzük, és értékét $\pm\infty$-nek vesszük, ha $\beta = 0$ (előjelét ekkor α előjele adja).

2. Az ***A*** négyzetes mátrix **általánosított sajátvektorának** nevezzük a nullától különböző ***x*** vektort, ha valamilyen pozitív egész *k* számra és $\lambda \in \mathbb{C}$ komplex számra $(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})^k\mathbf{x} = \mathbf{0}$ teljesül. A λ szám ekkor *k* multiplicitású sajátérték. A közönséges sajátvektorhoz és sajátértékhez jutunk $k = 1$ esetén.

általánosított valószínűséghányados-próba

Az általánosított valószínűséghányados-próba a következő statisztikán alapul: vegyük a megfigyelt értékek legnagyobb valószínűségét a nullhipotézishez és az ellenhipotézishez tartozó paraméterértékek mellett, és ezeket osszuk el egymással.

általános megoldás

Az olyan *n* különböző tetszőleges állandót tartalmazó függvényt, amely kielégít egy *n*-edrendű differenciálegyenletet, és amely megadja az egyenlet összes megoldását az állandók alkalmas megválasztása esetén, **általános megoldásnak** nevezzük. Az inhomogén lineáris differenciálegyenlet általános megoldása a megfelelő homogén differenciálegyenlet általános megoldásának és az inhomogén egyenlet egy partikuláris megoldásának az összege.

általános relativitáselmélet

Lásd relativitáselmélet.

altér

Egy *V* vektortér, például az *n*-dimenziós tér olyan részhalmaza, amely *V* műveleteivel maga is vektorteret alkot. Például a közönséges 3-dimenziós tér vektortérnek tekinthető a valós számok felett, amelynek 2-dimenziós altere minden olyan sík, amely az origón átmegy; 1-dimenziós alteret pedig az origón átmenő egyenesek alkotnak. (Az origón át nem menő egyenesek nem alkotnak alteret, mert ezek nem tartalmazzák a nullvektort. Egy origó közepű körlap – vagy bármely más korlátos alakzat – szintén nem lehet altér, mert ez nem lenne zárt a számmal való szorzásra.) A legfeljebb ötödfokú valós együtthatós egyváltozós polinomok vektorterében alteret alkotnak például a legfeljebb harmadfokú polinomok.

alternatív hipotézis

Lásd hipotézisvizsgálat.

áltört

Lásd tört.

alulhatározott

Egy egyenletrendszer alulhatározott, ha több ismeretlent tartalmaz, mint egyenletet. Megjegyezzük, hogy az így értelmezett alulhatározottságnak és az egyenletrendszer megoldásszámának semmi köze sincs egymáshoz, amint azt az alábbi három példa mutatja. Az $x^2 + y^2 = 1$ egy egyenletből álló rendszer nyilván alulhatározott, és végtelen sok megoldása van. Az $x^2 + y^2 = 0$ alulhatározott rendszernek a valós számok körében pontosan egy (x, y) megoldása van, míg az $x^2 + y^2 = -1$ egyenletnek nincs valós megoldása.

alulról

Lásd bal oldali.

amp

Az amplitúdó rövidítése és jelölése.

amplitúdó

Tegyük fel, hogy $x(t) = A\sin(\omega t + a)$, ahol *A* (> 0), ω és α állandó. Ez a képlet például egy egyenes vonal mentén mozgó részecske *t* pillanatbeli $x(t)$ kitérését adhatja meg. A részecske tehát az *O* origó körül rezeg. Az *A* állandó az **amplitúdó**, amely megadja a legnagyobb távolságot, ameddig a részecske az origótól mindkét irányban eljut.

A kifejezés alkalmazható csillapított rezgések esetén is a megfelelő együttható megnevezésére, bár ilyenkor ez nem állandó. Például $x(t) = 5e^{-2t}\sin(3t)$ esetén azt mondják, hogy a rezgések amplitúdója $5e^{-2t}$, amely nullához tart, amint *t* tart a végtelenhez.

a nagy számok gyenge törvénye

Legyen X_n ($n \in \mathbb{N}$) független, azonos eloszlású, μ várható értékű, véges szórásnégyzetű valószínűségi változók sorozata. Ekkor az $m_n := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ átlagokból képzett sorozat $n \to +\infty$ esetén 1 valószínűséggel a μ számhoz tart, vagyis bármely $\varepsilon > 0$ és $\delta > 0$ pozitív számhoz van olyan $N \in \mathbb{N}$ index, hogy minden $n > N$ esetén $P(|m_n - \mu| > \varepsilon) < \delta$.

a nagy számok törvényei

(valószínűségszámítás) Néhány olyan tétel összefoglaló elnevezése, melyek az azonos eloszlású független X_i valószínűségi változókból képzett $\frac{S_n}{n} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$ kifejezés viselkedését nagy *n*-ek esetén leírják. Például a $\lim_{n\to+\infty} P\left(\frac{S_n}{n} \to \mu\right) = 1$ egyenlőség azt jelenti, hogy független, azonos eloszlású valószínűségi változók átlaga 1 valószínűséggel a populáció várható értékéhez konvergál. Lásd még a nagy számok gyenge törvénye.

analitikus függvény

Egy komplex változós, komplex értékű függvény az értelmezési tartományának egy pontjában **analitikus**, ha az adott pont valamely környezetében konvergens hatványsorba fejthető. A függvény analitikus, ha az értelmezési tartományának minden pontjában analitikus.

analitikus geometria

A matematikának az a területe, amely a koordinátageometriát vizsgálja.

analízis

A matematikának az a területe, amely olyan témákat foglal magába, amelyek határfolyamatok használatát igénylik. így a differenciálszámítás és az integrálszámítás minden bizonnyal ide tartozik. Ezeken kívül vannak még más témák is, amelyekben ilyen fajta „végtelen” folyamatok szerepelnek, például a végtelen sorok összegzése. A binomiális tétel, ami algebrai tétel, akkor vezet az analízishez, amikor a kitevő nem pozitív egész szám. A szinusz és a koszinusz vizsgálata, ami trigonometriaként kezdődik, analízissé válik, amikor levezetjük e függvények hatványsorát. Az „analízis” kifejezést arra is szokták használni, amikor a kalkulus témáinak és a valós számok rendszerének szigorú megalapozását adják.

analóg eszköz

Folytonos mennyiség mérésére (esetenként: manipulálására, szimulálására) szolgáló (mérő)eszköz, mely a mérési eredményt folytonos skálán mutatja. Ilyenek például egy óra mutatói (feltéve, hogy a másodpercmutató simán jár).

a newtoni mozgástörvények

Állandó tömegű részecskék mozgására vonatkozó három törvény, melyeket Newton *Principia* című művében fogalmazott meg. A következő formában mondhatók ki:

1. Ha egy részecskére zérus eredő erő hat, akkor nyugalomban van, vagy állandó sebességgel mozog.

2. Egy részecske impulzusának változási üteme egyenlő a részecskére ható eredő erővel.

3. Ha egy részecske erőt fejt ki egy másik részecskére, akkor az utóbbi részecske ugyanakkora nagyságú, ellentétes irányú erőt fejt ki az előbbi részecskére.

Az első törvény szerint egy részecske sebességének megváltoztatásához erő kifejtésére van szükség. A részecskének a második törvényben szereplő ***p*** impulzusát a $\mathbf{p} := m\mathbf{v}$ képlet adja meg, ahol *m* a részecske tömege, ***v*** pedig a részecske sebessége. így állandó tömeg esetén $\frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}t} = m(\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t}) = m\mathbf{a}$, ahol ***a*** a részecske gyorsulása. A második törvényt ezért gyakorta $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ alakban írják fel, ahol ***F*** a részecskére ható eredő erő. A harmadik törvényt néha a „hatás-ellenhatás” vagy „akció-reakció” elvének nevezik.

anonimitás

Az emberek gyakran különbözőképpen válaszolnak személyes kérdésekre attól függően, hogy mit gondolnak arról, mennyire maradnak névtelenül. Mivel nagyon fontos, hogy igaz válaszokat kapunk, egy felmérésnél igen fontos az anonimitás, vagy legalább is az, hogy az adatokat szigorúan bizalmasan kezeljék.

ANOVA

Lásd varianciaanalízis.

anti-

Előtag, jelentése ellentétes, ellen-.

antiderivált

Lásd primitív függvény.

antiparallel

Irányított egyenesekből vagy vektorokból álló pár, amelyek párhuzamosak, de ellentétes az irányításuk.

antiprizma

Szokásosan egy olyan konvex poliéder, melynek két szemközti „alaplapja” egybevágó szabályos sokszög, amelyek párhuzamos síkokban fekszenek úgy, hogy az egyik alaplap minden egyes csúcsa a másik alaplap két csúcsával egy élen keresztül össze van kötve, a többi oldala pedig egyenlőszárú háromszög. Ezt a kifejezést használják az ehhez hasonló olyan poliéderre is, melynek alapjai nem szabályos sokszögek, oldallapjai pedig bár háromszögek, de nem egyenlő szárúak. Ebben az esetben azt mondhatjuk, hogy az első definíció, az egyenes szabályos antiprizma definícióját adja. Ha az alaplapok szabályosak és a háromszögek egyenlő oldalúak, akkor az antiprizma félig szabályos test.

antiszimmetrikus mátrix

Lásd ferdén szimmetrikus mátrix.

antiszimmetrikus reláció

Az *S* halmazon értelmezett $\sim$kétváltozós reláció **antiszimmetrikus**, ha bármely $a, b \in S$ esetén $a \sim b$ és $b \sim a$ maga után vonja, hogy $a = b$. Például, a $\leq$ reláció az egész számok halmazán antiszimmetrikus. (V. ö. aszimmetrikus reláció.)

apogeum

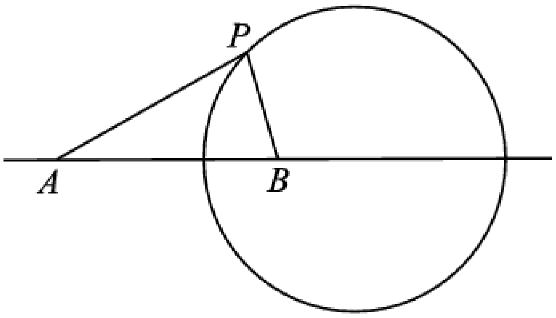
Lásd apszis.

Apollóniosz

(I. e. 262–i. e. 190) Görök matematikus, akinek a *A kúpszeletek* című könyve egészen a modern időkig a legfontosabb munka volt az ellipszisről, a paraboláról és a hiperboláról. őtőle származik az az ötlet is, hogy a bolygók mozgása **epiciklikusokkal** írható le. Eukleidésszel és Arkhimédésszel együtt a görög matematika aranykoraként ismert i. e. harmadik századot lefedő időszak kiemelkedő matematikusai voltak.

Apollóniosz-kör

Adott a síkban két pont, *A* és *B*, illetve egy *k* pozitív valós állandó. Akkor azon *P* pontok halmaza a síkban, melyekre $AP/PB = k$ teljesül, az **Apollóniosz-kör**. A $k = 1$ értékre egyenest kapunk, így ezt az értéket vagy ki kell zárnunk, vagy ebben az összefüggésben az egyenest a kör speciális esetének kell tekintenünk. Az ábrán $k = 2$.



a posteriori

Olyan igazság, amely nem ismerhető meg tapasztalás nélkül, azaz nem vezethető le elfogadott definíciókból a logika segítségével. Például a newtoni mozgástörvények a testek megfigyelt viselkedését írják le, nem pedig elvekből vezetik le azokat, ahhoz hasonlóan, ahogyan például a kockadobás lehetséges eredményeinek valószínűségei levezethetők.

aposzteriori eloszlás

Lásd apriori eloszlás.

aposzteriori valószínűség

Lásd apriori valószínűség.

approximációelmélet

A numerikus analízisnek az a területe, amely azzal foglalkozik, hogy hogyan lehet az F függvényhez egy egyszerűbben számolható f függvényt találni, amelynek megközelítőleg azonosak az értékei az adott F függvényéivel $\mathcal{D}F$ valamely adott részhalmazán. így a jobban kezelhető f függvényen hajtjuk végre az elemzést tudván, hogy az eltérés kicsi lesz.

a priori

Tapasztalatok nélkül megismerhető, azaz olyan igazság, mely logikailag levezethető előre lefektetett definíciókból. Például az egyes pontszámok valószínűsége egy szabályos kockával végzett dobások esetén kiszámolható a kimenetelek egyenlő valószínűségének elvéből.

apriori eloszlás

Egy paraméterhez társított eloszlás azelőtt, hogy bizonyos adatokkal rendelkeznénk. Az **aposzteriori valószínűség** pedig a paraméterhez az adatok megszerzése után hozzárendelt valószínűség. Ezután apriori eloszlásnak tekinthető, amíg további adatokhoz nem jutunk.

apriori valószínűség

Egy eseményhez rendelt valószínűség, mielőtt még bizonyos adatokkal rendelkeznénk. Az **aposzteriori valószínűség** pedig az eseményhez az adatok megszerzése után hozzárendelt valószínűség. Az aposzteriori valószínűség a Bayes-tétel segítségével számítható ki. Ezután apriori valószínűségnek tekinthető, amíg további adatokhoz nem jutunk.

apszis

A pálya olyan pontja, ahol a test a rádiuszvektorra merőleges irányban mozog. Az olyan ellipszispálya, melynek egyik fókuszpontjában található a vonzócentrum, két apszissal rendelkezik: ezek azok a pontok, ahol a test a legközelebb, illetve a legtávolabb van a vonzócentrumtól. Ha a vonzócentrum a Nap, akkor ezt a két pontot **perihéliumnak** és **aféliumnak** nevezik. Ha a vonzócentrum a Föld, akkor a pontok neve **perigeum** és **apogeum**.

arab szám

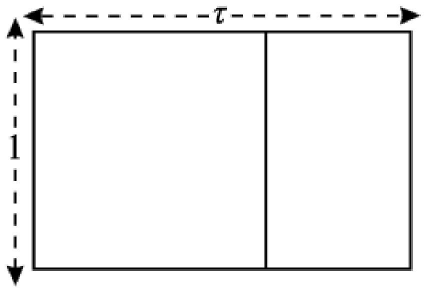
Lásd számjegy.

arány

Két szám vagy mennyiség hányadosa, amely megadja viszonylagos méretüket. Az *x* mennyiség *y*-hoz viszonyított arányát $x:y$-nak írjuk, és változatlan marad, ha mindkét mennyiséget ugyanazzal a mennyiséggel szorozzuk vagy osztjuk. Tehát $2:3$ ugyanannyi, mint $6:9$ és $1:\frac{3}{2}$. Ha az arány $1:a$ alakban van kifejezve, **egységaránynak** vagy (ha a nevező egész szám) **törzstörnek** nevezzük. Ezzel az alakkal sokkal könnyebb az arányok összehasonlítása.

aranymetszés

Azt mondjuk, hogy egy szakaszt az **aranymetszés** arányában osztunk két részre, ha az egész szakasz hossza úgy aránylik a nagyobbik szakaszhoz, mint a nagyobbik szakasz a kisebbikhez. Tehát ha a kisebbik rész hosszát egységnyinek tekintjük, és a nagyobbik hosszát τ-val jelöljük, akkor $(\tau+1)/\tau=\tau/1$. Innen azt kapjuk, hogy $\tau^2-\tau-1=0$, ahonnan $\tau=\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})\approx 1,6180$. A τ számot az aranymetszés arányának nevezzük. Történetileg fontos szerepe van az aranymetszésnek, például úgy tekintették (és pszichológiai vizsgálatokkal is alátámasztották), hogy az a téglalap, melynek oldalaira fennáll ez az arány, különlegesen kellemes alakú. Megvan az a tulajdonsága, hogy levágva belőle egy négyzetet, olyan téglalapot kapunk, melyek oldalaira szintén ez szintén teljesül.



arányos osztás

1. **(vektorokra)** Legyen *A* és *B* két pont, amelyet az ***a*** és a ***b*** helyvektor definiál, *P* pedig az *A* és *B* ponton átmenő egyenesnek az a pontja, amelyre $AP:PB=m:n$, ahol $m,n\in\mathbb{R}; m\neq -n$. Akkor *P* helyzetvektora az a ***p*** vektor, amelyet **arányos osztással** határozunk meg:

   $$\mathbf{p}=\frac{1}{m+n}(m\mathbf{b}+n\mathbf{a}).$$

   Megválaszthatjuk *m* és *n* értékét úgy, hogy $m+n=1$ legyen, ekkor – továbbra is az eredeti jelöléseket megtartva – $AP:PB=k:1-k$, és így azt kapjuk, hogy $\mathbf{p}=(1-k)\mathbf{a}+k\mathbf{b}$.

2. **(a síkon)** Ha az *A* és *B* pont Descartes-féle koordinátái (x_1,y_1) és (x_2,y_2), *P* pedig az *A* és *B* pontokon átmenő egyenesnek az a pontja, amelyre $AP:PB=m:n$, ahol $m,n\in\mathbb{R}; m\neq -n$, akkor *P* koordinátáit **arányos osztással** így határozhatjuk meg:

   $$\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\frac{my_2+ny_1}{m+n}\right).$$

   Ha a *P* pont az egyenesnek olyan pontja, amelyre $AP:PB=k:1-k$, akkor koordinátái $((1-k)x_1+kx_2,(1-k)y1+ky_2)$.

3. **(a háromdimenziós térben)** Végül, ha *A* és *B* két pont a háromdimenziós térben, amelynek Descartes-koordinátái (x_1,y_1,z_1) és (x_2,y_2,z_2), *P* pedig az *A* és *B* pontokon átmenő egyenesnek az a pontja,

amelyre $AP : PB = m : n$, ahol $m, n \in \mathbb{R}; m \neq -n$, akkor *P* koordinátáit **arányos osztással** határozhatjuk meg:

$$\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}, \frac{mz_2 + nz_1}{m+n} \right).$$

Ha a *P* pont az egyenesnek olyan pontja, amelyre $AP : PB = k : 1 - k$, akkor koordinátái $((1-k)x_1 + kx_2, (1-k)y_1 + ky_2), (1-k)z_1 + kz_2)$.

arányosság

Ha az *x* és *y* mennyiséget az $y = kx$ egyenlet kapcsolja össze, ahol *k* egy állandó, akkor azt mondjuk, hogy *y* (**egyenesen**) **arányos** *x*-szel, amit így is írhatunk: $y \propto x$. A *k* állandó az **arányossági tényező**. Azt is mondjuk, hogy *y* *x*-szel **arányosan változik**. Ha ábrázoljuk az (x, y) párokat, origón átmenő egyenest kapunk.

Ha $y = k/x$, akkor *y* **fordítottan arányos** *x*-szel. Ezt úgy írjuk, hogy $y \propto 1/x$, és azt mondjuk, hogy *y* **fordítottan változik** *x*-szel.

arányossági tényező

Lásd arányosság.

arányskála

Lásd intervallumskála.

arányskála (statisztikában)

Olyan skála, amelynek van nullapontja és amelynek segítségével arányokat hasonlíthatunk össze. Tehát a tárgyak hossza egy arányskálán változik, és egy oldal lehet kétszer olyan hosszú, mint amilyen széles, de a hőmérsékleti skála nem ilyen, mert a nulla önkényesen választható meg és a „kétszer olyan meleg” nem értelmes kijelentés. Míg az idő nem arányskálán mérhető, az adott feladat elvégzéséhez szükséges időtartam hossza igen.

arccos, arccsc, arcctg, arcsec, arcsin, arctg

Lásd trigonometrikus függvények inverze.

arch, arcsh, arcth, arsch, arsh, arth

Lásd hiperbolikus függvények inverze.

area függvények

Lásd hiperbolikus függvények inverzei.

arg

Egy komplex szám argumentumának rövidítése és jelölése.

Argand, Jean Robert

(1768–1822) Svájci születésű matematikus, Gausshoz hasonlóan kitalált egy módszert a komplex számok geometriai ábrázolására. Ez magyarázza az Argand-diagramm elnevezést.

Argand-diagramm

Lásd komplex számsík.

argumentum

Tegyük fel, hogy a nullától különböző z komplex számot a *P* pont ábrázolja a komplex síkon. A *z* komplex szám **argumentuma** (jelölésben $\arg(z)$) az a ϑ szög (radiánban), amit az *OP* egyenes zár be a pozitív valós tengellyel, és ami akkor pozitív, ha a valós tengelytől az óramutató járásával ellentétes irányban mérjük. Éppúgy, mint a polárkoordinátás megadásnál, a ϑ imnter… $\arg(z)$ …ól. Szok… hogy a ϑ szöget úgy választják meg, hogy $-\pi < \arg(z) \leq \pi$. Néha pedig $\arg(z)$ jelenti $\vartheta + 2n\pi$ bármelyikét, ahol *n* tetszőleges természetes szám. Ebben az esetben a speciális $\arg(z)$-t, amelyik a $[0, 2\pi)$ vagy $(-\pi, \pi]$ intervallum közül a megállapodás szerint kitüntetettbe, tehát $[0, 2\pi)$-be vagy $(-\pi, \pi]$-be esik, **főértékének** nevezzük.

Arisztarkhosz

(I. e. 270 körül) Görög csillagász, aki arról híres, hogy ő volt az első, aki azt állította, hogy a Föld forog és kering a Nap körül. A csillagászatot matematikailag közelítette meg, és geometriai módszereket használt ahhoz, hogy kiszámolja a Nap és a Hold egymáshoz viszonyított méretét, valamint azok egymáshoz viszonyított távolságát a Földtől.

Arisztotelész

(I. e. 384–i. e. 322) Görög filozófus, aki a formális logikán való munkálkodásán keresztül járult hozzá a matematikához.

aritmetika

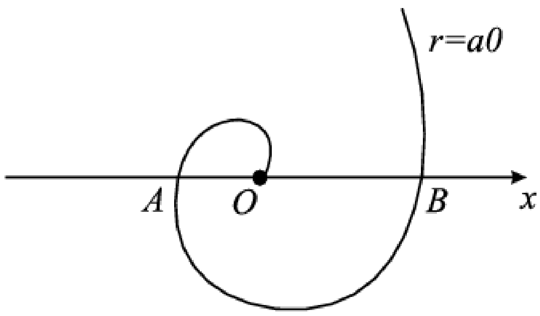
A matematikának az a területe, amely a numerikus számításokkal foglalkozik, azon belül is csak az összeadás, kivonás, szorzás, osztás és egyszerű hatványozás elemi műveleteivel.

Arkhimédész

(i. e. 287 – i. e. 212) Görög matematikus, akit minden idők egyik legnagyobb matematikusának tartanak. Nagy mértékben hozzájárult a geometriához, felfedezte, hogyan lehet meghatározni például a gömb felszínét és térfogatát, és a parabola íve alatti területet. A hidrosztatikával és egyensúllyal kapcsolatos munkája is alapvető volt. A legfigyelemreméltóbb munkáját, *A módszer* címűt 1906-ban újra megtalálták. Vagy kiáltotta, vagy nem, hogy „Heuréka!” és meztelenül végigfutva az utcákon, de minden bizonnyal egy római katona ölte meg Szirakúza ostrománál, véget vetve ezzel a matematika egy korszakának.

arkhimédészi spirális

Az a görbe, amelynek polárkoordinátás egyenlete $\sim$, ahol $a > 0$ konstans. Az ábrán $\Phi = \Phi^*$ és így $OB = 2OA$.



arkhimédészi test

Lásd félig szabályos test.

Arkhimédész módszere

Vegyünk egy kört. A belé írt és a köré írt *n*-oldalú sokszögek területe vagy kerülete két sorozatot ad, az első összes tagja alábecsüli a kör területét, a második sorozat összes tagja pedig felülbecsüli. Ez lehetővé teszi, hogy a sokszögekből eredő számolásokkal felső és alsó határokat adjunk meg a kör területére.

Āryabhata

(kb. 476–550) Indiai matematikus, az egyik legrégebbi indiai matematikai írás szerzője. Az *Āryabhatīya* versben foglalja össze a számításokra és mérésekre vonatkozó különféle szabályokat. Foglalkozik például egyes síkbeli alakzatok területével, a π szám értékével és a számtani sor összegzésével. Tartalmaz egy szinusztáblázattal egyenértékű táblázatot is, amely a görögök által használt egész húrral ellentétben a fél húron alapul.

ASCII

Az „American Standard Code for Information Interchange” kifejezés (információcserére szolgáló szabványos amerikai kód) rövidítése. Olyan bináris kód, amelyet a karakterek megjelenítésére használnak például képernyőkön, nyomtatókon, stb.

a statisztika tudománya

A szó hétköznapi értelmében **statisztikáról** beszélünk, amikor valamely területről kvantitatív adatokat gyűjtünk, rendszerint azzal a céllal, hogy összehasonlítsák bizonyos testületek teljesítményét, vagy hogy tájékoztassák a nyilvánosságot, amely adatokat azután különféle statisztika módszerekkel lehet tanulmányozni. Vesd össze statisztika.

a számelmélet alaptétele

Az elemi számelmélet keretein belül bebizonyítható az alábbi tétel.

Tétel. Bármely 1-nél nagyobb pozitív egész szám a sorrendtől eltekintve egyértelműen írható fel prímszámok szorzataként.

A tetszőleges $n > 1$ egész szám tehát egyértelműen felírható $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_r^{\alpha_r}$ alakban, ahol $p_1 < p_2 < \ldots < p_r$ prímszám és $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_r$ pozitív egészek. Ezt a felírást az *n* szám **prímtényezős alakjának** (vagy felbontásának) hívjuk. Például $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$.

aszimmetrikus

Egy síkbeli alakzat **aszimmetrikus**, ha sem egyenesre nézve, sem pontra nézve nem szimmetrikus.

aszimmetrikus reláció

Az *S* halmazon értelmezett $\sim$ kétváltozós reláció **aszimmetrikus**, ha bármely $a, b \in S$ esetén $a \sim b$ teljesülése maga után vonja, hogy $b \nsim a$. Például az egész számok halmazán értelmezett $<$ rendezési reláció aszimmetrikus. (Vesd össze az antiszimmetrikus reláció definíciójával.)

aszimptota

Az *l* egyenes egy görbének **aszimptotája**, ha a görbének a koordináta-rendszer kezdőpontjától távolodó *P* pontja egyre közelebb kerül az *l* egyeneshez, és a görbe *P*-beli meredeksége szintén egyre közelebb kerül az *l* egyeneséhez. A pont az egyenest közelítheti az egyik oldalról is, de az is előfordulhat, hogy a görbe az egyenest újra és újra átmetszi. Vegyük a következő példákat

$$\text{(i) } y(x) := \frac{x+3}{(x+2)(x-1)}, \quad \text{(ii) } y(x) := \frac{3x^2}{x^2+x+1}, \quad \text{(iii) } y(x) := \frac{x^3}{x^2+x+1}.$$

Az (i) példában szereplő függvénynek az $x = -2$ és $x = 1$ egyenletű egyenes függőleges, az $y = 0$ egyenes pedig vízszintes aszimptotája. A (ii) példában szereplő függvénynek nincs függőleges aszimptotája, viszont az $y = 3$ egyenes vízszintes aszimptotája. Végül vizsgáljuk meg az utolsó példát, amit felírhatunk az

$$y(x) = x - 1 + \frac{1}{x^2+x+1}$$

alakban is. Ekkor látható, hogy az $l(x) = x - 1$ egy **ferde aszimptota**: se nem függőleges, se nem vízszintes.

aszimptotikusan egyenértékű függények

Egy függvénypárt **aszimptotikusan egyenértékűnek** mondunk, ha végtelenül közel kerülnek egymáshoz, amikor argumentumuk tart egy bizonyos értékhez, gyakran végtelenhez. Pontosabban, az *f* függvény aszimptotikusan egyenlő a *g* függvénnyel az α helyen, ha $\lim_\alpha \frac{f-g}{g} = 0$, jelben: $f \sim_\alpha g$.

aszimptotikus sor

Az $s_n(x) := a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \cdots + \frac{a_n}{x^n}$ (esetleg: divergens) függvénysort az *f* függvény **aszimptotikus sorának** hívjuk, ha

$$\lim_{|x| \to +\infty} x^n (f(x) - s_n(x)) = 0$$

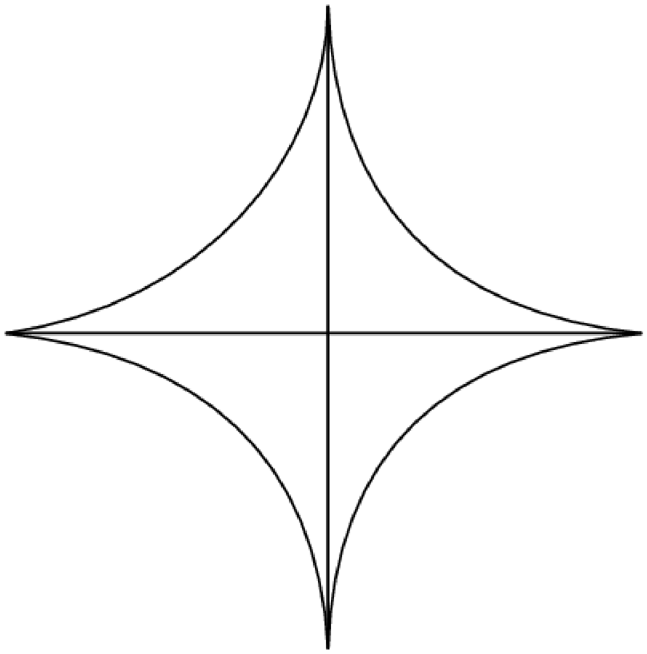
bármely $n \in N$ esetén.

asszociatív

Az *S* halmazon értelmezett $\circ$ kétváltozós művelet **asszociatív**, ha minden $a, b, c \in S$ -re $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$ teljesül.

asztroid

Olyan hipociklois, amelyben a gördülő kör sugara negyede a rögzített kör sugarának. Paraméteres alakja $x(t) = a \cos^3(t), \quad y(t) = a \sin^3 t \ (t \in [0, 2\pi))$, ahol $a \in \mathbb{R}+$ a rögzített kör sugara.



a szűk keresztmetszet problémája

Feltételes optimalizálási problémák olyan osztálya, amely hálózati folyamokra vonatkozó megszorításokat tartalmaz.

a teljes indukció elve

Lásd teljes indukció.

átellenes pontok

A gömb egy átmérőjének két végpontja.

átfogó

Derékszögű háromszögben a derékszöggel szemközti oldal.

Atiyah, Michael Francis

(1929–) Brit matematikus, aki jelentősen hozzájárult a topológiához, a geometriához, az analízishez, az algebrai varietások transzcendens elméletéhez, a differenciáloperátorokhoz és a kvantumtér-elmélethez. 1966-ban elnyerte a Fields-érmet, és 2004-ben az Abel-díjat.

átlag

Az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok **átlaga**

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}.$$

Leggyakrabban ezt használják átlagként. **Számtani középnek** is nevezik, hogy megkülönböztessék az alábbi közepektől. Ha minden a_i számhoz tartozik egy w_i (általában nemnegatív) súly, akkor e számok súlyozott közepe vagy **súlyozott átlaga**

$$\frac{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \cdots + w_n a_n}{w_1 + w_2 + \cdots + w_n},$$

(feltéve, hogy a nevező nem nulla). Az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ nemnegatív számok **mértani közepe** $\sqrt[n]{a_1 a_2 \ldots a_n}$. Az *a* és *b* nemnegatív számok *m*-mel jelölt számtani közepe $\frac{1}{2}(a+b)$-vel egyenlő, és a, m, b számtani sorozatot alkot. E két szám mértani közepe pedig $g := \sqrt{ab}$, és *a,g,b* mértani sorozatot alkot. Például 3 és 12 számtani közepe $7\frac{1}{2}$, mértani közepe 6. Egy elemi algebrai tétel szerint az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ nemnegatív számok számtani közepe mindig nagyobb vagy egyenlő, mint a mértani közepük, azaz

$$\frac{1}{n}(a_1 + a_2 + \cdots + a_n) \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \ldots a_n}.$$

Az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ pozitív számok **harmonikus közepe** az a *h* szám, melyre $1/h$ az $1/a_1, 1/a_2, \ldots, 1/a_n$ számok számtani közepe, azaz

$$h := \frac{n}{(1/a_1) + \cdots + (1/a_n)}.$$

Az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ pozitív számok harmonikus közepe mindig kisebb vagy egyenlő, mint a mértani közepük (illetve a számtani közepük). E három mennyiség között az egyenlőség pedig pontosan akkor áll fenn, ha az összes szám egyenlő egymással.

A statisztikában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ megfigyelések

$$\bar{x} := \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

átlagát **mintaátlagnak** nevezzük. A mintaátlag használható a várható érték becslésére.

átlagok törvénye

Hamis érvelés, mely szerint egy esemény nagyobb valószínűséggel fordul elő egy olyan megfigyeléssorozat után, ahol nem vagy ritkán szerepelt. Például, ha egy pénzérmét hatszor feldobva ötször dobtunk fejet és csak egyszer írást, akkor az ’átlagok törvénye’ azt sugallná, hogy a következő dobás nagyobb valószínűséggel lesz írás, mint fej.

átlagos abszolút eltérés

Az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ minta esetén, ha a mintaátlag $\bar{x}$, az **átlagos abszolút eltérés**

$$\frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}.$$

Ez jellemzi a szóródást, de ritkán használják.

átlagos eltérés

Lásd átlagos abszolút eltérés.

átlagos négyzetes eltérés

Az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ minta esetén, ha a mintaátlag $\bar{x}$, az **átlagos négyzetes eltérés** a minta második centrális momentuma, azaz

$$\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n},$$

ami nem más, mint az empirikus szórásnégyzet, vagyis a szórásnégyzet becslése a minta alapján.

átlagos négyzetes hiba

A ϑ paraméter *X* becslésének átlagos négyzetes hibája $E((X - \vartheta)^2)$. Ha *X* torzítatlan becslés, akkor ez éppen *X* szórásnégyzetével egyenlő (lásd várható érték, szórásnégyzet).

átlagsebesség

A teljes kitérésvektor osztva az eltelt idővel.

átlagsebesség

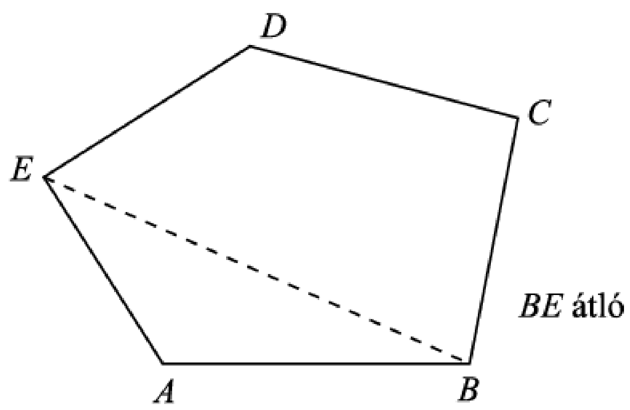
Az az állandó sebességérték, amivel változtatva a mennyiséget egy intervallumon belül a ténylegesen megfigyelt megváltozást kapnánk. Például, egy kocsi pillanatnyi sebessége az utazás során változhat, viszont az átlagsebesség a megtett út és az eltelt idő hányadosával egyenlő.

átlagsebesség nagysága

A teljes megtett távolság osztva az eltelt idővel.

átló

A sokszög két olyan csúcsát összekötő egyenesszakasz, amelyeket oldalél nem köt össze.



Konvex sokszög minden átlója a sokszögön belül halad.

átmenetvalószínűségi mátrix

Lásd Markov-lánc.

átmérő

Kör vagy szimmetrikus kúpszelet **átmérője** minden középponton átmenő egyenes. A kifejezést alkalmazhatjuk a gömbre és szimmetrikus másodrendű felületekre is.

A kör és a gömb esetében az átmérőegyenesek körbe, illetve gömbbe eső szakaszai mind egyenlő hosszúak, ezt a hosszat szintén szokás a kör vagy a gömb átmérőjének hívni, és ez egyenlő a sugár kétszeresével.

átrendezés

Egy halmaz elemeinek olyan elhelyezése, ahol az elemek együttesen ugyanazokat a helyeket foglalják el, de az egyes elemek nem szükségszerűen ugyanazon a helyen vannak.

áttétel

Lásd egyszerű gép.

atto-

SI mértékegységek előtagjaként a 10^{-18} számmal való szorzást jelöli.

átvált

Egy mennyiség mértékegységét vagy alakját megváltoztatja. Például 180° ugyanaz, mint π radián.

autokorreláció

Ha $\{x_i\}$ megfigyelések sorozata, akkor az (x_i, x_{i+1}) párok korrelációs együtthatója az **eggyel késleltetett autokorrelációs együttható**, míg az (x_i, x_{i+k}) pároké a **k-val késleltetett autokorrelációs együttható**. Azok a *k* értékek, amelyekre a korrelációs együttható nem elhanyagolhatóan kicsiny, fontos információt nyújthatnak az idősor alapvető szerkezetéről.

autokovariancia

Hasonló az autokorrelációhoz, de a sorozat és eltoltja közötti kovarianciát méri.

automorf függvény

Az *f* függvény a $D \subset \mathbb{C}$ halmazon **automorf** a transzformációk egy *G* csoportjával szemben, ha

1. *f* analitikus *D*-n, kivéve esetleg a pólusokat;
2. minden $T \in G$ transzformációra igaz, hogy ha $z \in D$, akkor $T(z) \in D$; végül pedig
3. $\forall z \in \mathbb{C}\ \forall T \in G\ f(T(z)) = T(f(z))$, azaz *f* minden transzformációval szemben invariáns.

automorfizmus

Egy halmaz elemeit önmagára képező kölcsönösen egyértelmű leképezés, vagyis amelynek értelmezési tartománya és értékkészlete ugyanaz. Például, az $x \to x+1$ függvény automorfizmus az $\mathbb{R}$ halmazon, de az $x \to \sin x$ függvény nem az.

autonóm differenciálegyenlet

Olyan differenciálegyenlet, amelyikben a független változó nem fordul elő explicit módon. Például a $\frac{dv(t)}{dt} = -kv(t)$ egyenlet autonóm, viszont a $\frac{dv(t)}{dt} = 3t^2 + 4t - kv(t)$ egyenlet nem az.

a várható nyereség maximalizálása

Ha egy döntési fán ismert az összes kifizetés, és ismert az összes kimenetel valószínűsége, akkor határozzuk meg a fajlagos várható nyereséget a **véletlen csomópontokban** a kifizetésekből kiindulva. Minden **döntési csomópontban** a játékos eldönti, hogy melyik döntés maximalizálja a fajlagos várható nyereséget.

A hasznossági függvény bevezetése továbbfejleszti ezt a fajta problémát azáltal, hogy felismeri, hogy ugyanazt a pénzösszeget különböző anyagi helyzetben lévő személyek különbözőképpen értékelik.

a virtuális munka elve

Egy statikai rendszer pontosan akkor van egyensúlyban, ha az adott helyzethez tartozó bármely virtuális munka zérus.

axióma

Olyan állítás, melynek igazságát nyilvánvalónak tekintjük vagy feltételezzük. A matematika egyes területeinek leírásakor kiválasztják axiómák egy halmazát és feltárják, hogy ezekből milyen eredmények vezethetők le, megadva a kapott tételek bizonyítását.

axiomatikus halmazelmélet

A halmazelmélet felépítése, amely (szemben a naiv halmazelmélettel) csak olyan tényeket használ föl a halmaz és az elem fogalmából, amelyeket axiómák meghatározott listájából kiindulva bizonyítani lehet elkerülve a XIX. és a XX. század fordulója körül felmerült paradoxonokat, amilyen például a Russell-paradoxon.

axiomatikus rendszer

Minden olyan logikai rendszer, amely explicite kimondott axiómákból, és azokból levezetett tételekből áll.

az algebra alaptétele

Az **algebra alaptételének** nevezzük a következő fontos matematikai tételt, amely a polinomok gyökeivel kapcsolatos:

Tétel. Minden

$$a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0 = 0$$

polinomiális egyenletnek, ahol az a_i-k valós vagy komplex számok és $a_n \neq 0$, van komplex gyöke.

Ebből következik, hogy ha $f(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0$, akkor léteznek olyan (nem feltétlenül különböző) $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ komplex számok, melyekre

$$f(z) = a_n(z - \alpha_1)(z - \alpha_2)\ldots(z - \alpha_n)$$

teljesül. így az $f(z) = 0$ egyenletnek legfeljebb *n* különböző gyöke lehet.

az aritmetika alaptétele

Lásd a számelmélet alaptétele.

az egyenletes gyorsulás mozgásegyenletei

Egyenes vonal mentén állandó *a* gyorsulással mozgó részecske mozgását leíró egyenletek. (Ezt a mozgást nevezik egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgásnak.) Legyen *u* a kezdősebesség, *v* a végsebesség, *t* az eltelt idő és *s* a kiindulási ponttól való kitérés! Ekkor

$$v = u + at, \quad s = ut + \frac{1}{2}at^2, \quad s = \frac{1}{2}(u + v)t, \quad v^2 = u^2 + 2as$$

Ezek az egyenletek alkalmazhatók egy olyan részecskére, mely a földfelszín közelében a gravitáció hatására zuhanó mozgást végez. Ha a pozitívnak tekintett irány lefelé mutat, akkor $a = g$. Ha egy részecskét függőlegesen felfelé hajítunk el a talajról, akkor érdemes lehet a felfelé mutató irányt tekinteni pozitívnak, és ekkor $a = -g$.

az energiamegmaradás elve

Lásd energiamegmaradás.

az impulzusmegmaradás elve

Lásd impulzusmegmaradás.

azonos eloszlású

Valószínűségi változók egy halmaza **azonos eloszlású**, ha egyforma az eloszlásuk.

azonosság

Olyan egyenlet, amelynek két oldala a bennük előforduló változók minden értékére megegyezik. Példa azonosságra $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ vagy $x(x - 1)(x - 2) = x^3 - 3x^2 + 2x$. Ilyen esetekben néha az = jel helyett a $\equiv$ szimbólum is használatos.

azonosság verifikálása

Egy egyenlőség két oldalán álló kifejezések mechanikus átalakítása az alapműveletek (vagy akár derivlálás) segítségével az azonosság megállapítása végett.

az utazó ügynök problémája

(gráfelmélet) Az utazó ügynök problémája hasonló a minimális súlyozott feszítő fa keresésének feladatához, de itt az ügynök az út végén vissza szeretne térni a kiindulási pontjához, tehát lényegében egy zárt séta megtalálása a cél, amely minden ponton áthalad, és minimalizálja a megtett út hosszát. A gyakorlatban előfordulhatnak olyan furcsa esetek is, amikor a leghatékonyabb bejárás tartalmaz például egy $A \to B \to A$ utazást is, ez a helyzet olyankor, ha *B*-ből nehezebb bárhová máshová eljutni. Az utazó ügynök problémája lényegesen leegyszerűsödik, ha kikötjük, hogy minden pontot pontosan egyszer látogassunk meg – ilyenkor a probléma egy minimális összhosszú Hamilton-kör megtalálásával egyenértékű. Az utazó ügynök problémájának megoldására nem ismert általános algoritmus, de könnyű találni egy felső korlátot – bármelyik olyan utazás összhossza, amelyik a feltételeket teljesíti, felső korlát szerepét játszhatja. A legkisebb felső korlát például a következő érveléssel kapható meg: Ha találtunk egy minimális összefüggő utat $n - 1$ ponthoz, és ha ehhez hozzávesszük a legrövidebb utat azok közül, amelyek az *n*-edik pontból valamelyik két $n - 1$-edikhez vezetnek, akkor az összhossz olyan alsó korlátot ad, amelyik pontosan akkor lesz a minimális távolság, ha az így megszerkesztett gráf Hamilton-kör.

2. B

B

A 11-es szám tizenhatos (hexadecimális) számrendszerben.

Babbage, Charles

(1791–1871) Angol matematikus, a mechanikus számológépek feltalálója. Az ő általa megtervezett „differenciamotor” polinomokkal számolt volna, az „analitikus motor” pedig mechanikusan végezte volna el a matematikai műveleteket, felhasználva számos, a mai számítógépek konstrukciójában is szerepet játszó lényeges tulajdonságot, de a terv a támogatások hiánya és a kor technológiai színvonala miatt kivitelezetlen maradt. A differenciamotort végül a XX. század végén megépítették, képes volt 31 jegy pontossággal – tehát a zsebkalkulátoroknál pontosabban – számolni.

bájt

Egy nyolcelemű bitsorozat, melyet a számításban egyetlen karakter kódjaként használunk.

bal- és jobboldali derivált

Ha az *f* valós függvény esetében a

$$\lim_{h\to 0-}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

határérték létezik és véges, akkor ezt az *f* függvény *a* pontbeli bal oldali deriváltjának nevezzük. Hasonlóan, ha

$$\lim_{h\to 0+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

létezik, akkor ez az *f* függvény *a* pontbeli jobb oldali deriváltja. (Lásd bal oldali és jobb oldali határérték.) Az *f* függvény pontosan akkor deriválható *a*-ban, ha e két határérték létezik és egyenlő. Az $f(x)=|x|$ függvény példa olyan függvényre, melynél mindkét egyoldali határérték létezik és véges, de nem egyenlők egymással. A 0-ban a bal oldali derivált -1-gyel, a jobb oldali derivált $+1$-gyel egyenlő, így e függvény a 0 pontban nem deriválható.

bal oldali

Legyen *a* az *f* függvény $\mathcal{D}f$ értelmezési tartományának bal oldali torlódási pontja, azaz legyen torlódási pontja a $\mathcal{D}f\cap]-\infty,a[$ halmaznak. Akkor mondjuk, hogy az *f* függvénynek az *a* pontban létezik bal oldali határértéke, ha az *f* függvény $\mathcal{D}f\cap]-\infty,a[$ halmazra vett leszűkítésének létezik az *a* pontban határértéke. Ezt a határértéket az *f* függvény *a* helyen vett bal oldali határértékének nevezzük, és az alábbi jelek valamelyikével jelöljük: $f(a-0)$, $f(a-)$, $\lim_{a+0} f$, $\lim_{x\to a+0} f(x)$. Ez a fogalom különösen fontos, ha *f* nem folytonos az *a* pontban, azaz ha nem létezik egyik oldali határértéke, vagy a jobb oldali és a bal oldali határértéke különbözik. Vö.: jobb oldali.

baloldali derivált

Lásd bal- és jobboldali derivált.

bal oldali és jobb oldali határérték

Azt mondjuk, hogy az *f* függvény **bal oldali** határértéke az *a* pontban *l*, ha minden $\varepsilon>0$ számhoz létezik olyan $\delta>0$ szám, hogy $a-\delta<x<a$ esetén $l-\varepsilon<f(x)<l+\varepsilon$ teljesül. Ezt a következőképpen jelöljük: $f(x)\to l$, ha $x\to a-$ vagy

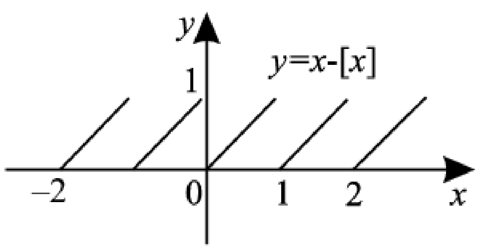
$$\lim_{x\to a-} f(x)=\lim_{a-} f=l.$$

Hasonképpen értelmezhető az *f* függvény **jobb oldali** határértéke az *a* pontban, melynek jelölése $f(x)\to l$, ha $x\to a+$ vagy

$$\lim_{x\to a+} f(x)=l.$$

Definíció szerint ez akkor teljesül, ha minden $\varepsilon>0$ számhoz van olyan $\delta>0$ szám, hogy $a<x<a+\delta$ esetén $l-\varepsilon<f(x)<l+\varepsilon$. Például az $f(x)=x-[x]$ függvénynél

$$\lim_{x\to 1-} f(x)=1 \quad \text{és} \quad \lim_{x\to 1+} f(x)=\lim_{1+} f=0.$$



balról

Lásd alulról.

balról való szorzás

Amikor az ***A*** és a ***B*** mátrixok $\mathbf{AB}$ szorzatát határozzuk meg (lásd mátrixok szorzása), akkor azt mondjuk, hogy ***B***-t **balról szorozzuk *A***-val.

balsodrású rendszer

Lásd jobbsodrású rendszer.

Banach, Stefan

(1892–1945) Lengyel matematikus, aki a funkcionálanalízis néven ismert témakör egyik megalapozója volt. Számos későbbi munkát inspirált az ő 1932-ben írt cikkében kifejtett elmélet.

barátságos számok

Olyan számpárok, amelyek rendelkeznek azzal a tulajdonsággal, hogy az egyik szám valódi pozitív osztóinak összege egyenlő a másik számmal és viszont. Például, 220 és 284 barátságos számok, mivel 220 pozitív osztói *1,2,4,5,10,11,20,22,44,55* és 110, ezek összege 284, illetve 284 pozitív osztói $1, 2, 4, 71$ és a 142, ezek összege 220.

Ezeket a – már a püthagoreusok számára is ismert – számokat a barátság jelképeként használták. Az 17296 és 18416 barátságos számokat Fermat fedezte fel, Euler pedig egy 64 párt tartalmazó listát készített. 1867-ben egy 16 éves olasz fiú, B. N. I. Paganini, megtalálta – az Euler figyelmét elkerülő – második legkisebb barátságos számpárt: ez 1184 és 1210. Napjainkban több, mint 10 millió ilyen pár ismeretes. Eddig még nem tisztázták, hogy vajon végtelen sok barátságos számpár létezik-e.

Barrow, Isaac

(1630–1677) Angol matematikus, akinek az érintő keresésére vonatkozó, 1670-ben publikált módszere alapvetően ma is használatos a differenciálszámításban. Talán ő volt az első, aki tisztán látta, hogy az érintő keresése és a görbe alatti terület meghatározása egymásnak inverze. Amikor visszavonult cambridge-i tanszékéről, Barrow javaslatára Newton vette át helyét.

Bayes, Thomas

(1702–1761) Angol matematikus, a valószínűségszámításban végzett munkájáról nevezetes, mely az ő nevét viselő tételen alapuló statisztikai következtetések módszeréhez vezetett. A témára vonatkozó dolgozata csak a halála után, 1763-ban jelent meg.

Bayes-féle

Olyan megközelítés, ahol az apriori eloszlást a kísérlet kimenetelének fényében módosítjuk.

Bayes-tétel

A következő tétel az aposzteriori valószínűség kiszámítására vonatkozik.

Tétel. Legyenek $A_1, A_2, \ldots, A_k$ olyan egymást kölcsönösen kizáró események, amelyek uniója az egész eseménytér, és legyen *B* olyan esemény, amelyre $P(B) \neq 0$. Ekkor

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{P(B|A_1)P(A_1) + \cdots + P(B|A_k)P(A_k)}.$$

Legyen például az A_1 esemény egy olyan érmével való dobás, amelyen két fej van, az A_2 esemény pedig legyen egy normális érmével való dobás. Tegyük fel, hogy az egyik érmét véletlenszerűen kiválasztjuk, vagyis

$P(A_1) = \frac{1}{2}$ és $P(A_2) = \frac{1}{2}$. Legyen a *B* esemény az, hogy a (kiválasztott) érmén „fej” lesz. Ekkor $P(B|A_1) = 1$ és $P(B|A_2) = \frac{1}{2}$. Tehát

$$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1)P(A_1)}{P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2)} = \frac{1 \times \frac{1}{2}}{1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{2}{3},$$

ami azt jelenti, hogy ha a dobás eredménye (az érme kiválasztása után) „fej” lett, akkor annak a valószínűsége, hogy azt azzal az érmével dobtuk, amelyiken két fej van: $\frac{2}{3}$. Itt a $P(A_i)$ számok az apriori valószínűségek, a $P(A_i|B)$ számok pedig az aposzteriori valószínűségek.

bázis

Egy vektortér vektorainak *S* halmaza **generátorrendszer**, ha a vektortér bármely vektora felírható ezen *S* halmazba tartozó vektorok lineáris kombinációjaként. Ha ráadásul az *S* halmazba tartozó vektorok lineárisan függetlenek, akkor *S* **bázis**. Bármely vektor **egyértelműen** írható fel valamely bázis elemeinek lineáris kombinációjaként. A háromdimenziós térben bármely három nem egy síkban lévő vektorokból álló $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}\}$ halmaz bázis, mivel bármely $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$ vektor egyértelműen felírható $\mathbf{p} = x\mathbf{u} + y\mathbf{v} + z\mathbf{w}$ alakban. A kétdimenziós térben (síkon), bármely két nem párhuzamos vektor is ilyen, és így bázis. Egy aktuális bázis bármely vektorát hívhatjuk **bázisvektornak**. Bármely *n* számú lineárisan független vektorból álló halmaz bázist alkot egy *n* (véges)-dimenziós vektortérben.

bázisidőszak

Bizonyos változók – amilyen például a kiskereskedelmi árindex – összehasonlításához használt időpont vagy időtartam. A bázisidőszakhoz tartozó értéket szokás 100-nak venni, és a további időszakok értékeit arányszámokkal fejezik ki, ha tehát az árak 17 %-kal emelkedtek, akkor az index értéke 117 lesz.

bázisvektor

Lásd bázis.

beavatkozási határok

Valamely termelési folyamatban az ellenőrző kártyán megadott szélső határok. Ha a megfigyelt érték ezeken a határokon kívülre esik, akkor valamilyen tevékenységet végre kell hajtani, gyakran újra kell indítani a gépet. Ha a folyamatban a szórás σ, a megcélzott várható érték μ, a minta elemszáma pedig *n,* akkor a szokásos beavatkozási határok: m^2.

becslés

A mintából számított, becslésre használt statisztika értéke. Ha a becslés egyetlen szám, akkor az **pontbecslés**, ha egy intervallum, mint például egy megbízhatósági intervallum, akkor pedig **intervallumbecslés**.

becslés

Az a folyamat, amelynek során egy populáció valamely paraméterének értékét a lehető legpontosabban igyekszünk meghatározásni egy alkalmas statisztika felhasználásával. A statisztika által egy adott mintából szolgáltatott érték neve magyarul szintén becslés.

beírt kör

Olyan kör, amely egy háromszög mindhárom oldalát belülről érinti. A kör középpontja a háromszög szögfelezőinek metszéspontja.

bejárható gráf

Lásd Euler-féle gráf.

beleír

Egy geometriai alakzat belsejébe úgy rajzol egy másikat, hogy vannak közös pontjaik, de a körülírt alakzatnak nincs közös része a másik külsejével.

belépő változó

Lásd szimplexmódszer.

Bellman optimalitási elve

Egy optimális út bármely része maga is optimális. Ez az egyike a dinamikus programozás alapelveinek, amely által egy ismert optimális út hossza lépésről-lépésre kiterjeszthető, amíg a teljes út ismertté nem válik.

belső

Lásd Jordan-féle görbetétel.

belső erő

Ha egy részecskékbol álló rendszert vagy egy merev testet önálló egésznek tekintünk, akkor az erre ható **belső erő** olyan erő, amelyet a rendszer egyik részecskéje fejt ki egy másik részecskéjére, vagy amelyet a merev test egyik része fejt ki egy másik részére. A rendszerre vagy a merev testre ható belső erők összege zérus. Vesd össze külső erő.

belső osztópont

Az *AB* szakasz egyenesének *E* pontja a szakaszt $1 : k$ arányban **osztó pont**, ha $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{EB}$, ahol $\overrightarrow{AB}$ az *A* és a *B* pontot összekötő irányított egyenesszakasz. Más szavakkal: az *E* pont *AB* szakasz $\frac{1}{1+k}$-adánál van, *A*-tól mérve. Az ilyen osztópontot **belső osztópontnak** is nevezhetjük. Vesd össze külső osztópont.

belső pont

A valós számegyenest tekintve, az *x* valós szám belső pontja a valós számok *S* részhalmazának, ha van olyan $\delta > 0$, melyre $(x - \delta, x + \delta) \subset S$.

belső szorzat

A skaláris szorzat általánosítása. Az $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$-vel jelölt belső szorzatra a következő tulajdonságok teljesülnek: disztributív az összeadásra, reflexív és $\langle \alpha\mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = \alpha\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$és $\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle = 0 \Rightarrow \mathbf{v} = \mathbf{0}$.

belső szög

Lásd egyenespár belső szöge, sokszög belső szöge.

belső szögfelező

Egy háromszög vagy sokszög belső szögét felező szakasz vagy egyenes.

benne van

Csábító azt mondani, hogy *x* „benne van” *S*-ben, amikor $x \in S$, és hogy *A* „benne van” *B*-ben, amikor $A \subset B$. Ahhoz, hogy megkülönböztessük ezt a két esetet célszerűbb azt mondani, hogy *x* „eleme” *S*-nek és *A* „részhalmaza” *B*-nek. Hasonlóan kétértelmű az is, ha a fentieket úgy fejezzük ki, hogy *S* tartalmazza *x*-et, és *B* tartalmazza *A*-t. Az első esetben ezért mondjuk inkább azt, hogy *S* „elemként tartalmazza” *x*-et.

Bernoulli-család

Egy Bázel városából származó család, melynek leszármazási vonalán kiemelkedő matematikusok és fizikusok voltak, köztük valóban nagyon fontosokkal. Legjobban ismert a testvérek közül Jakob (vagy Jacques), Johann (vagy Jean), és Johann fia, Daniel. **Jakob Bernoulli** (1654–1705) sokat dolgozott az éppen születőben lévő kalkuluson, de elsősorban arról nevezetes, hogy (halála után, 1713-ban publikált) *Ars conjectandi* című művével hozzájárult a valószínűségszámítás kezdeteihez. **Johann Bernoulli** (1667–1748) munkálkodása már határozottan a kalkuluson belül folyt: ő fedezte fel a l’Hospital-szabályt, és megfogalmazta a brachisztochronproblémát. Ezzel ő lett az egyik megalapítója a variációszámításnak. A következő generációban **Daniel Bernoulli** (1700–1782) volt az a családtag, aki (alkalmazott) matematikával foglalkozott: főleg hidrodinamikával.

Bernoulli-egyenlet

Legyen $I \subset \mathbb{R}$ nyílt intervallum, továbbá legyen *f* és *g* az *I* intervallumon értelmezett folytonos függvény, $n \in \mathbb{R}$ és tekintsük az $y'(x) + f(x)y(x) = g(x)y^n(x)$ **Bernoulli-egyenletet** a fölső, vagy alsó félsíkon. Használjuk a $z := y^{1-n}$ transzformációt, ekkor $z' = (1-n)y^{-n}y'$, és az eredeti egyenletet az $y^n(x)$ kifejezéssel végigosztva kapjuk, hogy $\frac{1}{1-n}z'(x) + f(x)z(x) = g(x)$. Ez az egyenlet, mint lineáris differenciálegyenlet megoldható. (Kizárható, hogy $n = 0, 1$, ezek az esetek ugyanis lineáris differenciálegyenletre vezetnek, így könnyen kezelhetők.)

Bernoulli-eloszlás

Az *X* diszkrét valószínűségi változó eloszlása **Bernoulli-eloszlás**, ha $P(X=0) = 1-p$ és $P(X=1) = p$. Ez másrészt a $B(1,p)$ binomiális eloszlás.

Bernoulli-kísérlet

Tekintsük független kísérletek egy sorozatát, melyek kimenetele minden egyes esetben vagy sikeres, vagy sikertelen úgy, hogy mindegyik ugyanazzal a *p* valószínűséggel sikeres. Ezeket a kísárleteket **Bernoulli-kísérleteknek** nevezzük. Az ilyenek sorozatában a sikeres kimenetelű kísérletek száma binomiális eloszlású. Az első sikeres kísérlet eléréséhez szükséges kísérletek száma geometriai eloszlású.

Bernoulli-számok

Az alábbi sorfejtésben szereplő $\frac{x^n}{n!}$ tagok együtthatóival definiálhatjuk őket.

$$\frac{x}{e^x - 1} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}\left(\frac{x^2}{2!}\right) - \frac{1}{30}\left(\frac{x^4}{4!}\right) + \frac{1}{42}\left(\frac{x^6}{6!}\right) + \dots$$

Vagyis ha $n = 1$, akkor a Bernoulli-szám $-\frac{1}{2}$, és nulla az összes páratlan *n* esetén. Az $n = 0, 2, 4, 6, \dots$ értékekre

$$1, \frac{1}{6}, -\frac{1}{30}, \frac{1}{42}, \dots.$$

Bernoulli-tétel

Legyen egy esemény relatív gyakorisága $\frac{m}{n}$, ahol *m* azt jelzi, hogy az esemény *n* kísérletből hányszor következett be. Ha *p* az esemény bekövetkeztének valószínűsége, akkor a **Bernoulli-tétel**, amely speciális esete a nagy számok gyenge törvényének, azt mondja ki, hogy a relatív gyakoriság tart a valószínűséghez, ha a minta mérete tart a végtelenhez.

Tétel. Bármely $\varepsilon > 0$ esetén

$$\lim_{n \to +\infty} P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| < \varepsilon\right) = 1.$$

Bessel, Friedrich Wilhelm

(1784–1846) Német csillagász és matematikus, aki kezdeményezte a ma Bessel-függvényeknek nevezett függvények tanulmányozását. Ezek a függvények, melyek bizonyos differenciálegyenleteket elégítenek ki, valószínűleg a leggyakrabban előforduló függvények a fizikában és a mérnöki tudományokban, az elemi függvények után.

Bessel-féle differenciálegyenlet

A $x^2y''(x)+xy'(x)+(x^2-n^2)y(x)=0$ másodrendű közönséges differenciálegyenlet. A fizikában és a mérnöki alkalmazásokban fordul elő.

Bessel-függvény

A Bessel-féle differenciálegyenlet megoldásait **elsőfajú Bessel-függvényeknek** nevezzük. Megadhatók a következő alakban:

$$J_n(z)=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{(-1)^r}{r!\Gamma(n+r+1)}\left(\frac{z}{2}\right)^{n+2r},$$

ahol *n* nem negatív egész szám. Az elsőfajú Bessel-függvényekből egyszerű tarnszformációval **másodfajú Bessel-függvényeket** kaphatunk. Legegyszerűbb a nulladrendű elsőfajú Bessel-függvény:

$$J_0(z)=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{(-1)^r}{(r!)^2}\left(\frac{z}{2}\right)^{2r}.$$

béta-függvény

A

$$B(p,q):=\int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1}\,\mathrm{d}x=\frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$$

képlettel értelmezett függvény, ahol Γ a gamma-függvény. Valamely egész *m,n* számra:

$$B(m,n)=\frac{(n-1)!(m-1)!}{(m+n-1)!}.$$

Bhāskara

(1114–1185) Kimagasló indiai matematikus, aki azzal folytatta Brahmagupta hagyományát, hogy annak korábbi munkájában javításokat eszközölt és számos hiányosságot pótolt. Megoldotta a Pell féle egyenlet egyes eseteit, és megbirkózott a nullával való osztás problémájával.

bi-

Szóösszetételek előtagjaként a vele összetett fogalom kettősségét, kétszeresét jelöli; két-, kettős, kétszer(es); például lásd bilineáris.

bifurkáció

Egy paraméter olyan értéke, amelynél egy dinamikai rendszer minőségi változást szenved, például attraktorának természete megváltozik.

bifurkációelmélet

A matematikának azon, elsősorban differenciálegyenletek vizsgálatával foglalkozó területe, amely a dinamikai rendszerekben egy vagy több paraméter változtatása miatt bekövetkező hirtelen változásokkal foglalkozik.

bijektív leképezés

Az $f:S\to T$ függvény **bijektív leképezés** (röviden **bijekció**) az *S* és a *T* halmaz között, ha *f* egyszerre invertálható és szürjektív leképezés is. Tehát az *S* halmaz mindegyik eleméhez a *T* halmaznak pontosan egy eleme van hozzárendelve, és fordítva. Ilyenkor azt is mondjuk, hogy *f* **kölcsönösen egyértelmű** (vagy **egy-egyértelmű) megfeleltetés** az *S* és a *T* halmaz között.

bilineáris

Egy kétváltozós függvény **bilineáris**, ha az egyes változóiban külön-külön lineáris, vagyis például az $f(x,y) := 3xy + x \quad ((x,y) \in \mathbb{R}^2)$ függvény bilineáris, de a $g(x,y) = 3xy + x^2 \quad ((x,y) \in \mathbb{R}^2)$ függvény nem.

billió

Magyarországon, Németországban, Angliában ezer milliárd ($10^{12} = 10^{\mathbf{2}\times 6}$), az Egyesült Államokban, Franciaországban, Oroszországban ezer millió ($10^9 = 10^{6+\mathbf{2}-\mathbf{1}\times 3}$).

bimodális

Egy sűrűségfüggvényt vagy egy gyakorisági hisztogrammot akkor neveznek **bimodálisnak**, ha két csúcsa van.

bináris fa

Lásd fa.

bináris kereső algoritmus

Egy listában bizonyos elem megkeresésére és helyének meghatározására használjuk. A listaelemeknek (ábécé) sorrendben kell lenniük, a **bináris kereső algoritmus** azonosítja a lista középső elemét és összehasonlítja a keresett elemmel. Ha ugyanaz a kettő, akkor a keresés befejeződött, ha nem, akkor azonosítja a listának azt a felét, amelyben lehet, a másikat pedig eldobja. Ezt az eljárást addig ismétli, amíg a keresett elemet meg nem találja, vagy amíg a lista már csak egy elemet tartalmaz, ebben az esetben az elem nem volt benne az eredeti listában.

bináris kód

Az *n* hosszúságú **bináris kód** egy *n* hosszú bináris szavakból álló halmaz, amelynek elemeit **kódszavaknak** hívjuk. Például, ha az észak, dél, kelet és nyugat irányokat jelentő információt szeretnénk továbbítani, akkor egy három hosszúságú kóddal ezt úgy tehetjük meg, hogy 000 jelenti, hogy „észak”, 110, hogy „dél”, 011, hogy „kelet” és 101 pedig, hogy „nyugat”.

bináris kód hossza

Lásd bináris kód.

bináris szám

Kettes jelöléssel megadott szám, tehát az $1101 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ szám ugyanaz, mint a 13 tízes számrendszerbeli szám.

bináris számábrázolás

Egy szám kettes alapú (számrendszer beli) ábrázolása. Az ábrázoláshoz csak a 0 és 1 **bináris számjegyet** használjuk, ez az egyik oka annak, hogy miért olyan fontos a **bináris ábrázolás** a számítástechnikában. Például, $37 = (100101)_2$, mivel

$$37 = (1 \times 2^5) + (0 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0).$$

Nemcsak az egész, hanem a valós számokat is ábrázolhatjuk binárisan, a „kettedespont” után további bináris számjegyeket használva úgy, mint amikor egy valós számot decimálisan, tízes alapú számrendszerben ábrázolunk. Például, az $\frac{1}{10}$ valós szám decimálisan 0.1, binárisan pedig $(0.0001100110011\ldots)_2$ alakban írható fel.

bináris számjegy

A bináris aritmetikában csak a 0 és az 1 számjegyet használjuk. Ez az alapja a számítógép utasításainak, amelyeknek a méretét bitekben és bájtokban (=8 bit) mérjük. Az utasítások hossza lehet 8, 16, 32 és 64 bit. A „bit” szócska a **B**inary dig**IT** angol kifejezésből ered.

bináris szó

Egy *n* hosszúságú **bináris szó** *n* bináris számjegyből álló karaktersorozat. Például, nyolc három hosszúságú bináris szó van, nevezetesen: *000,001,010,011,100,101,110* és 111.

bináris szó hossza

Lásd bináris szó.

binom

Olyan algebrai kifejezés, mely – az összevonások után – két különböző tagot tartalmaz. Például $3x+1$ **binom**, de $3x+2x$ nem az, mert felírhatjuk az egyszerűbb *5x* alakban.

binomiális együttható

Az a szám amelyet így jelölünk: $\binom{n}{r}$, ahol *n* és *r* nemnegatív egész, továbbá $0 \le r \le n$, és amelynek az értékét az

$$\binom{n}{r} := \frac{n(n-1)\ldots(n-r+1)}{1\times 2\times\cdots\times r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

képlettel definiáljuk. Megállapodás szerint $0! = 1$, tehát $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$. Ezeket a számokat hívjuk **binomiális együtthatóknak**, ugyanis ők a binomiális tételben szereplő együtthatók. Néha így is jelöljük őket: C_n^r, ami onnan ered, hogy ez a szám éppen azzal egyenlő, hogy *n* dologból hányféleképpen tudunk kiválasztani *r* darabot (lásd kiválasztás). A következő tulajdonságokkal rendelkeznek:

1. $\binom{n}{r}$ egész szám (ez nem nyilvánvaló a definícióból).
2. $\binom{n}{n-r} = \binom{n}{r}$.
3. $\binom{n+1}{r} = \binom{n}{r-1} + \binom{n}{r}$.
4. $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n$.

Tanulságos a binomiális együtthatókat a Pascal-háromszög alakjában elherendezve látni.

binomiális eloszlás

Diszkrét valószínűségeloszlás, amely megadja a a sikeres kísérletek *X* számát *n* számú független kísérlet olyan sorozatában, ahol az egyes kísérletek azonos *p* valószínűséggel sikeres kimenetelűek. Az eloszlás a következő alakban adható meg:

$$P(X=r) = C_r^n p^r (1-p)^{n-r} \quad (r = 0, 1, 2, \ldots, n).$$

Ezt az eloszlást így jelöljük: $B(n,p)$, a várható értéke *np*, a szórásnégyzete $np(1-p)$.

binomiális kísérlet

Rögzített számú, független Bernoulli-kísérletből álló kísérlet. A kísérlet kimenetele az az *X* valószínűségi változó, amely a sikerek számát számolja, és amely binomiális eloszlást követ.

binomiális sor

Az

$$1+\frac{\alpha}{1!}x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2+\cdots+\frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-n+1)}{n!}x^n+\ldots$$

sor az $(1+x)^\alpha$ függvény Maclaurin-sora. Általában az $x\in(-1,1)$ intervallumon érvényes. Ha α nemnegatív egész, akkor a sorfejtés véges és így valjában egy polinom, és ekkor egyenlő az $(1+x)^\alpha$ kifejezéssel bármely $x\in\mathbb{R}$ esetén.

binomiális tétel

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ és az $(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^2$ az elemi algebrában használatos összefüggések. Ezek kiterjesztését adja az $(x+y)^n$ kifejezést kifejtve megadó **binomiális tétel**, ahol *n* pozitív egész.

Tétel. Bármely pozitív egész *n* esetén

$$\begin{aligned}(x+y)^n&=\sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}x^{n-r}y^r=\\&=x^n+\binom{n}{1}x^{n-1}y+\binom{n}{2}x^{n-2}y^2+\cdots+y^n,\end{aligned}$$

ahol $\binom{n}{r}:=\frac{n!}{r!(n-r)!}$ (lásd binomiális együttható). A következő összefüggés a binomiális tétel egy speciális esete, de tekinthető a binomiális sor egy speciális esetének is, amikor is az véges.

Tétel. Bármely pozitív egész *n* esetén

$$\begin{aligned}(1+x)^n&=\sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}x^r=\\&=1+\binom{n}{1}x+\binom{n}{2}x^2+\cdots+x^n.\end{aligned}$$

Birkhoff, George David

(1884–1944) Amerikai matematikus, aki jelentősen hozzájárult a dinamikai rendszerek vizsgálatához és az ergodelmélethez.

bit

A bináris számjegy angol megfelelőjének, a **BInary digiT**nek a rövidítése, azaz 0 vagy 1. Ez az az alapvető egység, amivel az elektronikus számoló- és számítógépek dolgoznak.

bizonyítás

Olyan érvelési lánc, amely axiómákból indul ki, illetve feltételezésekből, amelyektől a végkövetkeztetés függ, elvezet egy végkövetkeztetéshez, és egyben kielégíti a következtetés logikai szabályait.

blokkdiagonális mátrix

Olyan négyzetes mátrix, amelyben nullától különböző elemek csak a főátló mentén elhelyezkedő négyzetes mátrixokban vannak. Egy nagyon egyszerű példát mutat az alábbi mátrix, ahol egy 2×2-es és egy 1×1-es mátrix alkot egy 3×3-as blokkdiagonális mátrixot.

$$\begin{bmatrix}3&-2&0\\4&2&0\\0&0&-1\end{bmatrix}$$

blokkelrendezés

Olyan kísérleti terv, amelyben a hasonló jellemzőjű kísérleti egységeket egy blokkba gyűjtjük össze, és úgy kezeljük őket, mintha megkülönböztethetlenek lennének. Az ismételt mérési terv egy példa erre: itt ugyanazon az egyeden különböző kísérleti kezelések eredményét mérik meg. A kiegyensúlyozott blokkelrendezésnél a blokkok mérete azonos, és minden kezelést ugyanannyiszor alkalmazunk. A teljesen kiegyensúlyozott blokkelrendezésnél még az is teljesül, hogy minden blokkon belül minden kezelést ugyanannyiszor alkalmazunk.

blokkmátrix

Másnéven **hipermátrix**, olyan mátrix, amelynek elemei maguk is mátrixok. A blokkmátrixokkal szinte úgy számolhatunk, mint a szokásos mátrixokkal. Legyen például

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}$$

olyan blokkmátrix, hogy A és A', valamint D és D' azonos méretű négyzetes mátrixok. Ekkor a két blokkmátrix összege:

$$\begin{bmatrix} A+A' & B+B' \\ C+C' & D+D' \end{bmatrix}$$

szorzata pedig:

$$\begin{bmatrix} AA'+BC' & AB'+BD' \\ CA'+DC' & CB'+DD' \end{bmatrix}$$

blokkmátrix. Ezt könnyű ellenőrizni a közönséges mátrixok szorzásszabálya alapján. A blokkmátrixokkal való számolásban arra kell ügyelni, hogy a fenti példa vesszős és vesszőtlen mátrixainak sorrendje a szorzáskor lényeges, ugyanis a mátrixszorzás nem kommutatív művelet.

blokkmátrixok szorzása

Lásd blokkmátrix.

Bohr, Niels Henrik David

(1885–1962) Dán matematikus és elméleti fizikus, aki az atomszerkezettel és a sugárzással kapcsolatos munkásságáért 1922-ben elnyerte a fizikai Nobel-díjat. Később alapvető felfedezéseket tett a kvantummechanika területén is, ahol az általa felállított komplementaritási elv a Heisenberg-féle határozatlansági reláció fizikai interpretációját nyújtotta. A második világháború idején emigrált a megszállt Dániából, és az Egyesült Királyságban, illetve az Egyesült Államokban az atombomba kifejlesztésén dolgozott.

Bolzano tétele

A következő tétel a folytonos függvények egy fontos tulajdonságára vonatkozik:

Tétel. Ha az f függvény folytonos az $[a,b]$ zárt intervallumon és η $f(a)$ és $f(b)$ közötti valós szám, akkor van olyan $c \in (a,b)$, melyre $f(c) = \eta$.

A tétel alapján egyenletek gyökhelyeiről kaphatunk információt. Legyen például $f(x) := x - \cos(x)$. Ekkor f folytonos a $[0,1]$ intervallumon, továbbá $f(0) < 0$ és $f(1) > 0$, így Bolzano tétele alapján az $f(x) = 0$ egyenletnek van gyöke a $(0,1)$ nyílt intervallumban.

Bolzano–Weierstrass-tétel

Korlátos valós számsorozatnak van van konvergens részsorozata.

Bolyai Farkas

(1775–1856) Magyar matematikus, polihisztor, Bolyai János édesapja. *Tentamen...* című művének függelékeként jelent meg Bolyai János írása a nemeukleidészi geometriáról. Egyik eredménye annak bizonyítása, hogy bármely két azonos területű síkbeli sokszög véges sok darabra bontással átdarabolható egymásba, amit ő úgy fejezett ki, hogy *végszerű területegyenlőség* áll fenn közöttük. Vesd össze Laczkovich Miklós eredményével.

Bolyai János

(1802–1860) Magyar matematikus, aki 1820 és 1823 között írt, de 1831-ben publikált munkájában közölte a nemeukleidészi geometria felfedezését. Munkája független volt Lobacsevszkijétől. Kitartott ennél a problémánál katonatiszti szolgálata alatt és után is, apja, Bolyai Farkas intő figyelmeztetésének ellenére is, aki maga is kiemelkedő matematikus volt, és aki sok évet sikertelenül töltött el ezzel a problémakörrel. Habár később János elismerés hiányában elkedvetlenedett, óriási tömegű matematikai és egyéb tárgyú kéziratot hagyott az utókorra, amelynek teljes feldolgozása máig nem fejeződött be.

Bombelli, Rafael

(1526–1572/1573) Itáliai matematikus. Úgy tűnik, könyve, a *l'Algebra* (*Az algebra*) az, amelyik először foglalkozott valamilyen módon a komplex számokkal való számolással, amikor is a harmadfokú egyenletek megoldásában a négyzetgyökök alatt negatív szám fordult elő.

Bondi, Herman

(1919–2005) Osztrák matematikus, fizikus és csillagász, aki kutatóként és kormányzati alkalmazottként is dolgozott az Egyesült Királyságban. Hozzájárult az állandósult állapotú univerzum elméletének kidolgozásához.

Boole, George

(1815–1864) Brit matematikus, aki a matematikai logika egyik alapító atyja volt. Az *Investigation of the Laws of Thought* (*A gondolkodás törvényeinek vizságlata*) című fő munkáját 1854-ben publikálta. Az a fajta szimbolikus érvelés, amit kidolgozott, az úgynevezett Boole-algebrák tanulmányozásához vezetett. A munkája, De Morganéval és másokéval együtt segítette a modern formális logika fejlődéséhez vezető út kikövezését.

Boole-algebra

Egy halmaz, az elemein definiált két kétváltozós művelettel (Boole-féle szorzat és Boole-féle összeg) amelyek a következő tulajdonságokkal rendelkeznek:

1. Mindkét művelet kommutatív.
2. Mindkét műveletnek van egységeleme a halmazon belül.
3. A műveletek disztributívak a másikra nézve.
4. A halmaz elemeinek mindkét műveletre van inverze.

bootstrap

Viszonylag új módszer a statisztikában megbízhatósági intervallumok létrehozására, amelynek az az előnye, hogy nem tesz feltevéseket az alapulvett populáció eloszlására. A megfigyelések aktuális mintájából ismételten véletlen mintákat veszünk, és az ebben a folyamatban kapott eloszlás alapján készítünk megbízhatósági intervallumot a statisztikára. Mivel ehhez nagyon sokszor meg kell ismételni a mintavételt, az eljárás számítógépigényes.

Borel, Félix Edouard Justin Emile

(1871–1956) Francia matematikus, aki a ponthalmazok mértékének első hatékony elméletét alkotta meg, hozzájárulva ezzel a halmazelmélet és a mértékelmélet, továbbá a valós függvények modern elméletéhez.

Borel-halmaz

A valós egyenes olyan részhalmaza, amely benne van a legszűkebb olyan σ-algebrában, amely tartalmazza a nyílt (zárt) intervallumokat. Szemléletesen: a valós egyenes megszámlálhatóan sok nyílt (zárt) intervallumából metszet és egyesítés ismételt alkalmazásával kapott halmaz.

Borel-mérték

Olyan mérték, amely a valós számok nyílt halmazai által generált σ-algebrán van definiálva. Ha a mérték értékkészlete része a $[0, 1]$ intervallumnak, akkor **Borel-féle valószínűségi mértékkel** van dolgunk.

Born, Max

(1882–1970) Lengyel matematikus és elméleti fizikus, aki korának számos vezető tudósával – többek között Dirackal, Fermivel, Heisenberggel, Jordannal és Paulival – dolgozott együtt. A velük való együttműködés eredményeként született meg fontos munkája a kvantummechanika alapjairól, később pedig közzétette saját tanulmányait, melyek a hullámfüggvény statisztikai interpretációját nyújtják. Utóbbiakért 1954-ben fizikai Nobel-díjjal tüntették ki.

Bourbaki, Nicolas

Egy többnyire francia, változó összetételű matematikuscsoport álneve, akik 1939-től kezdve publikálták az *Élements de mathématique* köteteit, amibe a tiszta matematika enciklopédikus áttekintését szándékozták beépíteni. Hatását sokféleképpen értékelték: voltak olyanok, akik úgy gondolták, hogy mély gondolatokat tartalmaz, és olyanok, akik károsnak tartották, de kétségtelenül kiterjedt volt ez a hatás. Bourbaki volt a zászlóvivője annak, amit a modern matematika strukturálista iskolájának hívhatunk.

Box–Jenkins modell

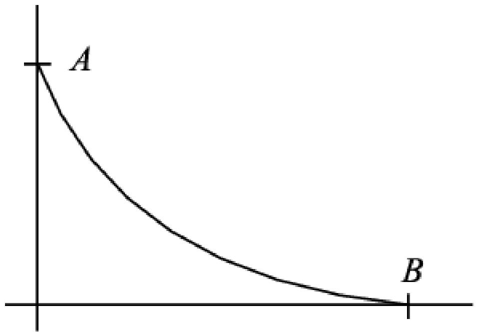
Egy elsőként 1967-ben Box és Jenkins által javasolt matematikai modell az idősorok analízisében előrejelzésre, mely a változó múltbeli viselkedésén alapul. Rövid távon nagyon pontos előrejelzést ad, viszont ehhez sok múltbeli adatot használ fel. A módszer először (az auto- és keresztkorrelációk elemzésével) meghatározza, hogy milyen típusú modell alkalmas a stacionáriusnak feltételezett adatok modellezésére oly módon, hogy a kapott mintázatokat összeveti a különböző típusú, ismert szerkezetű idősorokra kapott mintázatokkal. Ezután úgy becsülhetők a modell paraméterei, hogy a modell a lehető legjobban illeszkedjék az adatokhoz.

bővelkedő szám

Olyan pozitív egész szám, amely kisebb, mint valódi pozitív osztóinak összege. Például 12 valódi pozitív osztói *1,2,3,4* és *6;* és $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 > 12$. Vesd össze hiányos szám.

brachisztochron

Tegyük fel, hogy *A* és *B* egy függőleges sík két pontja, a *B* pont *A*-nál lejjebb van, de a két pontot összekötő szakasz nem függőleges! Képzeljünk el egy részecskét, amely kezdősebesség nélkül *A*-tól *B*-ig mozog egy görbe mentén a gravitációs erő hatására! Azt a görbét nevezik **brachisztochronnak**, amely mentén a részecske a lehető leggyorsabban jut el a *B* pontba. (A szó a „legrövidebb idő” kifejezés görög nyelvű alakjából ered.) A legrövidebb idő nem az *A*-t *B*-vel összekötő egyenesszakaszhoz tartozik. A keresett görbe egy ciklois, mely *A*-ban függőleges és *B*-ben vízszintes. A problémát Jean Bernoulli állította fel 1696-ban, és megoldását a következő évben tették közzé Newtontól, Leibniztől és Jacques Bernoullitól származó más írásokkal együtt.



Brahmagupta

(kb. 598–kb. 665) Indiai csillagász és matematikus, akinek csillagászati szövegei önmagában is érdekes, figyelemre méltó matematikát tartalmaznak, például négyszögek területét és egyes diophantoszi egyenletek megoldását. A nulla és a negatív számok módszeres használata valószínűleg itt fordul elő először.

Brahma tornya

Lásd Hanoi torony.

Briggs, Henry

(1561–1630) Angol matematikus, aki bevezette a tízes alapú logaritmust, amit korábban ezért Briggs-féle logaritmusnak hívtak. Miután Napier publikálta a logaritmustáblázatot, Briggs konzultált vele, és javasolta a logaritmus egy alternatív definícióját, amely a tízes alapot használja. 1617-ben, Napier halálának évében Briggs megjelentette az első 1000 szám logaritmusát, és 1624-ben pedig egy 30000 logaritmust tartalmazó 14 helyiértékes táblázatot.

Brouwer, Luitzen Egbert Jan

(1881–1966) Holland matematikus, akit sokan a modern topológia megalapítójának tartanak azok miatt a jelentős tételek miatt, amelyeket többnyire az 1909 és 1913 közötti időszakban bizonyított be. ő annak a matematikafilozófiai irányzatnak is a megalapítója, amit **intuicionizmusként** ismerünk, és amely visszautasítja a kizárt harmadik elvét.

buborékrendezés

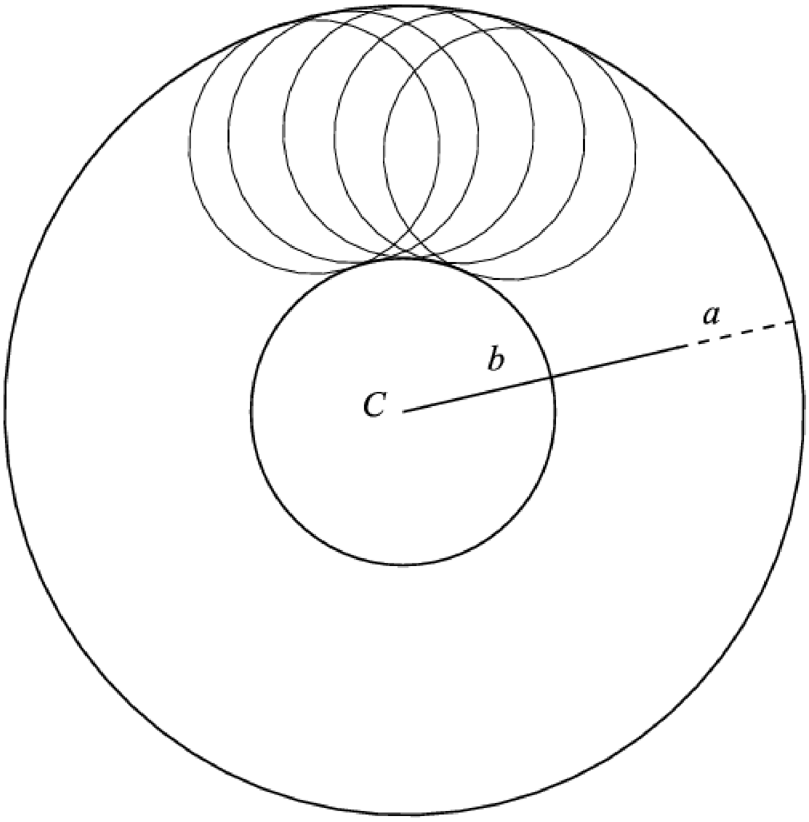
Egy számlistán ismételten végig haladva minden egyes végighaladáskor a szomszédos párokat összehasonlítjuk, és – ha nem a megfelelő sorrendben állnak – felcseréljük őket. Egy áthaladás során legalább eggyel több elem kerül a helyére, hasonlóan ahhoz, ahogyan a buborékok felszállnak. A művelet akkor fejeződik be, amikor a teljes listán áthaladva egy cserét sem kell végeznünk.

Buffon-féle tűprobléma

Tegyük fel, hogy egy *l* hosszúságú tűt véletlenszerűen leejtünk egy vízszintes síkra, amelyen egymástól *d* távolságra párhuzamos egyenesek vannak, ahol $l < d$. Annak a valószínűsége, hogy a leejtett tű metszi valamelyik vonalat $\frac{2l}{\pi d}$. Erre Georges Louis Leclerc, Buffon grófja(1707–1788) jött rá.

burkoló

Olyan görbe vagy felület, amely érinti az összes, egy bizonyos halmazba tartozó görbét vagy felületet. Például az olyan *a* sugarú köröknek, melyeknek a középpontja $b > a$ távolságra van egy rögzített *C* ponttól, a burkolója egy körgyűrű, melyben a két kör sugara $b + a$ és $b - a$.



bűvös négyzet

Számok olyan négyzetes elrendezése, ahol minden sorban és oszlopban, valamint az átlókban a számok összege egyenlő. Bűvös négyzet készítésénél gyakran használják az $1, 2, \ldots n^2$ számokat, ahol a sorok és oszlopok száma *n*. A bal oldalon látható bűvös négyzet feltehetőleg kínai eredetű, a jobb oldali pedig egy Albrecht Dürer által (1514-ben !) készített metszetről származik.

$$\begin{array}{ccc} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} 16 & 3 & 2 & 13 \\ 5 & 10 & 11 & 8 \\ 9 & 6 & 7 & 12 \\ 4 & \mathbf{15} & \mathbf{14} & 1 \end{array}$$

3. C

c

A centi rövidítése, előtagként a 10^{-2} számmal való szorzást jelöli, vagyis az egység egy századának jelölésére használjuk, például cm (centiméter).

C

A 100-as szám római számjeggyel írva, vagy a 12-es szám tizenhatos (hexadecimális) számrendszerben.

Cantor, Georg Ferdinand Ludwig Philipp

(1845–1918) A halmazelméletet megalapító és a végtelen fogalmát alaposan körüljáró matematikus. Szentpétervárott született, de életének legnagyobb részét a Hallei Egyetemen, Németországban töltötte. 1873-ban megmutatta, hogy a racionális számok halmaza megszámlálható, később azt is, hogy a valós számok halmaza viszont nem. Teljesen kidolgozta a végtelen halmazok és az úgy nevezett transzfinit számok elméletét.

Ennek a problémakörnek a vizsgálatára a trigonometrikus sorok tanulmányozása vezette el. Élete késői szakaszát visszatérő elmebaj árnyékolta be.

Cantor-féle paradoxon

Tegyük fel, hogy létezik egy olyan *A* végtelen halmaz, amely a lehető legtöbb elemet tartalmazza, vagyis egy olyan halmaz, amelyiknek a számossága a legnagyobb. A hatványhalmaz számosságára vonatkozó tétel kimondja, hogy *A* hatványhalmazának több eleme van, mint az *A* halmaznak. Ez azt bizonyítja, hogy legnagyobb számosság nem létezik.

Cantor-halmaz

Vegyük a $[0,1]$ zárt intervallumot. Távolítsuk el az intervallum közepét adó nyílt intervallumát, azaz az $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$ nyílt intervallumot. Ismét távolítsuk el minden egyes megmaradt intervallum középső harmadát. A **Cantor-halmaz** az a halmaz, amely akkor marad meg, ha ezt a műveletet vég nélkül folytatjuk. Azokat a valós számokat tartalmazza, amelyeket $(0.d_1d_2d_3\ldots)_3$ alakú hármas számrendszerbeli alakban ábrázolva a d_i számjegy minden *i* esetén 0 vagy 2.

Cardano, Girolamo

(1501–1576) Itáliai fizikus és matematikus, akinek az *Ars Magna* (*Nagy művészet*) című művében először jelent meg az általános harmadfokú és az általános negyedfokú egyenlet megoldása. Ezek ugyan Tartagliának és Cardano segédjének, Ludovico Ferrarinak voltak köszönhetőek, de Cardano is az algebra és a trigonometria területén korának kiváló matematikusa volt. Továbbá ő ugyanaz az ember, aki feltalálta a **kardántengelyt**.

Carmichael-féle szám

Lásd pszeudoprím.

Cauchy, Augustin-Louis

(1789–1857) A XIX. század első felének egyik legjelentősebb matematikusa, a francia matematikusok egyik meghatározó alakja. Tevékenysége – közel 800 cikkben – a matematika rengeteg területére kiterjedt, de elsősorban a pontos matematikai analízis egyik megalapítójaként ismert. Cauchy a határérték ma ismert definícióját használva dolgozta ki alaposan a folytonosság és a konvergencia definícióját. A komplex változós függvények elméletének is úttörője volt.

Cauchy-féle függvényegyenlet

Az *f* függvény eleget tesz a Cauchy-féle függvényegyenletnek, ha értelmezési tartományának minden olyan *x,y* pontjára, amelyre $x+y$ is benne van az értelmezési tartományban, teljesül, hogy $f(x+y)=f(x)+f(y)$. A Cauchy-féle függvényegyenlet megoldásai enyhe feltételek mellett csak az $f(x)=f(1)x$ alakú függvények lehetnek.

Cauchy-lemma

Ha *G* véges csoport és a *p* prímszám osztója *G* rendjének, akkor a *G* csoportnak van *p* rendű eleme.

Cauchy-sorozat

Egy olyan $\{a_n\}$ sorozat, melyre teljesül, hogy minden $\varepsilon>0$ számhoz van olyan *N* természetes szám, hogy minden $n,m>N$ esetén $|a_n-a_m|<\varepsilon$. A valós számokból álló Cauchy-sorozatok konvergálnak, azonban például a racionális számokból állók nem szükségszerűen konvergálnak racionális számhoz.

Cauchy–Riemann-egyenlet

Az $f(x+iy)=u(x,y)+iv(x,y)$ analitikus függvény valós és képzetes részét összekapcsoló **Cauchy–Riemann egyenletek**:

$$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial v(x,y)}{\partial y}, \quad \frac{\partial u(x,y)}{\partial y} = -\frac{\partial v(x,y)}{\partial x}.$$

Cauchy–Schwarz egyenlőtlenség

Ha *f* és *g* a *J* intervallumon értelmezett valós integrálható függvények, akkor

$$\varepsilon > 0$$

Ha a_i és b_i valós számok $(i = 1, \ldots, n)$, akkor

$$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i b_i\right)^2 \le \left(\sum_{i=1}^{n} a_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} b_i^2\right).$$

Cauchy–Schwarz egyenlőtlenség integrálokra és összegekre

Cauchy–Schwarz egyenlőtlenség.

Cavalieri, Bonaventura

(1598–1647) Olasz matematikus, aki terület és térfogat kiszámítására alkotott „oszthatatlanok” eljárásáról ismert. Az eljárásban egy területre úgy gondolunk, mintha azt vonalakból, egy térfogatra pedig, mintha azt felületekből alkottuk volna. íly módon merültek föl az integrálszámítás kezdeti ötletei. Tipikus a következő **Cavalieri-elvként** ismert (mai felfogásunk szerint tételnek nem nevezhető) állítása: Két testnek azonos a térfogata, ha egyenlő a magasságuk, és az alaptól egyenlő távolságban lévő és azzal párhuzamos metszeteiknek megyezik a területe.

Cayley, Arthur

(1821–1895) Brit matematikus, aki Angliában a XIX. század elején nagyban hozzájárult az elméleti matematika újjáéledéséhez. Több mint 900 cikket publikált a geometria és algebra sok területéről. Megfogalmazta és kidolgozta a mátrixok elméletét, és – Galois-t követően – az elsők között volt, akik absztrakt csoportokat tanulmányoztak.

Cayley-féle reprezentációtétel

Minden csoport izomorf egy permutációcsoporttal.

Cayley–Hamilton-tétel

Az $n \times n$ -es ***A*** mátrix $p(\lambda)$ karakterisztikus polinomját $p(\lambda) := \det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})$ definiálja. A karakterisztikus polinomra vonatkozó következő eredményt hívjuk **Cayley–Hamilton-tételnek:**

Tétel. Ha az ***A*** $n \times n$-es mátrix $p(\lambda)$ karakterisztikus polinomja:

$$p(\lambda) = (-1)^n(\lambda^n + b_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + b_1\lambda + b_0),$$

akkor

$$\{(x_i, f(x_i))\}, \quad (i = 0, 1, 2, \ldots)$$

célállomások

(szállítási problémákban) Lásd szállítási feladat.

célbalövés

Peremérték-feladatok kezdetiérték-feladatokra való visszavezetésének leggyakoribb módszere.

célfüggvény

Lásd lineáris programozás.

Celsius

Jele C. Gyakran használt hőmérsékleti skála és az ahhoz tartozó mértékegység elnevezése. A víz fagyáspontjához a skála 0° C értéke, a víz forráspontjához pedig a skála 100° C értéke tartozik légköri nyomás mellett.

célsor

Lásd szimplexmódszer.

centi-

SI mértékegységek előtagjaként a 10^{-2} számmal való szorzást jelöli.

centilis

Lásd kvantilis.

centrális differencia

Ha $\{(x_i, f(x_i))\}, \quad (i = 0, 1, 2, \dots)$ az *f* függvény pontjainak egy halmaza, $x_{i+1} = x_i + h$, ahol *h* a lépésköz, akkor a **centrális differencia** az x_i pontban

$$\frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2h}.$$

centrális differenciával való közelítés

Az *f* függvény $x \in \mathcal{D}f$ pontbeli deriváltjának a legegyszerűbb numerikus közelítését akkor kapjuk, ha vesszük az *x* pontot és a tőle *h* távolságban lévő $x + h$ pontot és ebből képezzük az $f(x)$ és $f(x + h)$ pontokat összekötő húr meredekségét. Az *f* függény deriváltjának az *x* pontbeli **centrális differenciával való közelítéséhez** az *x* ponttól *h* távolságban lévő $x - h$ és $x + h$ pontokat tekintjük, és így

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}.$$

centrális erő

Részecskére ható olyan erő, amely egy rögzített pont felé vagy azzal ellentétes irányba mutat. A rögzített pontot az erőtér középpontjának hívják. Ha a rögzített pontot választjuk origónak, és a részecskére ható ***F*** centrális erő csak a részecskének a rögzített ponttól mért távolságától függ, akkor az erő megadható az $\mathbf{F} = f(r)\mathbf{r}$ képlettel, ahol ***r*** a részecske helyvektora és $r = |\mathbf{r}|$.

Ilyen például az *M* tömegű test által egy *m* tömegű testre kifejtett gravitációs erő, ahol $\mathbf{F} = -\frac{\gamma M m}{r^3}\mathbf{r}$, illetve egy nyújtatlan állapotban *l* hosszúságú, *k* direkciós erejű, megnyújtott rugalmas szál által kifejtett erő, ahol $\mathbf{F} = -\frac{k(r-l)}{r}\mathbf{r}$ (lásd Hooke-törvény).

centrális momentum

Az *X* valószínűségi változó *k*-adik **centrális momentuma**: $E((X - E(X))^k)$, ahol *k* pozitív egész szám.

centrifugális erő

Lásd tehetetlenségi erő.

centripetális erő

Tegyük fel, hogy az *m* tömegű rés$r_0$ske állandó *v* sebességgel mozog egy (r_0, ϑ) körpályán, melynek középp$v = r_0\dot{\vartheta}$ origó, sugara pedig ! A részecske helyének polárkoordinátái $r_0\dot{\vartheta}^2$ (Lásd körmozgás.) Ekkor , a részecske gyorsulása *O* irányába mutat, és a gyorsulás nagy$\frac{mv^2}{r_0}$. Ebből következik, hogy ha a részecskére ***F*** erő hat, akkor ez az erő *O* irányába mutat, és nagysága . Ezt az erőt **centripetális erőnek** hívják.

Ha például egy hajtómű nélküli műhold kering állandó sebességgel a Föld körül, akkor a műholdra ható centripetális erő azonos a gravitációs erővel, mellyel a Föld a műholdat vonzza.

Ceva tétele

A következő tétel, amit Giovanni Ceva (1648–1734) olasz matematikus 1678-ban publikált:

Tétel. Legyen L, M és *N* az *ABC* háromszög BC, CA és *AB* oldalegyenesének egy-egy pontja. Ekkor AL, BM és *CN* pontosan akkor metszi egymást, ha

$$\frac{BL}{LC}\frac{CM}{MA}\frac{AN}{NB} = 1.$$

(Jegyezzük meg, hogy például a *BC* oldal a *B* pontból a *C* pontba irányul, így tehát *LC* pozitív, ha ugyanaz az iránya, mint a *BC* oldalnak, és negatív, ha azzal ellentétes irányú. Lásd előjeles hossz.) Lásd Meneláosz tétele.

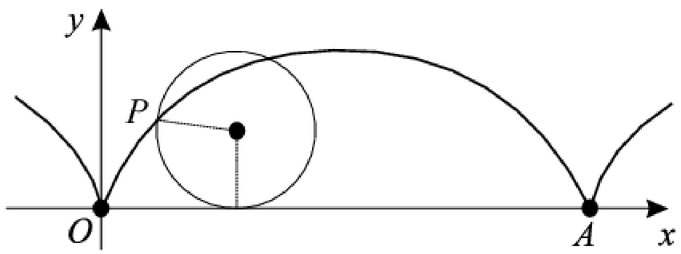
ciklikus csoport

Legyen *a* a *G* multiplikatív csoport eleme. Az a^r alakú elemek, ahol *r* egész (pozitív, nulla vagy negatív), *G* részcsoportját alkotják, melyet az *a* által generált részcsoportnak hívunk. A *G* csoport **ciklikus**, ha létezik olyan $a \in G$, hogy az *a* által generált részcsoport megegyezik a *G* csoporttal. Ha *G* véges ciklikus csoport az *e* egységelemmel, akkor *G* elemeinek halmaza így írható: $\{e, a, a^2, \ldots, a^{n-1}\}$, ahol $a^n = e$ és *n* a legkisebb ilyen pozitív egész. Ha *G* végtelen ciklikus csoport, akkor elemeinek halmaza így írható: $\{\ldots, a^{-2}, a^{-1}, e, a, a^2, \ldots\}$.

Megfelelő változtatásokat alkalmazva ciklikus additív csoport (vagy bármilyen más művelettel értelmezett csoport) is definiálható. Például $\{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$ az összeadással modulo *n* ciklikus csoport, az egész számok halmaza pedig az összeadással végtelen ciklikus csoport. Bármely két azonos rendű ciklikus csoport izomorf.

ciklois

Egy egyenes mentén csúszásmentesen gördülő kör egy pontja által leírt görbe. Alkalmas tengelyek választása esetén a ciklois paraméteres egyenlete $r^2 h\pi$, ahol *a* pozitív állandó (a kör sugara).



ciklotomikus

Az *n*-edik egységgyökkel kapcsolatos. A **ciklotomikus egyenlet**: $z^n - 1 = 0$.

ciklotomikus polinom

$z^n - 1 \equiv (z-1)(z^{n-1} + z^{n-2} + \cdots + z + 1)$ a primitív egységgyökök. Tudjuk, hogy $\Phi_n(z) = z^{n-1} + z^{n-2} + \cdots + z + 1$, így ha n prím, akkor $n = 4$ $z^4 - 1 = (z-1)(z+1)(z^2+1)$ $\Phi_4(z) = (z^2+1)$ polinom, de ha , akkor , így .

ciklus

Objektumok olyan elrendezése, mely úgy tekinthető, mintha egy körben rendeztük volna el őket. Egy kör mentén az *a,b,c,d* elrendezést azonosnak tekintjük a *b,c,d,a* elrendezéssel. Ha az *a,b,c,d* elemek ciklikus elrendezését $[a, b, c, d]$ jelöli, akkor például $[a, b, c, d] = [b, c, d, a]$, de $[a, d, c, b]$ különböző ezektől.

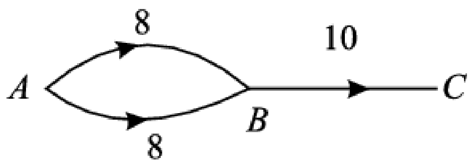
címkézési algoritmus

Olyan algoritumus, amellyel megállapíthatjuk, hogy mekkora a maximális folyam, ami keresztülhaladhat egy hálózaton. Az eljárás lépésről-lépésre megnöveli a kezdeti folyamot, amíg meg nem találjuk a maximumot. A maximális folyam és a minimális vágás egyenlőségére vonatkozó tétel előre megadja, hogy mekkora a maximális folyam, de az címkézési algoritmus meg is találja az ezt előállító részfolyamokat.

Tetszőleges folyamból kiindulhatunk, beleértve akár a nulla folyamot is, amikor is minden élen nulla mennyiség folyik keresztül. Minden élhez kételemű címkét rendelünk: az egyik elem az aktuális folyam, a másik pedig a maradék kapacitás. Válasszunk egy olyan utat, amely a forrástól a nyelőhöz vezet, és vegyük ennek az útnak az élein haladók közül a legkisebb áramot. Mindegyik élen növeljük meg a folyamot a jelenlegiről a maradék kapacitásig. Most vegyünk egy másik utat, és azon ismételjük meg az eljárást, és folytassuk az egészet addig, amíg már minden úton a minimális maradék kapacitás nulla. Ezt általában könnyű észrevenni, mivel bármelyik olyan vágás, amelyikhez nulla folyam tartozik, garantálja, hogy nincs ilyen út.

Ekkor az élekhez tartozó aktuális folyamok adják a maximális folyamot. Vegyük észre, hogy a maximális folyam gyakran többféleképpen elérhető, és ha különböző sorrendben választjuk a forrástól a nyelőig vezető utakat, különböző megoldást fogunk találni a hálózatra, de a maximális folyam értéke ugyanaz lesz.

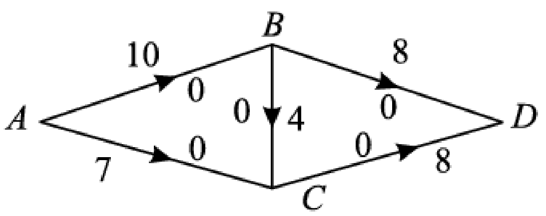
Tekintsük az ábra példáját!



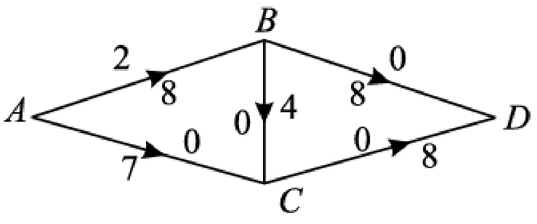
Ebben a nagyon egyszerű hálózatban akkor kapjuk a maximális folyamot, ha összesen 10 egység folyik az *A* és *B* közötti élen. Azonban bármely *x*, amelyre teljesül, hogy $2 \le x \le 8$, az egyik ágon, és $8 - x$ a másik ágon maximális folyamot ad.

Példa a címkézési algoritmusra.

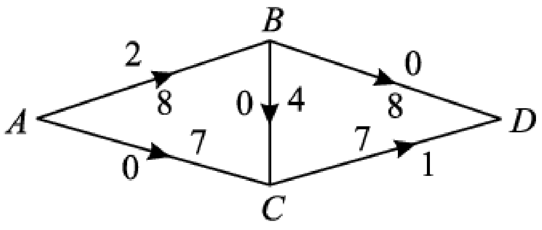
Az alábbi első ábrán a kezdeti nulla áramot félkövér számokkal jelöltük, így a maradék kapacitás minden élen az él eredeti kapacitása.



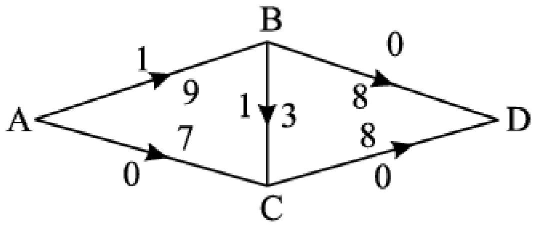
Ha az *ABD* utat választjuk elsőként, akkor azon a legkisebb folyam értéke 8, ezért az *AB* és a *BD* élen egyaránt ennyit fogunk szállítani, és ezzel csökkentjük a maradék kapacitásokat.



Ha most az *ACD* utat választjuk, akkor ezen a legkisebb folyam értéke 7, ami ezt adja.



Most már csak az *ABCD* út maradt, amivel ez adódik.



Mivel most már minden *A*-ból *D*-be vezető út mentén 0 a maradék kapacitás, közvetlenül nyilvánvaló, hogy tovább nem tudjuk növelni a folyam értékét, a maximális folyam tehát 16, és a félkövér számok mutatják, hogy ez hogyan érhető el. Ha második útként választottuk volna az *ABCD* utat, *ACD* előtt, akkor az *AB* élen menne 10 egység, 2 a *BC* élen, és 6 az *AC* élen, szemben a fönti megoldással.

Coriolis-erő

Lásd tehetetlenségi erő.

$\mathrm{cosech}, \mathrm{ch}$

Lásd hiperbolikus függvények.

coth

Lásd trigonometrikus függvények.

Cox, David

(1924–) Brit statisztikus, a matematikai statisztikában és alkalmazott valószínűségszámításban alkotott maradandót, különösen az ipari és operációkutatással kapcsolatban. Számos ereménye közül az egyik a statisztikai kísérletek tervezése és kiértékelése, bináris adatok és pontfolyamatok elemzése, és új módszerek kidolgozása a minőségellenőrzés és operációkutatás területén, különös tekintettel a sorbanállás, torlódás és felújításelmélet kapcsán.

Cramer, Gabriel

(1704–1752) Svájci matematikus, akinek az algebrai görbékről szóló 1750-ben publikált munkájában benne volt az úgynevezett Cramer-szabály. A szabályt Maclaurin már korábban ismerte.

Cramer-szabály

Tekintsünk *n* egyenletből álló lineáris egyenletrendszert az $x_1, x_2, ..., x_n$ ismeretlennel. Ez mátrix formában írva:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}.$$

Ha ***A*** invertálható mátrix, az egyenletrendszernek létezik egyértelmű megoldása: $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$. Mivel $\mathbf{A}^{-1} = (1/\det(\mathbf{A}))\,\mathrm{adj}(\mathbf{A})$ ez a következő megoldást adja:

$$1, \omega$$

ami így is írható:

$$x_j = \frac{b_1 A_{1j} + b_2 A_{2j} + \cdots + b_n A_{nj}}{\det(\mathbf{A})} \quad (j = 1, \ldots, n),$$

A kofaktorait és ***b*** elemeit felhasználva. Ez a **Cramer-szabály**. Vegyük észre, hogy a számláló egyenlő annak a mátrixnak a determinánsával, amit úgy kapunk, hogy ***A*** *j*-edik oszlopát felcseréljük ***b***-re. Például az

$$ax + by = h$$

$$cx + dy = k$$

egyenletrendszer megoldása, ha $ad - bc \neq 0$,

$$x = \frac{\begin{vmatrix} h & b \\ k & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{hd - bk}{ad - bc},$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & h \\ c & k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{ak - hc}{ad - bc}.$$

4. Cs

csak akkor, ha

Lásd előzmény, következmény, szükséges és elégséges feltétel.

csakkor

Lásd akkor és csak akkor.

csatolt egyenletek

Összefüggő egyenletpár. Például a „ragadozó-és-zsákmány populáció” modellezésénél csatolt egyenletek írhatják le mindkét csoport csökkenését, növekedését.

csavarvonal

Olyan görbe az egyenes körhenger palástján, amely a henger alkotóit állandó szögben metszi. Ez tehát egy „spirális lépcső”.

Csebisev, Pafnutyij Lvovics

(1821–1894) Orosz matematikus, megalapítója a nevezetes szentpétervári matematikai iskolának. Maradandót alkotott $n > 3$ ábrában, az analízisben és a valószínűségsz$2n - 2$n. A számelméletben bebizonyította, hogy minden esetén van legalább egy prímszám az *n* és a szám között.

Csebisev-egyenlőtlenség

Csebisev számos egyenlőtlenséget bizonyított arról, hogy legfeljebb mekkora része eshet egy eloszlásnak egy bizonyos ponton túl. $P(|X-\mu| > k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}$ azt jelenti, hogy annak a valószínűsége, hogy az *X* valószínűségi változó az ő μ várható értékétől σ szórásának több mint *k*-szorosával eltér, nem nagyobb, mint $\frac{1}{k^2}$.

Ennek általánosítása a következő állítás: Tetszőleges nemnegatív értékeket felvevő függvény esetén: $P(g(X) \geq k) \leq \frac{E(g(X))}{k}$.

Ezek az egyenlőtlenségek meglehetősen gyengék abban az értelemben, hogy a legtöbb eloszlás esetén messze vannak a lehetséges legjobb becsléstől, egyszerűségük miatt mégis sokszor jól használhatók.

Csebisev tétele

Tétel. Bármely $n > 3$ egész számra, mindig van leglább egy olyan prím, ami *n* és $2n - 2$ között fekszik.

Például, ha $n = 7$, akkor a 11 prímszám 7 és 12 között fekszik. Az állítást Bertrand fogalmazta meg sejtésként, és Csebisev, Pafnutyij Lvovics bizonyította be.

csempézés

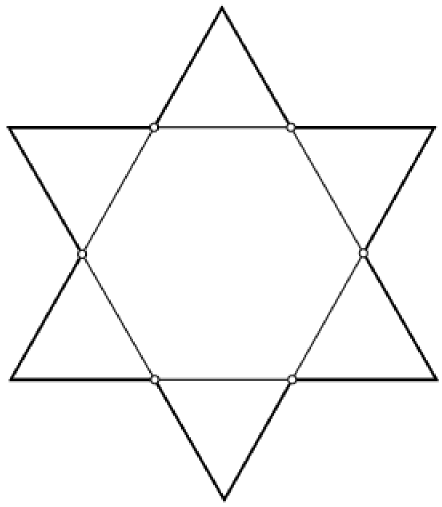
Lásd parkettázás.

csiga

Az egyszerű gépek egyike. Barázdált kerék, melyen kötelet lehet átvetni. Tengelyhez rögzítve alkalmassá válik arra, hogy módosítsa egy erő irányát, abban az értelemben, hogy például a csigán átvetett kötél lefelé való húzásával felemelhető egy teher, mely a kötél másik végén lóg. Ha a csiga tehetetlenségi nyomatéka elhanyagolható, akkor a teherre ható erő nagysága megegyezik a kötél szabad végére ható húzóerővel. Úgynevezett csigasorral egy nagy teher kismértékben elmozdítható egy kis erő hosszú úton való kifejtésével.

csillaghatszög

Az ábrán látható síkbeli alakzat, amelyet a szabályos hatszög oldalainak metszéspontig való meghosszabbításával kapunk.



csillapított rezgés

melynek során az amplitúdó egyre csökken. Tegyük fel, hogy a mozgásegyenlet $m\ddot{x} = -kx - c\dot{x}$, ahol a jobb oldalon álló első tag egy rugalmas visszatérítő erőből ered, amely eleget tesz a Hooke-törvénynek, a második tag egy fékező erőt pozitív állandók. E lineáris differenci...általános megoldásának formája az $m\alpha^2 + c\alpha + k = 0$ másodfokú egyenlet gyökeitől függ. Ha $c^2 < 4mk$, akko...kú egyenlet gyökei nem valósak, és csillapított rezgés lép fel. Ez a **gyenge csillapítás** esete. Ha $c^2 = 4mk$, akkor a másodfo...ét megoldása egybeesik: ez a **kritikus csillapítás** esete, melynél még éppen nem lép fel rezgés. Ha $c^2 > 4mk$, akkor **erős csillapításról** beszélnek: a fékező erő olyan erős, hogy nem lép fel rezgés.

csomó

(görbén) Egy önmagát nem metsző zárt görbén a csomó úgy jön létre, hogy egy hurkot formálva a görbét a hurkon átfűzzük, két végét pedig egyesítjük. Ezáltal a csomó nem bontható ki és nem alakítható át egyszerű hurokká.

csomó

A sebességnek a hajózásban használt mértékegysége. Egy csomó egyenlő egy tengeri mérföld per órával.

csomópont

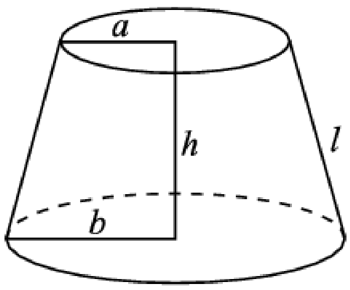
Lásd gráf és fa.

csonkagúla

Egy egyenes gúlát az alapjával párhuzamos két síkkal elmetszve a két sík közé eső rész **csonka gúla**. Tegyük fel, hogy a síkok *h* távolságra vannak egymástól, továbbá jelölje *t*, illetve *T* a fedőlap, illetve az alaplap területét. Ekkor a csonkagúla térfogata $\frac{1}{3}h(t^2+Tt+T^2)$-tel egyenlő. Jelölje *l* az alkotó hosszát – ez nem más, mint az eredeti alkotók alaplapokat összekötő szakaszainak a hossza, és legyen a két kerület *k* és *K*. Ekkor a csonkagúla palástjának területe: $\frac{(k+K)l}{2}$.

csonkakúp

Egy egyenes körkúpot az alapjával párhuzamos két síkkal elmetszve a két sík közé eső rész **csonka kúp**. Tegyük fel, hogy a síkok *h* távolságra vannak egymástól, továbbá jelölje *a*, illetve *b* a fedőkör, illetve alapkör sugarát. Ekkor a csonkakúp térfogata $\frac{1}{3}h(a^2+ab+b^2)\pi$-vel egyenlő. Jelölje *l* az alkotó hosszát – ez nem más, mint az eredeti alkotók alaplapokat összekötő szakaszainak a hossza. Ekkor a csonkakúp palástjának területe: $(a+b)l\pi$.



csonkítás

A kerekítéssel ellentétben egy valós szám **csonkításakor** egyszerűen elhagyunk bizonyos helyi értéktől jobbra eső tizedes jegyeket. Például ha 1 tizedes jegyre csonkoljuk az 1.875 és 1.845 számokat, mindkét esetben 1.8 lesz az eredmény.

csonkítási hiba

Az a hiba, amely akkor keletkezik, amikor egy számra csonkítást alkalmazunk.

csonkolás

Egy megfigyeléssorozatból vagy mintából a kiugró adatok kizárása. A csonkolás nem egyértelmű, attól függ, mit tekintünk kiugró adatnak, ezért alapos megfontolást igényel, hiszen elképzelhető, hogy mérési hibát követtünk el (ekkor a csonkolás jogos), de az is lehet, hogy a minta valóban tartalmaz a többiektől kiugróan eltérő adatot, s ekkor ennek a ténynek fontos jelentése lehet. A csonkolás után kapott minta átlaga a csonkolt átlag.

csonkolt átlag

Lásd csonkolás.

csonkolt kocka

Az arkhimédészi testek egyike, amelyet 6 nyolcszöglap és 8 háromszöglap határol. Ha egy kocka nyolc csúcsát úgy vágjuk le, hogy az eredeti négyzetlapokból szabályos nyolcszögek maradnak, akkor **csonkolt kockát** kapunk.

csonkolt tetraéder

Az arkhimédészi testek egyike, amelyet 4 hatszöglap és 4 háromszöglap határol. Ha egy szabályos tetraéder csúcsait úgy vágjuk le, hogy az eredeti háromszöglapokból szabályos hatszögek maradnak, akkor kapunk **csonkolt tetraédert**.

csoport

Egy halmazon értelmezett műveletet akkor érdemes tanulmányozni, ha annak olyan tulajdonságai vannak, amelyek érdekes és hasznos eredményekre vezetnek. Bizonyos alaptulajdonságok a matematika különböző területein visszatérően előfordulnak; ha ezeket felismerjük, akkor a különböző helyzetekben rejlő hasonlóságok hasznosíthatók. Ilyen alaptulajdonságok egyfajta összességét a csoport fogalmával írjuk le. A következő, művelettel ellátott halmazok példák csoportokra: a valós számok halmaza az összeadással; a nullától különböző valós számok halmaza a szorzással; a 2×2-es valós elemű mátrixok halmaza az összeadással; a háromdimenziós vektorok halmaza a vektorösszeadással; egy *S* halmazt önmagába képező bijektív függvények halmaza a kompozíció műveletével; az $1, i, -1, -i$ számok a szorzással.

A definíció a következő: a *G* halmaz **csoport**, ha zárt a $\circ$ műveletre, és

- minden $a, b, c \in G$ esetén $a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$,
- létezik *G*-nek olyan *e*-vel jelölt egységeleme, melyre $a \circ e = e \circ a$ minden $a \in G$ esetén,
- minden $a \in G$ elemnek létezik olyan a'-vel jelölt inverze, melyre $a \circ a' = a' \circ a = e$.

Ha külön meg kell a műveletet is adnunk, jelölhetjük a csoportot a $\langle G, \circ \rangle$ vagy $(G, \circ)$ jelek valamelyikével; ha azonban világos, hogy milyen műveletre gondolunk, akkor beszélhetünk egyszerűen a *G* csoportról is.

csoportok izomorfizmusa

Legyen $\langle G, \circ \rangle$ és $\langle G', * \rangle$ csoport, azaz $\circ$ a *G*, $*$ pedig a G' halmazon értelmezett művelet. A két csoport közötti **izomorfizmus** olyan f bijektív leképezés a *G*-ről a G' halmazba, amelyre minden $a, b \in G$ esetén $f(a \circ b) = f(a) * f(b)$ teljesül. Ez azt jelenti, hogy ha f az *a*-hoz a'-t, a *b*-hez pedig b'-t rendeli hozzá, akkor $a \circ b$-hez $a' * b'$-t rendeli. Ha két csoport között létezik izomorfizmus, akkor azt mondjuk, hogy **izomorfak**. Ha két csoport izomorf, akkor szerkezetük lényegében megegyezik; az elemeik lehetnek teljesen különböző objektumok, ugyanakkor a művelet hatására ugyanúgy viselkednek. Például az $1, i, -1, -i$ elemekből álló multiplikatív csoport izomorf a *0,1,2,3* elemekből álló csoporttal, ha itt a művelet a modulo 4 összeadás.

csoportosított adatok

Egy adathalmazt **csoportosítottnak** nevezünk, ha előre definiáltunk bizonyos csoportokat vagy kategóriákat, majd a megfigyelések alapján megszámoltuk, hogy hány egyed esik az egyes csoportokba, s így megkapjuk a gyakoriságokat. Numerikus adatok esetén a csoportokat gyakran intervallumok használatával értelmezzük.

csoportos kísérleti terv

Olyan kísérleti terv, amely arra szolgál, hogy megmérje egy függő változó értékét különböző csoportokon az összes kísérleti elrendezés mellett.

csoportos mintavétel

Ha egy populáció térben szétszóródott, célszerű felosztani a területet regiókra, amelyek mindegyikéből veszünk mintát. Ennek eredménye az, hogy az egyedek a teljes mintában úgy jelennek meg, mint az eredeti populáció klaszterei, de a mintavétel költségei jóval kisebbek, mint teljesen véletlen minta esetén. A mintavételi folyamat mindkét szakaszában számos stratégia ismeretes.

csoport rendje

A *G* csoport **rendje** a *G* halmaz elemeinek a száma.

csökkenő függvény

Az f valós függvény **monoton csökkenő** az I intervallumon, ha $f(x_1) \geq f(x_2)$, valahányszor $x_1 < x_2, \quad (x_1, x_2 \in I)$. Az f függvény **szigorúan monoton növekvő**, ha $f(x_1) > f(x_2)$, amikor $x_1 < x_2, \quad (x_1, x_2 \in I)$.

csökkenő sorozat

Az $a_1, a_2, a_3, \cdots$ számsorozatot **monoton csökkenőnek** mondjuk, ha $a_i \geq a_{i+1}$ minden $i \in \mathbb{N}$ esetén, és **szigorúan monoton csökkenőnek,** ha $a_i > a_{i+1}$ minden $i \in \mathbb{N}$ esetén.

csúcs

Lásd ellipszis, hiperbola, parabola, kúp.

csúcsosság

Legyen $m_2 := E((X-\mu)^2)$ és $m_4 := E((X-\mu)^4)$, – ahol $\mu = E(X)$ – az X valószínűségi változó második és negyedik centrális momentuma. Ekkor $\frac{m_4}{(m_2)^2}$ az eloszlás **csúcsossága**. Normális eloszlásra ez az érték 3, ezért az ezzel az értékkel rendelkező eloszlásokat **közepesen csúcsosaknak** nevezzük, amelyekre ez az érték kisebb mint 3, azok kevésbé, amelyekre nagyobb, azok inkább tekinthetők csúcsosaknak.

csúcspont

Olyan pont, amelyben egy görbe két vagy több ága találkozik, és amelyben az egyes ágak érintőinek határértéke egyenlő. Két fő jellemzőjükkel írjuk le a csúcspontokat. **Egyszeres vagy egyszerű csúcspontban** csak két ág találkozik és a találkozási pontban a második deriváltak határértéke különböző. Ha az ágak a közös érintő két különböző oldalán helyezkednek el, akkor ezt elsőfajú csúcspontnak hívjuk, és ha az ágak az érintő ugyanazon oldalán helyezkednek el, akkor az másodfajú csúcspont.

Egy **kétszeres csúcspontnak vagy oszkulációnak** négy ága van, mely két folytonosan deriválható görbéből áll, melyek egy pontban találkoznak, ahol az érintőjük közös. A kétszeres csúcspontok szintén lehetnek első- vagy másodfajúak, vagy az egyik vagy mindkét görbének lehet inflexiós pontja a csúcspontban, ekkor az érintő metszi a görbét, mely esetben ez egy simuló inflexiós pont.

csúcspont

Lásd gráf.

csúcspontmódszer

Az olyan lineáris programozási feladatban, ahol a döntési változók nemcsak egész értékűek lehetnek, az optimális megoldás a megengedett megoldások halmazának valamelyik extremális pontjában vagy határpontjában vétetik fel. (Egy konvex sokszög extremális pontjai a sokszög csúcspontjai, míg határpontjait a csúcsok és az oldalélek, esetleg lapok együtt alkotják.) A megoldás módszere ilyenkor az, hogy kiszámítjuk a célfüggvény értékét a csúcspontokban, és ezek közül kiválasztjuk az optimális (vagyis minimális vagy maximális) értéket. Ha így több csúcsot is kiválasztottunk, akkor a megengedett megoldások halmazának bármely két kiválasztott csúcsa közé eső határpontjai is a megoldáshalmazhoz tartoznak.

csúcsszögek

Két egymást metsző egyenes metszéspontjában a szemközti szögeket csúcsszögeknek hívjuk.

Csu Si-csie

(kb. 1270–kb. 1330) Az egyik legnagyobb kínai matematikus volt, aki két nagyhatású szöveget írt. A *Bevezetés a matematikába* (1299) elemi artimetikai és algebrai problémákat tárgyalt, valamint két- és háromdimenziós alakzatok területének, illetve térfogaátnak meghatározását. A fontosabbik, *A négy elem jáspis tükre* (1303) négyváltozós egyenleteket tárgyal, továbbá a négyzetgyökvonást, sorozatokat. Figyelemre méltó az egyenletek megoldására használt szukcesszív aproximációs módszere és sorok összegzése a véges differenciák módszerével. A könyv a Kínában már az ő ideje előtt is ismert Pascal-háromszöget is tartalmazza.

csúszási súrlódási együttható

Lásd súrlódás.

5. D

D

Az 500-as szám római számjeggyel írva, vagy a 13-es szám tizenhatos (hexadecimális) számrendszerben.

deci-

SI mértékegységek előtagjaként a 10^{-1} számmal való szorzást jelöli.

decilis

Lásd kvantilis.

decimális számábrázolás

Tetszőleges 0 és 1 közé eső valós számnak létezik **decimális ábrázolása**, mely $0.d_1d_2d_3\ldots$ alakú, ahol minden d_i a $0, 1, 2, \ldots, 9$ számjegyek valamelyike. Ez azt jelenti, hogy

$$a = d_1 \times 10^{-1} + d_2 \times 10^{-2} + d_3 \times 10^{-3} + \cdots .$$

Ez a jelölés kiterjeszthető tetszőleges pozitív valós számra

$$c_n c_{n-1} \ldots c_1 c_0 . d_1 d_2 d_3 \ldots .$$

alakban, ahol $c_n c_{n-1} \ldots c_1 c_0$ a szám egész részének szokásos tízes alapú számrendszerbeli ábrázolása. Ha valamely helyiértéktől kezdve a fenti ábrázolásban egy valahány számjegyből álló sorozat ismétlődik, akkor **végtelen szakaszos tizedes törtről** beszélünk. Például a $0.12748748748\ldots$ végtelen szakaszos tizedes tört így írható: $0.12\dot{7}4\dot{8}$, ahol a pontok jelölik az ismétlődő szakasz elejét és végét. Előfordulhat, hogy az ismétlődő szakasz egyetlen számjegyből áll, például $0.166666\ldots$, ekkor ez így írható $0.1\dot{6}$. Ha az ismétlődő sorozat egyetlen 0 számjegyből áll, akkor ezt rendszerint elhagyjuk, és ekkor **véges tizedes törtről** beszélünk.

Bármely valós szám decimális ábrázolása egyértelmű, eltekinve attól, hogy ha a szám kifejezhető véges tizedes törttel, akkor ez kifejezhető olyan számmal is, melyben a 9-esek ismétlődnek végtelenül. így 0.25 és $0.24\dot{9}$ ugyanazt a számot jelöli. A szakaszos tizedes törttel (a végtelen szakaszost is beleértve) kifejezhető számok a racionális számok.

decimalizál

Áttér tízes alapú mértékrendszerre. Például 1971-ben a brit fizetőeszközöket decimalizálták, amikor az $1 \text{ font } = 20 \text{ shilling}, 1 \text{ shilling } = 12 \text{ penny}$ rendszerről áttértek az $1 \text{ font } = 100 \text{ új penny}$ rendszerre. Az „új” jelző azóta természetesen kikopott. Ehhez hasonló változások időről-időre bekövetkeznek az angolszász országokban.

Dedekind, Julius Wilhelm Richard

(1831–1916) Német matematikus, aki megalkotta a valós számok leggyakrabban használt formális definícióját a racionális számokból kiindulva, az úgynevezett **Dedekind-szeletek** bevezetésével. Ez az újszerű megközelítés, mely megtalálható az olvasmányos *Folytonosság és irracionális számok* című cikkében, fontos lépés volt a matematika formalizálásához vezető úton. Javaslatot tett továbbá a végtelen halmazok definíciójára, melyet a vele baráti viszonyban álló Cantor fel is használt.

defektus

Lásd nullitás.

definíció alapján

Anélkül, hogy más tételekre támaszkodnánk valamely eredmény elérésekor. Például, ha $f(x) = x^2 \quad (x \in \mathbb{R})$, akkor $f'(x) = 2x \quad (x \in \mathbb{R})$, amit a definíció alapján a következő érveléssel mutathatunk meg:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0} \frac{x^2+2xh+h^2-x^2}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0}(2x+h) = 2x \quad (x \in \mathbb{R}).$$

deka-

SI mértékegységek előtagjaként a tízzel való szorzást jelöli.

de la Vallée Poussin, Charles Jean Gustave Nicolas

(1866–1962) Belga matematikus, aki 1896-ban Hadamardtól függetlenül bebizonyította a prímszámtételt.

délkör

Szigorúan véve a **délkör** egy olyan főkör a gömbnek tekintett Föld felszínén, amely áthalad az északi és a déli sarkon. Azonban a Föld felszínének valamely *P* pontján áthaladó délkörön sokszor nem a teljes kört értik, hanem azt a *P* pontra illeszkedő félkört, amelynek végpontjai az északi és a déli sark.

déloszi probléma

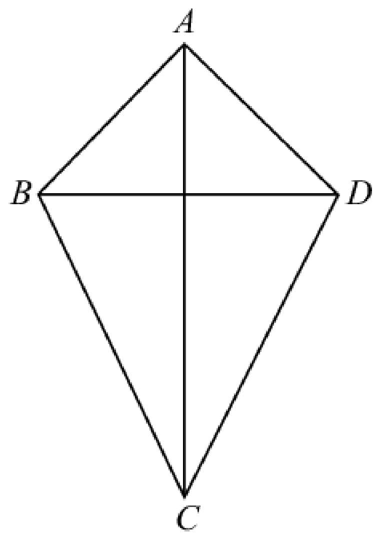
A kocka megkettőzése problémájának másik neve. I. e. 428-ban a déloszi jós azt rendelte, hogy kettőzzék meg Apolló oltárát, ha azt akarják, hogy egy bizonyos járvány megszűnjön.

delta

A görög „d” betű, a kisbetű δ, a nagybetű Δ. A kis δ sokszor jelöl kicsi pozitív mennyiséget, esetleg valaminek a megváltozását.

deltoid

Olyan négyszög, melynek két egymás mellett fekvő oldalpárja egyenlő hosszú. Ha az *ABCD* deltoidban $AB = AD$ és $CB = CD$, akkor az *AC* és *BD* átlók merőlegesek egymásra.



De Moivre, Abraham

(1667–1754) Francia születésű termékeny matematikus, aki később Angliában telepedett le. Arról nevezetes, hogy tételében komplex számokat használt a trigonometriában. De ő volt a szerzője két jelentős, a valószínűségről szóló korai munkának. Az 1718-as *A véletlen törvénye* (*Doctrine of Chances*) című művében számos problémát vizsgál, és sok alapelvet dolgoz ki, mint amilyen a független események fogalma és a szorzási szabály. Későbbi munkája tartalmazza azt az eredményt, amely ma Stirling-képletként ismeretes, továbbá valószínűleg elsőként használta a normális eloszlás sűrűségfüggvényét.

De Moivre-tétel

A komplex számok szorzásának definíciójából következik, hogy $(\cos(\varphi_1)+i\sin(\varphi_1))(\cos(\varphi_2)+i\sin(\varphi_2))=\cos(\varphi_1+\varphi_2)+i\sin(\varphi_1+\varphi_2)$. Ez vezet el a következő, **De Moivre-tételként** ismert eredményhez, mely a *z* komplex szám z^n hatványával kapcsolatos.

Tétel. Tetszőleges *n* pozitív egészre $(\cos(\varphi)+i\sin(\varphi))^n=\cos(n\varphi)+i\sin(n\varphi)$.

Az eredmény igaz *n* negatív egész, sőt nulla értékére is, és ezek tekinthetők akár a De Moivre-tétel speciális esetének, akár kiterjesztésének.

De Morgan, Augustus

(1806–1871) Brit matematikus és logikus, aki kezdeményezte az algebra formálisabb megközelítésének kidolgozását, és nagy szerepet játszott a szimbolikus logika kialakulásának kezdetén. A neve a De Morgan-szabályról ismert, melyet ő fogalmazott meg. Egy 1838-as cikkében tisztázta a teljes indukció jelentését.

De Morgan-szabály

Legyen *A* és *B* egy univerzális alaphalmaz két tetszőleges részhalmaza. Akkor $(A\cup B)^C=A^C\cap B^C$ és $(A\cap B)^C=A^C\cup B^C$. Ezek a **De Morgan-szabályok**.

depressziós szög

Az a szög, amellyel egy egyenes egy (rendszerint vízszintes) sík alá hajlik. Különösen akkor használjuk, ha az egyenes a látósugár, vagy a lövés iránya egy lövedéknél. Lásd dőlésszög.

derékszög

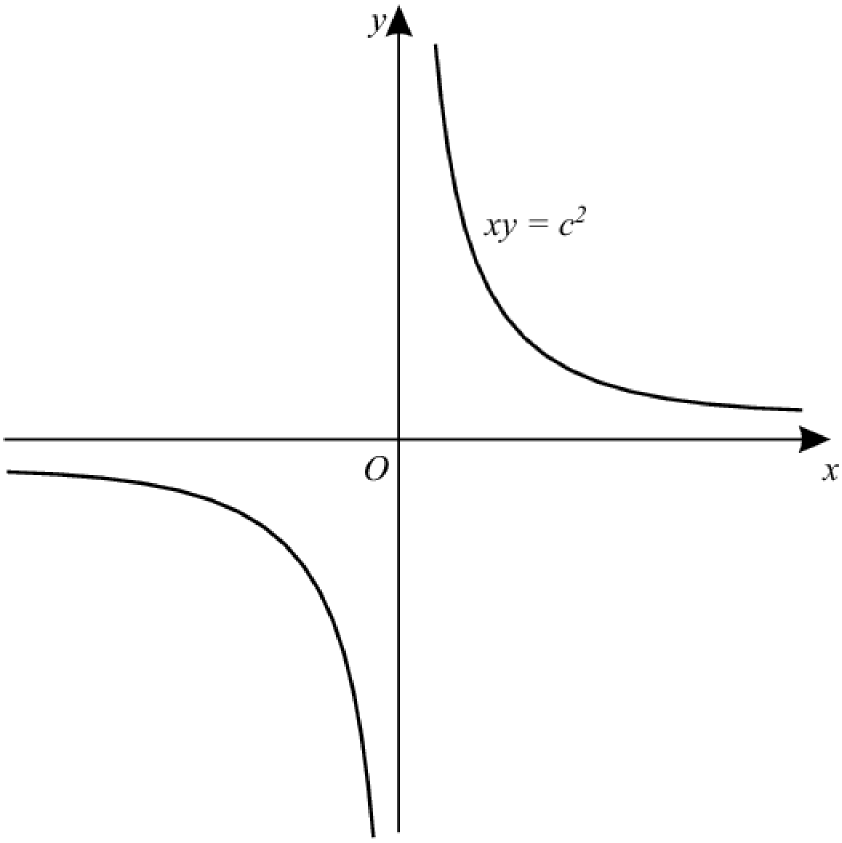
Egy teljes fordulat egy negyede. Egyenlő $90°$-kal vagy $\pi/2$ radiánnal.

derékszögű háromszög

Olyan háromszög, amelynek egyik szöge derékszög. A Püthagorász-tétel és a hegyesszögek trigonometrikus függvényei használhatók számolásra derékszögű háromszögek esetében.

derékszögű hiperbola

Olyan hiperbola, amelynek aszimptotái merőlegesek egymásra. Ha az origó a középpontja és az első (*x*-)tengely az átlója, akkor a hiperbola egyenlete $x^2-y^2=a^2$. Ettől eltérően lehetnek a koordinátatengelyek az aszimptoták, például oly módon, hogy a hiperbola két ága az első, illetve a harmadik negyedbe esik. Ez a koordináta-rendszer megkapható a másikból a tengelyek elforgatásával. A derékszögű hiperbola egyenlete ekkor $xy=c^2$ lesz. Például, $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2; y=1/x\}$ **derékszögű hiperbola**. Szokás az $xy=c^2$ egyenlet esetén $c>0$-t venni, és az $x(t)=ct, y(t)=c/t \quad (t\neq 0)$ paraméteres egyenleteket használni.



derékszögű koordináta-rendszer

Lásd koordináták a síkon.

deriválás

Az a művelet, amelynek során az f függvényből az f' derivált függvény előáll, ahol $x \to f'(x)$ az f függvény derivált függvénye. Egyes gyakori függvények deriváltjait tartalmazza a *Deriváltak táblázata* (2. Függelék), ezek segítségével más függvények deriváltjai is meghatározhatók az alábbi deriválási szabályok segítségével.

1. $(kf)' = kf'$ ahol k konstans.
2. $(f+g)' = f' + g'$.
3. **Szorzat deriválási szabálya**: $(f \circ g)' = (f' \circ g)g'$.
4. **Reciprok deriválási szabálya**:

   $\mathrm{I}, \mathrm{V}, \mathrm{X}, \mathrm{L}, \mathrm{C}, \mathrm{D}$
5. A **hányados deriválási szabálya**:

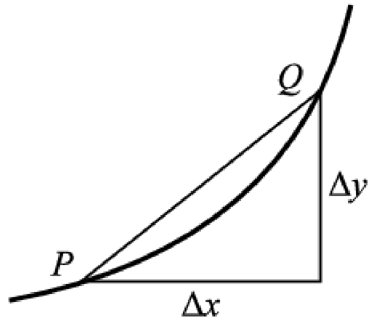
   M
6. Az **összetett függvény deriválási szabálya** (láncszabály) $(f \circ g)' = (f' \circ g)g'$.

derivált

Ha az f valós függvényre a

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

határérték létezik, akkor ez az *f* függvény *a* pontbeli deriváltja, melyet $f'(a)$ jelöl.



Tekintsük az *f* függvény grafikonját. Ha a görbe egy általános *P* pontjának koordinátái $(x, f(x))$ és ehhez a ponthoz közeli, szintén a görbén lévő *Q* ponté $(x+h, f(x+h))$, akkor azt mondhatjuk, hogy az *x h* értékű megváltozása $f(x+h)-f(x)$ megváltozást okoz. Az $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ hányados a *PQ* húr meredeksége. Tehát az *f* függvény deriváltja az *x* pontban ennek a hányadosnak a határértéke, mégpedig:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x))}{h}.$$

Ezt a határértéket $\mathrm{d}f(x)/\mathrm{d}x$ vagy $f'(x)$ jelöli; $f'(a)$ az *f* függvény grafikonjának $(a, f(a))$ pontjában meghúzott érintő meredeksége. Ha a $t \to x(t)$ függvény esetén *t* az időt jelöli, akkor ennek deriváltját a *t* időpontban általában $\dot{x}(t)$ jelöli.

Néhány gyakori függvény deriváltját a *Deriváltak táblázata* (2. Függelék) tartalmazza. Lásd még deriválás, bal- és jobboldali derivált, magasabb rendű derivált, parciális derivált.

derivált függvény

Legyen az *f* függvény deriválható, akkor az $x \to f'(x)$ hozzárendeléssel megadott f' függvény az *f* függvény **derivált függvénye**. Lásd még deriválás.

Desargues, Girard

(1591–1661) Francia matematikus és mérnök, aki kúpszeleteken dolgozott, és azon az eredményen, amit ma Desargues-tételként ismerünk, és ami a projektív geometriaként ismert témakör alapjává vált. 1639-es könyvét nagy közöny fogadta, részben érthetetlen nyelvezete miatt. Közel 200 évvel később kifejlődött a projektív geometria, és akkor ismerték fel ötleteinek szépségességét és fontosságát.

Desargues tétele

A projektív geometria következő tétele:

Tétel. Tekintsünk két háromszöget, melyek a síkban fekszenek vagy a háromdimenzós térben helyezkednek el. Ha csúcsokat összekötő egyenesek egy pontban metszik egymást, akkor a megfelelő oldalak meghosszabbításának metszéspontjai kollineárisak, és fordítva.

Részletesen, tegyük fel, hogy az egyik háromszög csúcsai *A*,*B* és *C*, a másik háromszög csúcsai pedig A', B' és C'. A tétel azt mondja ki, hogy ha az AA', BB' és CC' egyenesek egy pontban metszik egymást, akkor *BC* és $B'C'$, *CA* és $C'A'$, illetve *AB* és $A'B'$ metszéspontja egy egyenesen van.

Talán meglepő, hogy a 3-dimenziós esetet könyebb bizonyítani. A tétel az eukleidészi geometria egy tételének tekinthető, ha alkalmas kigészítéseket teszünk, hogy figyelembe vegyük azokat az eseteket is, amikor nem létezik metszéspont, mert az egyenesek párhuzamosak. Ennek a tételnek fontos szerepe volt a projektív geometria kialakulásában, ott ugyanis az esetek egységesen tárgyalhatók.

Descarte-féle

Kapcsolatos Descartes munkájával, főként a geometria algebrai megfogalmazásával.

Descartes, René

(1596–1650) Francia filozófus és matematikus, a matematikában főként az algebra geometriai alkalmazásának módszereiről ismert, amiből az analitikus geometria fejlődött ki. Ezeket a *La Géometrie* (*A geometria*) című művében fejti ki, melyben az algebrai problémák megoldásának geometriai megközelítését is tárgyalja. Habár róla nevezték el, a Descartes-féle koordináták nem játszottak szerepet művében.

Descartes-féle koordináták

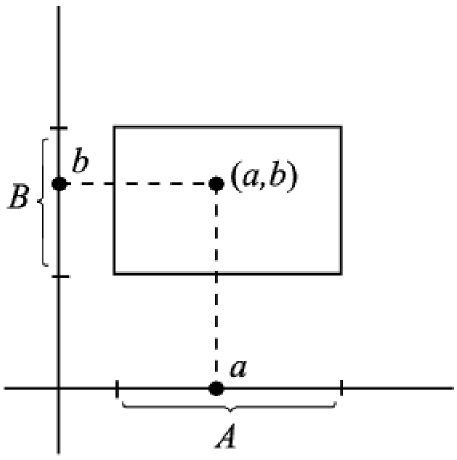
Lásd koordináták a síkon, koordináták a háromdimenziós térben.

Descartes-féle távolság

Lásd eukleidészi távolság.

Descartes-szorzat

Az *A* és *B* halmaz **Descartes-szorzata** az az $A \times B$ halmaz, amely az összes lehetséges (a, b) rendezett párt tartalmazza, ahol $a \in A$ és $b \in B$. Egyes esetekben lehetséges az $A \times B$ halmaz képi megjelenítése úgy, hogy veszünk két egymásra merőleges tengelyt, és az *A* elemeit az egyik tengely, a *B* elemeit pedig a másik tengely mentén ábrázoljuk; az (a, b) rendezett párt ezután pontként ábrázolhatjuk, azok koordinátáival. Speciálisan, ha *A* és *B* az $\mathbb{R}$ részhalmazai és intervallumok, akkor azok képi jelentését az alábbi ábra mutatja. Hasonlóan, az *A*, *B* és *C* halmaz Descartes-szorzata az az $A \times B \times C$ halmaz, amely az összes lehetséges (a, b, c) rendezett párt tartalmazza, ahol $a \in A$, $b \in B$ és $c \in C$. Általánosságban, az $A_1, A_2 \ldots A_n$ halmazok $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$ Descartes szorzatát hasonlóképpen definiálhatjuk.



determináns

Az $\mathbf{A}$ négyzetes mátrix $\det(\mathbf{A})$-val vagy $|\mathbf{A}|$-val jelölt **determinánsát** a következőképpen definiálhatjuk. Tekintsük sorra az 1×1-es, 2×2-es, 3×3-as és az $n \times n$-es mátrixokat.

Az 1×1-es $[a]$ mátrix determinánsa egyszerűen az *a* szám. Ha $\mathbf{A}$ az alábbi 2×2-es mátrix, akkor $\det(\mathbf{A}) = ad - bc$, és a determinánst az alábbi módon jelölhetjük:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}.$$

Ha ***A*** 3×3-as mátrix, akkor $\det(\mathbf{A})$, melyet így is jelölhetünk:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

a következőképpen számítható:

$$\det(\mathbf{A}) = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{22} \end{vmatrix}.$$

Vegyük észre, hogy az itt szereplő minden egyes 2×2-es determináns az eredeti ***A*** mátrix azon sorának és oszlopának törlésével adódott, melyek tartalmazzák a determináns szorzótényezőjét. A 3×3-as determináns felírható $a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}$ alakban, ahol A_{ij} az a_{ij} elem kofaktora. Ez $\det(\mathbf{A})$ **kifejtése** az első sora szerint. Valójában $\det(\mathbf{A})$ kiszámolható bármely oszlopa vagy sora szerinti kifejtéssel: például $a_{31}A_{31} + a_{32}A_{32} + a_{33}A_{33}$ a harmadik sora szerinti kifejtés, az $a_{12}A_{12} + a_{22}A_{22} + a_{32}A_{32}$ pedig a második oszlopa szerinti kifejtés. Az $n \times n$-es ***A*** mátrix determinánsát hasonlóképpen definiálhatjuk: $a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + \cdots + a_{1n}A_{1n}$ és ugyanezt az értéket kapjuk bármely másik sora vagy bármely másik oszlopa szerinti kifejtéssel is. A következők teljesülnek:

1. Ha az ***A*** négyzetes mátrix két sora, vagy oszlopa megegyezik, akkor $n \times n$.
2. Ha az ***A*** négyzetes mátrix két sorát vagy oszlopát felcseréljük, a determináns előjele megváltozik.
3. A determináns értéke nem változik, ha az egyik sor konstansszorosát hozzáadjuk egy másik sorhoz (ugyanez oszlopokra is igaz).
4. Ha az ***A*** és ***B*** négyzetes mátrixok mérete megegyezik, akkor $\det(\mathbf{AB}) = \det(\mathbf{A})\det(\mathbf{B})$.
5. Ha ***A*** invertálható mátrix, akkor $\{x_i\}$.
6. Ha ***A*** $n \times n$-es mátrix, akkor $\det(k\mathbf{A}) = k^n \det(\mathbf{A})$.

Egyes esetekben egy adott mátrix determinánsa úgy is kiszámolható, hogy a 3. pontban leírt alakú műveletekkel olyan mátrixot hozunk létre, amelynek már könyebb a determinánsát meghatározni.

diagonálisan dominált mátrix

Olyan mátrix, ahol a főátlóban lévő elemek abszolút értéke nem kisebb, mint az azonos sorban álló többi elem abszolút értékének összege, azaz $|a_i i| \geq \sum_{j\neq i} |a_{ij}|$. A definíció komplex elemű mátrixokra is hasonló. (Időnként azt is beleértik a definícióba, hogy a mátrix szimmetrikus.)

diagonális elem

Az $[a_{ij}]$ mátrix **diagonális elemei** az $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ elemek, melyek a **főátlót** alkotják.

diagonális mátrix

Olyan négyzetes mátrix, melyben a főátlón kívüli elemek nullák.

diagramm

Kapcsolatok vagy információk ábrázolása grafikus, vagy képi formában. Például, statisztikai ábrák, erődiagrammok a mechanikában, döntési fák, stb.

diédercsoport

A szabályos *n*-szög szimmetriáinak (egybevágósági transzformációinak) csoportja. Gyakran D_n jelöli.

differenciaegyenlet

Legyen $u_0, u_1, u_2, \dots u_n, \dots$ számsorozat, (amit itt kényelmesebb az u_0 taggal kezeni). Ha a tagok kielégítik az $u_{n+1} + au_n = 0$ **elsőrendű differenciaegyenletet**, akkor könnyen láthatjuk, hogy $u_n = A(-a)^n$, ahol $A(= u_0)$ tetszőleges.

Tegyük fel, hogy a tagok kielégítik az $u_{n+2} + au_{n+1} + bu_n = 0$ **másodrendű differenciaegyenletet**. Legyenek α és β az $x^2 + ax + b = 0$ másodfokú egyenlet gyökei. Ekkor megmutatható, hogy (i) ha $\alpha \neq \beta$, akkor $u_n = A\alpha^n + B\beta^n$, és (ii) ha $\alpha = \beta$, akkor $u_n = (A + nB)\alpha^n$, ahol *A* és *B* tetszőleges állandó (amelyek értékét a kezdeti feltételekből lehet meghatározni). A Fibonacci-sorozatot az $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ differenciaegyenlet definiálja az $u_0 = 1$ és $u_1 = 1$ kezdeti feltételekkel. A fenti módszer alapján:

$$u_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \frac{1}{2}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n.$$

A differenciaegyenleteknek, amelyeket **rekurzív összefüggéseknek** is hívnak, nem feltétlenül kell állandó együtthatósaknak lenniük, mint ahogy a fenti általános másodrendű esetben sem azok. A differenciaegyenletek elmélete hasonló a differenciálegyenletekéhez.

A $(\Delta u)_n := u_{n+1} - u_n$ jelölést használva a differenciaegyenlet felírható véges differenciákkal is. Alkalmasint a differenciaegyenletek véges differenciák alkalmazásából is eredhetnek.

Bemutatjuk a differenciaegyenletek vagy más szóval **rekurzív relációk** egy tipikus alkalmazását. Legyen I_n valamilyen mennyiség, amely az $n(\geq 0)$ egésztől függ. Lehet, hogy fel tudunk állítani valamilyen általános képletet, amely kifejezi I_n-et az I_{n-1}, I_{n-2},... mennyiségekkel. Egy ilyen képletet **rekurziónak** nevezünk, és arra használhatjuk, hogy meghatározzuk vele I_n értékét egy adott *n* számra. A módszer hasznos integrálásnál. Ha például

$$I_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n(x)\, \mathrm{d}x,$$

akkor parciális integrálással megmutatható, hogy $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2} \quad (n \geq 2)$. Könnyű belátni, hogy $I_0 = \pi/2$, és ekkor a rekurzió használható például annak kiszámítására, hogy

$$I_6 = \frac{5}{6} I_4 = \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} I_2 = \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} I_0 = \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{32}.$$

differenciahányados

Lásd különbségihányados-függvény.

differenciálegyenlet

A **közönséges differenciálegyenlet** fogalmának egy lehetséges körülírása (tehát nem matematikai definíciója) a következő: Legyen *n* természetes szám, *F* pedig $n+1$ változós, valós értékű folytonos függvény. Akkor kérdezhetjük, hogy melyek azok a (nyílt *J* intervallumon értelmezett, *n*-szer differenciálható) *y* függvények, amelyekre teljesül, hogy

$$F(x, y(x), y'(x), y''(x), \ldots, y^(n)(x)) = 0 \quad (x \in J).$$

Az ilyen függvények a fenti **implicit** differenciálegyenlet **megoldásai**. A differenciálegyenlet **rendje** a benne előforduló legmagasabb rendű derivált rendje, esetünkben tehát *n*.

Bizonyos feltételek mellett van a differenciálegyenletnek **általános megoldása**, azaz megoldások olyan halmaza, amely az egyenlet összes megoldását tartalmazza. Ez a halmaz egyszerű esetben *n* számú paraméterrel jellemezhető, a paraméterek rögzítésével kapjuk az egyenlet valamely **partikuláris megoldását**.

Néhány példa következik differenciálegyenletre és általános megoldásukra. Az alábbiakban *A*,*B*,*C* tetszőleges állandó.

1. $y' - y = 3$ általános megoldása $x \to Ae^x - 3$.

2. $y'(x) = \frac{2x+3y(x)+2}{4x+6y(x)-3}$ általános megoldása $\ln|2x + 3y(x)| = 2y(x) - x + C$.

3. $y'' + y = 0$ általános megoldása $x \to A\cos(x) + B\sin(x)$.

4. $y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = e^{-x}$ általános megoldása $x \to Ae^{-x} + Be^{3x} - \frac{1}{4}xe^{-x}$.

A 2. eset mutatja, hogy a megoldást nem mindig tudjuk explicit alakban kifejezni.

Néhány olyan egyenlet, amelynek a megoldása szimbolikus alakban (régebbi, félrevezető elnevezéssel: analitikusan) megadható: szétválasztható változójú differenciálegyenlet, homogén differenciálegyenlet, lineáris differenciálegyenlet. A vektorértékű függvényekre vonatkozó egyenletek közül az állandó együtthatós lineáris differenciálegyenlet-rendszer oldhatók meg szimbolikusan – amennyiben az együttható-mátrix sajátértékei és sajátvektorai ismertek.

Parciális differenciálegyenletnek röviden és pontatlanul olyan differenciálegyenletet nevezünk, amelyik többváltozós függvényre vonatkozik, így parciális deriváltakat tartalmaz.

differenciálegyenlet rendje

Lásd differenciálegyenlet.

differenciálgeometria

A matematikának az az ága, amely a differenciálszámítás eszközeivel vizsgálja a geometriát; például annak bizonyításához, hogy a kör területe $r^2\pi$.

differenciálható függvény

Az egyváltozós *f* valós függvény **differenciálható** az $a \in \mathcal{D}f$ pontban, ha az $(f(a+h) - f(a))/h$ határérték létezik, amint $h \to 0$, azaz ha az *f* függvény *a* pontbeli deriváltja létezik. Az *f* függvény differenciálható egy nyílt intervallumon, ha az intervallum minden pontjában differenciálható, és *f* differenciálható az $[a, b]$ zárt intervallumon – ahol $a < b$ –, ha differenciálható az (a, b) nyílt intervallumon, és létezik *f* *a* pontbeli jobboldali deriváltja és *b* pontbeli baloldali deriváltja.

differenciáloperátor

Általában bármilyen operátor, mely deriválást vagy parciális deriválásokat tartalmaz. Például a $\nabla := \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}$ operátor, ahol $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ az egyes koordinátatengelyek irányába mutató egységvektorok, és $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$ a parciális deriváltak *x*,*y*,*z* szerint. Lásd még rotáció, divergencia és gradiens.

differenciálszámítás

A matematikának az a területe, mely a függvény deriváltjának, illetve a függvény grafikonja érintőjének definíciójából fejlődött ki. A deriváltat úgy tekintjük, mint a különbségihányados-függvény határértékét, ami ekvivalens egy görbéhez húzott érintő – a görbe egy pontra összehúzódó húrjai meredekségének határhelyzete – fogalmával. Másik szemszögből nézve a differenciálszámítás az a tárgy, mely alapvetően egyik mennyiség másikhoz viszonyított változási ütemével foglalkozik.

differenciasorozat

Az $\{x_i\}$ sorozat **differenciasorozata** az $\{x_{i+1} - x_i\}$ sorozat, amelyet az egymást követő tagok különbségéből kapunk.

digitális

Numerikus formájú. Például egy digitális óra számokkal jelzi ki az időt, szemben a hagyományos mechanikus órával, amely karjainak helyzetével mutatja.

digitális számítógép

Lásd számítógép.

Dijkstra-algoritmus

Lásd a legrövidebb útvonal módszere.

Dijkstra módszere

Lásd a legrövidebb útvonal módszere.

dimenziók

A mechanikában használt fizikai mennyiségek kifejezhetők a tömeg, a hosszúság és az idő alapvető **dimenzióinak** pozitív illetve negatív kitevős hatványaival. Például a terület dimenziója hosszúság a négyzeten, a sebesség dimenziója hosszúság szorozva idő a mínusz elsőn, az erő dimenziója tömeg szorozva hosszúság szorozva idő a mínusz másodikon, az impulzus dimenziója tömeg szorozva hosszúság szorozva idő a mínusz elsőn, az energia dimenziója tömeg szorozva hosszúság a négyzeten szorozva idő a mínusz másodikon, a teljesítmény dimenziója tömeg szorozva hosszúság a négyzeten szorozva idő a mínusz harmadikon.

dinamika

A mechanikának az a területe, mely az erőknek és a testek mozgásának vizsgálatával foglalkozik.

dinamikus programozás

A matematikának az a területe, mely olyan optimalizálási problémákat vizsgál, ahol lépésenkénti döntési eljárást alkalmaznak. Ez gyakran iteratívan történik.

Diophantosz

(I. sz. 250 körül) Görög matematikus, az algebra útján közelítette meg az egy- vagy többismeretlenes egyenletek tanulmányozását szemben a korábbi görög módszerekkel, amelyek inkább geometriaiak voltak. A fennmaradt *Aritmetika* című könyvében több mint 100 numerikus példa megoldása található, valószínűleg a megoldás általános módszerét szemléltetendő. Ezek többnyire a ma diophantoszi egyenletekként ismert problémák közül valók.

diophantoszi egyenlet

Olyan egy vagy többismeretlenes algebrai egyenlet, melyben az együtthatók egészek, és a megoldásokat is az egészek körében keressük. Például:

1. A $14x + 9y = 1$ egyenlet megoldásai: $x = 2 + 9t, y = -3 - 14t$ ahol *t* tetszőleges egész.
2. Az $x^2 + 1 = 2y^4$ egyenletnek 2 megoldása van: x' és $x = 239, y = 13$.
3. Az $x^3 + y^3 = z^3$ egyenletnek nincs megoldása.

Lásd még Hilbert tizedik problémája és a Pell féle egyenlet.

Dirac, Paul Adrien Maurice

(1902–1984) Elméleti fizikus és matematikus. Angliában született angol anyától és svájci apától. 37 éven át volt a Cambridge-i Egyetem matematikaprofesszora. Elsősorban arról ismert, hogy ő kapcsolta össze a relativitáselméletet a kvantummechanikával. 1933-ban Erwin Schrödingerrel megosztva fizikai Nobel-díjat kapott.

direkciós erő

A rugók keménységét jellemző paraméter. Arányossági tényezőként szerepel a Hooke-törvényben. Értéke a következőképpen határozható meg: Ábrázoljuk a rugóra ható erőt az általa okozott megnyúlás függvényében! Ha érvényes a Hooke-törvény, akkor a felvett pontok egy egyenesre illeszkednek, mely átmegy az origón. Ennek az egyenesnek a meredeksége a direkciós erő.

direkt bizonyítás

A $p \Rightarrow q$ alakú tétel bizonyítása **direkt**, hogyha feltételezi *p*-t és megmutatja, hogy ebből *q* következik. Vesd össze indirekt bizonyítás.

Dirichlet, Peter Gustav Lejeune

(1805–1859) Német matematikus, a Berlini Egyetem professzora volt, mielőtt Gauss utódja lett a Göttingeni Egyetemen. Bizonyította, hogy bármely $a, a+d, a+2d, \ldots$ számtani sorozatban, ahol *a* és *d* relatív prímek, végtelen sok prímszám van. Megadta a függvény modern definícióját. Sokat dolgozott az analízis számelméleti és matematikai-fizikai alkalmazásáért.

Dirichlet-kritérium

Sorok konvergenciájára vonatkozó teszt. Ha $\{a_n\}$ olyan sorozat, amelyből képzett részletösszegek közös korlát alatt maradnak, azaz $|\sum_{n=1}^{m} a_n| \leq K$ *m* minden értékére, és $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ monoton csökkenőleg 0-hoz tart, azaz $b_n <\leq b_{n-1}$ és $\lim_{n\to+\infty} b_n = 0$, akkor $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ konvergens.

Dirichlet-sor

A $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n e^{-\lambda_n z}$ alakú sor, ahol a_n és *z* komplex, $\{\lambda_n\}$ pedig valós, monoton növő sorozat. Ha $\lambda_n = \ln(n)$, akkor a sor a $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n n^{-z}$ sorra egyszerűsödik, amely **Dirichlet-féle L-sorként** ismert.

diszjunkció

Logikai „vagy” művelet. Lásd megengedő diszjunkció és kizáró diszjunkció. A hétköznapi használatban vagy a matematikában, amikor akkor tekintünk egy összetett állítást igaznak, ha öszetevői közül legalább az egyik igaz, a megengedő vagyot használjuk.

diszjunkt

Az *A* és *B* halmaz **diszjunkt**, ha nincs közös elemük, azaz ha $A \cap B = \emptyset$.

diszkrét

Egy függvényt vagy valószínűségi változót **diszkrétnek** mondunk, hogyha értékkészlete véges vagy megszámlálhatóan végtelen halmaz.

diszkrét adat

Lásd adat.

diszkrét Fourier-transzformáció

Az $x = (x_0, x_1, \ldots, x_{n-1})$ $y_k = \sum_{j=0}^{n-1} \omega^{kj} x_j$ **urier-transzformáltja** az az $y = (y_0, y_1, \ldots, y_{n-1})$ $k = 0, 1, \ldots, n-1$ $\omega = e^{-\frac{2\pi i}{n}} = \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) - i \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$, ahol . Ennek kiszámításához sok számolás kell, a szükséges számítási mennyiség csökkenthető a **gyors Fourier-transzformációval**.

diszkretizálás

Egy folytonos függvény vagy összefüggés diszkrét megfelelővel való közelítésének folyamata. A ma elérhető óriási számítási kapacitásnak köszönhetően ezekkel a módszerekkel olyan összetett jelenségeket is szimulálni lehet, amelyek szimbolikusan nem kezelhetőek, ilyenek például a légörvények.

diszkrét valószínűségeloszlás

Az *X* diszkrét valószínűségi változó **eloszlása** az a *p* függvény, amelyre $p(x_i) = P(X = x_i)$, minden *i*-re.

diszkrét valószínűségi eloszlás

Legyenek *X* és *Y* diszkrét eloszlású valószínűségi változók, és legyen $p_{ij} := P(X = x_i, Y = y_j)$. Az (x_i, y_j, p_{ij}) számhármasokból álló halmazt *X* és *Y* együttes eloszlásának nevezzük.

diszkrét valószínűségi változó

Lásd valószínűségi változó.

diszkrimináns

Az $ax^2 + bx + c$ másodfokú kifejezés **diszkriminánsa** a $b^2 - 4ac$ mennyiség. Az egyenletnek két különböző valós, egy kétszeres valós, illetve 0 valós gyöke van akkor, ha a diszkrimináns rendre pozitív, 0, illetve negatív.

diszkriminatív

Diszkriminatívnak mondunk egy statisztikai próbát, ha ereje nagyobb egy előre megállapított értéknél.

disszipatív erő

Olyan erő, mely energiaveszteséget okoz (ha az energiát a mozgási és a potenciális energia összegének tekintjük). Az fékező erők disszipatívak, mert az általuk végzett munka negatív.

disztributív

Legyen $\circ$ és $*$ az *S* halmazon értelmezett kétváltozós művelet. Akkor mondjuk, hogy $\circ$ **disztributív** a $*$ műveletre nézve, ha minden $a, b, c \in S$ esetén

$$a \circ (b * c) = (a \circ b) * (a \circ c)$$

és

$$(a * b) \circ c = (a \circ c) * (b \circ c).$$

Ha a fenti két művelet az összeadás és a szorzás (ebben a sorrendben), akkor a „disztributivitási szabály” azt jelenti, hogy a szorzás disztributív az összeadásra nézve.

div

A divergencia rövidítése.

divergál

Nincs véges határértéke. Lásd sorozat határértéke.

divergencia

Az $m \to +\infty$ vektor-vektor függvény **divergenciája** a $\nabla = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}$ operátorral vett skaláris szorzata, vagyis

$$i, -1+i, -1, 0, i, -1+i, \ldots$$

Vesd össze rotáció, gradiens.

divergens

Az $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$ végtelen sor divergens, ha $\sum_{n=1}^{m} a_n$ részletösszegei nem tartanak véges határértékhez, amikor $m \to +\infty$. Ekkor vagy $\sum_{n=1}^{m} a_n \to \pm\infty$, ha $m \to +\infty$, vagy a részletösszegek sorozatának nincs határértéke. Például $\sum_{n=1}^{m} (-2)^n$ váltakozva vesz fel pozitív és negatív értékeket, miközben $|\sum_{n=1}^{m} (-2)^n| \to +\infty$, ha $m \to +\infty$; $\sum_{n=1}^{m} i^n$ pedig a következő értékeket veszi fel: $i, -1+i, -1, 0, i, -1+i, \ldots$

$d(n)$

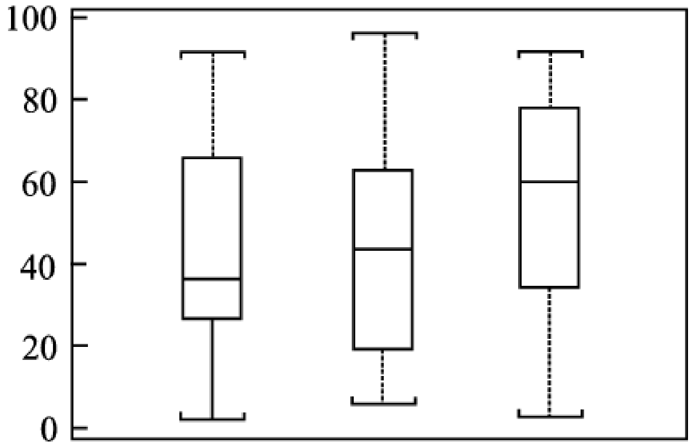
Lásd osztók száma.

dobókocka

Egy kis kocka, melynek oldalai 1-től 6-ig vannak számozva. Ha (szabályos) dobókockával dobunk, akkor annak a valószínűsége, hogy a kocka egy bizonyos számmal felfelé áll meg bármely 1 és 6 közti számra $\frac{1}{6}$.

dobozdiagramm

Numerikus adatokból készített ábra, amely a rendezett minta középső 50%-át egy dobozzal, a legkisebb és a legnagyobb értéket egy-egy „bajusszal” jelöli. A mediánt egy vonal jelöli a dobozon. A **dobozdiagramm** különösen hasznos több minta összehasonlítására.



Az ábra három olyan 20 elemű minta dobozdiagrammját mutatja, amelyek 1 és 100 közötti egyenletes eloszlású egész számokból állnak.

dodekaéder

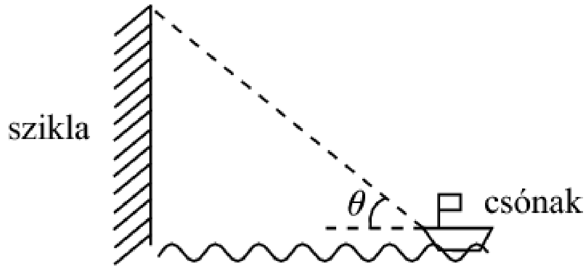
Tizenkét lapú poliéder, gyakran beleértik, hogy szabályos. A szabályos dodekaéder egyike a szabályos testeknek, lapjai szabályos ötszögek, 20 csúcsa és 30 éle van.

Dodgson, Charles Lutwidge

(1832–1898) Brit matematikus, logikus. Lewis Carroll álnéven vált ismertté, mint az *Alíz Csodaországban* szerzője. Matematikát oktatott az oxfordi Christ Church-ben, néhány kisebb jelentőségű matematikai könyv fűződik a nevéhez.

dőlésszög

Az a hegyesszög, melyet a vízszintes egy egyenessel bezár, pozitívnak véve, amikor felfelé áll. Az ábrán a csónakból a szikla teteje ϑ emelkedési szög alatt látszik. Lásd még depressziós szög.



döntéselemzés

A matematikának az az ága, mely egy olyan folyamat bizonyos szakaszában hozandó döntéseket vizsgálja, amelynél a meghozott döntések eredményében a véletlen is szerepet játszik.

döntéselmélet

A statisztika és a játékelmélet azon ága, amely a döntések várható hasznosságát maximalizálja bizonytalan helyzetekben.

döntési csomópontok

Lásd a várható nyereség maximalizálása.

döntési fa

Egy döntéselemzési probléma folyamatát leíró diagramm. Különböző szimbólumok jelölik a különböző típusú pontokat. Például a döntéseket jelölhetik téglalapok, a véletlen eseményeket körök és a kifizetéseket háromszögek.

döntési változó

Mennyiségek a lineáris programozásban vagy más feltételes optimumszámítási problémában.

$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$

A differenciáloperátor jelölésére használt szimbólum. Ha *y* differenciálható valós változós, valós értékű függvény, akkor *y* adott pontbeli deriváltját többféleképpen írhatjuk: $y'(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}y(x) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$. Ha *y* kétszer differenciálható, akkor $y''(x) = \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\right)^2 y(x) = \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

Ügyeljünk arra, hogy $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ a deriváltfüggvény értékét jelöli az *x* pontban, nem magát a deriváltfüggvényt.

duplán sztochasztikus mátrix

Lásd sztochasztikus mátrix.

6. E, É

e

$\ln$ természetes logaritmus alapszáma. Számos módon definiálható. Az egyik $\exp$ ás szerin $\ln$ lőször definiáljuk -t, mint a logaritmusfüggvényt a 2. megközelítésben. Ezután de $\exp(1)$ -t, mint inverzfüggvényét (lásd exponenciális függvény, 2. megközelítés). Ezután az *e* számot függvényértékként definiáljuk. Ez ugyanaz, mintha azt mondanánk, hogy *e* az a szám, melyre

$$\int_1^e \frac{1}{t}\,\mathrm{d}t = 1.$$

Ezek után meg kell mutatni, hogy az $x \longrightarrow e^x$ és az $x \longrightarrow \exp(x)$ függvény egyenlő, és hogy az $\ln$ és a $\log_e$ függvény is azonos.

Az *e* számnak fontos tulajdonságai vannak, amelyek az $\ln$ és az $\exp$ függvény bizonyos tulajdonságaiból vezethetők le. Például

$$e = \lim_{h\to 0}\,(1+h)^{1/h} = \lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n.$$

Továbbá *e* a következő sor összege:

$$1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \cdots + \frac{1}{n!} + \dots.$$

Egy másik, általunk nem javasolt megközelítésnél definiálhatjuk az *e* számot az egyik fenti értékkel. Ekkor $\exp(x)$-et e^x-ként definiálhatnánk, $\ln$-t pedig ennek inverz függvényeként, és ezen függvények fenti tulajdonságait kellene belátni. (A magyar szokásokhoz ez a megközelítés áll közelebb.)

e értéke (8 tizedes jegy pontossággal) 2.71828183. Viszonylag egyszerűen bizonyítható, hogy *e* irracionális szám. 1873-ban Hermite bebizonyította, hogy *e* transzcendens szám, bizonyítását nem sokkal ezután Hilbert egyszerűsítette.

e

Az excentricitás szokásos jele kúpszeleteknél.

E

A 14-es szám tizenhatos (hexadecimális) számrendszerben.

e a csoportelméletben

Egy csoport neutrális elemének elterjedt jelölése.

EAN

Az *European Article Numbers* elnevezés (európai cikkszám) rövidítése. A termékek vonalkódjának 1976-ban bevezetett szabványos rendszere, az UPC (Universal Product Code = **egyetemes termékkód**) változata. A **sajátmárkás** (nem a gyártó, hanem a forgalmazó márkaneve alatt futó) termékek gyakran nyolcjegyű európai cikkszámot használnak, míg számos élelmiszeripari termék tizenháromjegyűt alkalmaz. Mindegyikük ugyanazt az ellenőrzőbit-rendszert használja.

-éder

Poliédert jelölő utótag, például dodekaéder.

egész értékű programozás

A lineáris programozás leszűkítése olyan esetekre, ahol a változók értékei csak egészek lehetnek, mert például jelentésük valaminek a számossága.

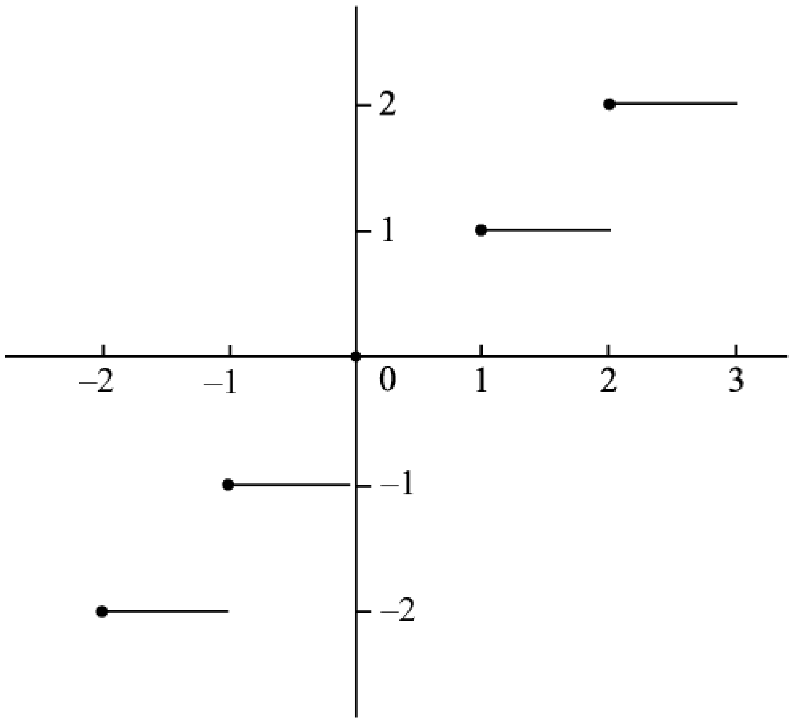
egész rész

$[3.2] = 3$, $[-3.2] = -4$, $[7] = 7$ı legnagyobb egész szám, amely nem nagyobb, mint *x;* jele: $[x]$. így tehát
.

egészrész

Bármely *x* valós számhoz egyértelműen létezik olyan *n* egész, melyre $n \leq x < n+1$ teljesül. Az *n* számot *x* **egészrészének** nevezzük, szokásos jelölése $[x]$. Például $[\frac{9}{4}] = 2$ és $[\pi] = 3$, de vegyük észre, hogy $[-\frac{9}{4}] = -3$. A számítástechnikában több ehhez hasonló függvényt definiálnak, ezért óvatosan kell használnunk őket.

Az $x \longrightarrow [x]$ **egészrészfüggvény** grafikonja az alábbi ábrán látható.



egészrészfüggvény

Az $x \longrightarrow [x] \quad (x \in \mathbb{R})$ hozzárendeléssel megadott függvény, ahol $[x]$ az *x* valós szám egészrészét jelöli.

egész szám

A $\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$ számok egyike. Az egész számok halmazát rendszerint $\mathbb{Z}$ jelöli. A szokásos összeadással és szorzással együtt a $\mathbb{Z}$ integritási tartomány. Kronecker híres mondása fontosságukról: „Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk.” („Az egész számokat a Jóisten teremtette, minden egyéb az emberek alkotása.”)

egzakt differenciál

Lásd teljes differenciál.

egzakt differenciálegyenlet

Ha a sík valamely tartományán értelmezett, valós értékű függvényekből álló $f(x+h, y+k) = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} h + \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} k.$ függvénypárhoz létezik olyan *f* , függvény, hogy (P, Q) teljesül, akkor azt mondjuk, hogy *f* függvény a $f' = (P, Q)$ függvénypár primitív függvénye. Ha az

(P, Q) függvénypárnak létezik primitív függvénye, akkor a (P, Q) egyenletet **egzakt** differenciálegyenletnek nevezzük. Ennek az $P(x, y(x)) + y'(x)Q(x, y(x)) = 0$ kezdeti feltételt kielégítő megoldásait az $y(x_0) = y_0$ összefüggés adja. Ha az egyenlet nem egzakt, esetleg akkor is találhatunk olyan egyszerű alakú függvényt, amellyel az egyenletet végigszorozva az már egzakt lesz. Az ilyen függvény neve **integráló tényező**, vagy **multiplikátor**.

Azt mondhatjuk, hogy az egyenlet azt fejezi ki, hogy az *f* függvény teljes differenciálja nulla.

egzisztenciális kvantor

Lásd kvantor.

egy

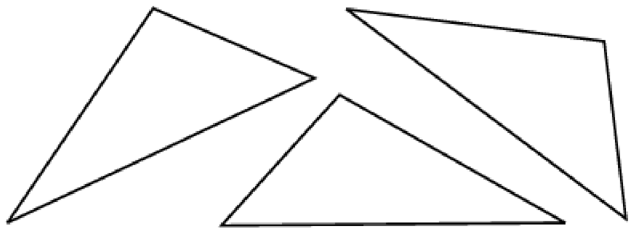
Az 1 szimbólummal jelölt legkisebb természetes szám. A valós és a komplex számok multiplikatív egységeleme.

egyállású szögek

Lásd párhuzamos szárú szögek.

egybevágó alakzatok

Két geometriai alakzat **egybevágó**, ha alakjukban és méretükben megegyeznek. Ez magában foglalja azt az esetet is, amikor az egyik a másik tükörképe, tehát az alábbi ábrán szereplő három háromszög egymással egybevágó.



egybevágósági transzformáció

Röviden egybevágóság, idegen szóval izometria; olyan transzformáció, amely megőrzi a pontok távolságát, azaz megvan az a tulajdonsága, hogy ha a *P* és *Q* pontok képe P' és Q', akkor az általuk meghatározott szakaszok hossza egyenlő: $|P'Q'| = |PQ|$. Példa egybevágóságra az eltolás, forgatás, tükrözés. Megmutatható, hogy a sík bármely egybevágósági transzformációja előáll eltolások, forgatások és tengelyes tükrözések egymásutánjaként. Két alakzatról akkor mondjuk, hogy egybevágó, ha van olyan egybevágóság, amely egyiket a másikba viszi.

egyedeken belüli variáció

Olyan kísérleti terv, amelynél ugyanazokat az egyedeket (gyakran embereket) vizsgálják különböző kísérleti körülmények között, hogy kiküszöböljék az egyedeken belüli variáció hatását.

egy-egyértelmű megfeleltetés

Lásd bijektív leképezés.

egyelemű halmaz

Amelyiknek egyetlen eleme van.

egyenes

Lásd egyenes két dimenzióban, egyenes három dimenzióban.

egyenes a síkon és a térben

1. **(a síkon)** A sík egy egyenesét Descartes-féle koordinátákban lineáris, azaz $ax + by + c = 0$ alakú egyenlet értelmezi, ahol az *a* és *b* állandók közül legalább az egyik nem nulla. Ez rövidítése annak, hogy az egyenes az $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | ax + by + c = 0\}$ halmazként definiálható. Egy egyenes a síkon számos hasznos alakban adható meg.

   a. Az $y = mx + b$ alak azt mutatja, hogy az egyenes iránytangense vagy meredeksége *m*, tengelymetszete pedig *b*. Ez utóbbi kifejezés azt jelenti, hogy átmegy a $(0, c)$ ponton.

   b. Az (x_1, y_1) ponton átmenő, *m*, iránytangensű egyenes egyenlete $y - y_1 = m(x - x_1)$.

   c. Az (x_1, y_1) és (x_2, y_2) ponton átmenő egyenes egyenlete, feltéve, hogy $x_1 \neq x_2$, $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$, ha pedig $x_1 = x_2$, akkor $x = x_1$.

   d. Annak az egyenesnek az egyenlete, amely a tengelyeket a $(p, 0)$ és $(0, q)$ pontban metszi, feltéve, hogy $p \neq 0, q \neq 0$, $x/p + y/q = 1$.

2. **(a térben)** A háromdimenziós térben egy egyenest két sík metszésvonalaként adhatunk meg. Egy egyenest tehát általában két lineáris egyenlet, $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0, \quad a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ határoz meg. (Ha ezek az egyenletek azonos vagy párhuzamos síkokat határoznak meg, akkor nem definiálnak egyenest.) Gyakran célszerűbb az egyenes paraméteres egyenletét használni, amely „szimmetrikus alakban” is írható. Lásd még egyenes vektoregyenlete.

egyenesek hajlásszöge a síkon

A sík koordinátageometriájában az m_1 és m_2 meredekségű egyenesek által bezárt ϑ szöget a következő képlet adja meg:

$$\mathrm{tg}(\vartheta) = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}.$$

Ez $\mathrm{tg}(\alpha - \beta)$ kifejtéséből kapható meg. Azokban a speciális esetekben, amikor $m_1 m_2 = -1$, vagy amikor m_1 vagy m_2 végtelen, a hajlásszöget a következőképpen értelmezzük: ha $m_1 m_2 = -1$, akkor $\vartheta := 90°$; ha pontosan az egyik m_i végtelen, akkor $\vartheta := 90° - |\mathrm{arctg}(m_j)|$, ahol $j \neq i$; és ha m_1 és m_2 is végtelen, akkor $\vartheta := 0°$.

egyenesek hajlásszöge a térben

Adott két egyenes a térben, legyen $\mathbf{u}_1$ és $\mathbf{u}_2$ az egyenesek irányvektora, ekkor a két egyenes által bezárt szög – még ha nem is metszik egymást – egyenlő az $\mathbf{u}_1$ és $\mathbf{u}_2$ vektorok által bezárt szöggel (lásd vektorok hajlásszöge). Itt az $\mathbf{u}_1$ és $\mathbf{u}_2$ vektorok irányítását úgy kell megválasztani, hogy az általuk bezárt ϑ szögre teljesüljön, hogy $0 \leq \vartheta \leq \pi/2$ (radiánban), vagy $0 \leq \vartheta \leq 90$ (fokban). Ha az egyenesek irányvektorai (l_1, m_1, n_1) és (l_2, m_2, n_2), akkor a két egyenes által bezárt ϑ szögre a következő összefüggés áll fenn:

$$\cos(\vartheta) = \frac{|l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2|}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2}\sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}.$$

egyenesen arányos

Lásd arányosság.

egyenes három dimenzióban

Hasonlóan a síkbeli esethez, a térbeli egyenes is többféleképpen megadható. A síkbeli egyenes egyenletének 4. és 7. alakja kivételével a többi egyenlet nem általánosítható három dimenzióra.

1. Az (x_1, y_1, z_1) és (x_2, y_2, z_2) pontokon átmenő egyenes egyenletrendszere

   $$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}.$$

   (Az egyenletrenedszer azt fejezi ki, hogy az (x, y, z) pontot az (x_1, y_1, z_1) ponttal összekötő vektor irányvektorának koordinátái arányosak az (x_2, y_2, z_2) pontot az (x_1, y_1, z_1) ponttal összekötő vektor irányvektorának koordinátáival.

2. Az (x_1, y_1, z_1) ponton átmenő (l, m, n) irányvektorú egyenes egyenletrendszere

   $$\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n}$$

   abban az esetben, ha *l*,*m*,*n* egyike sem 0. Ha például $l = 0$, akkor az első tört nem szerepel, hanem helyette az $x = x_1$ egyenletnek kell fönnállnia.

3. Ha az (x_1, y_1, z_1) ponton átmenő egyenes irányvektora $\begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix}$, akkor az egyenes egy tetszőleges pontjának $\mathbf{r}(t)$ helyvektora

   $$\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix}.$$

   Ha ***a*** és ***b*** az egyenes *A* és *B* pontjának helyvektora, akkor az egyenes **vektoregyenlete** $\mathbf{r}(t) = \mathbf{a} + t(\mathbf{b} - \mathbf{a})$ vagy $(\mathbf{r}(t) - \mathbf{a}) \times (\mathbf{b} - \mathbf{a}) = 0$. Ez utóbbi egyenlőség azért teljesül, mert az egy egyenesen lévő *AB* és *AP* vektor által bezárt szög zérus, tehát a vektoriális szorzat 0, ahol *P* az egyenes $\mathbf{r}(t)$ helyvektorú pontja.

egyenes két dimenzióban

Síkon az egyenes egyenlete megadható, ha ismerjük például az egyenes két pontját, vagy ismerjük egy pontját valamint egy irányvektorát, normálvektorát vagy a meredekségét. Ennek megfelelően a síkbeli egyenes egyenlete többféle alakban is felírható. Ezek a következők.

1. **Tengelymetszetes alak**: $y = mx + c$ az egyenlete annak az egyenesnek, melynek meredeksége *m*, és az *y* tengelyt a $(0, c)$ pontban metszi. Ha $m = 0$, akkor az egyenes vízszintes helyzetű, és egyenlete $y = c$. Ha az egyenes függőleges helyzetű, akkor meredeksége nincs értelmezve. Ekkor egyenlete $x = k$ alakú (ebben az esetben az egyenes nem metszi az $y-$tengelyt). Ha *m* negatív, akkor az egyenes állása olyan, hogy balról jobbra lejt. Két pont által adott egyenes egyenletének ez az alakja megkapható úgy, hogy először meghatározzuk az egyenes meredekségét, majd az egyenletbe behelyettesítve az egyik pont koordinátáit, megkapjuk a *c* értéket.

2. **Normálvektoros megadás** Az (x_0, y_0) ponton átmenő, $\mathbf{n} = (n_1, n_2)$ normálvektorú egyenes egyenlete: $n_1x + n_2y = n_1x_0 + n_2y_0$.

3. **Irányvektoros megadás** Az (x_0, y_0) ponton átmenő, $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ irányvektorú egyenes egyenlete: $v_2x - v_1y = v_2x_0 - v_1y_0$.

4. **Egyéb alakok** Az (x_1, y_1) és (x_2, y_2) pontokon átmenő egyenes egyenlete $\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

5. Az (x_1, y_1) ponton átmenő, *m* meredekségű egyenes egyenlete $y - y_1 = m(x - x_1)$. Ez éppen a fenti egyenlettel ekvivalens, ahol az egyenlet jobb oldala *m*-mel egyenlő.

6. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ az egyenlete annak az egye… az $x-$tengelyt az $(a,0)$ pontban, az $y-$tengelyt a $(0, b)$ pontban metszi (feltéve, hogy $a \neq 0, b \neq 0$). A tengelymetszetek segítségével az egyenes grafikonja könnyen felrajzolható.

7. Az (x_0, y_0) ponton átmenő (v_1, v_2) irányvektorú egyenes paraméteres egyenetrendszere: $x(t) = x_0 + v_1 t, y(t) = y_0 + v_2 t$.

egyenes körkúp és körhenger

Lásd kúp és henger.

egyenespár belső szöge

Lásd transzverzális.

egyenes vektoregyenlete

Vegyünk fel a térben egy egyenest, és jelöljük ki egy *A* pontját. Legyen ***a*** az *A* pont helyvektora, továbbá $\mathbf{u}$ egy olyan vektor, melynek iránya azonos az egyenesével. Ezekkel a jelölésekkel az egyenes egy tetszőleges *P* pontjának ***p*** helyvektora felírható a $\mathbf{p} = \mathbf{a} + t\mathbf{u}$ **vektoregyenlet** alakjában, ahol *t* a *P* ponttól függő valós számot jelöl. (A képlet igazolásához vegyük észre, hogy a $\mathbf{p} - \mathbf{a}$ vektor párhuzamos az ***u*** vektorral, ez pedig azt jelenti, hogy alkalmas *t* számmal a $\mathbf{p} - \mathbf{a}$ vektor felírható $t\mathbf{u}$ alakban.) Az egyenes vektoregyenletét más adatokból kiindulva is felírhatjuk: ha *A* és *B* jelöli az egyenes két különböző pontját és ***a***, illetve ***b*** a megfelelő helyvektorokat, akkor az $\mathbf{u} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$ választással az előző képletből egyszerű átalakítással a $\mathbf{p} = (1-t)\mathbf{a} + t\mathbf{b}$ vektoregyenletet nyerjük.

egyenes vetülete síkon

Adott az *l* egyenes és a *p* sík, akkor azok az *N* pontok a *p* síkban, amelyek az *l* egyenes valamely pontjának *p*-re vett vetületei, egyenest alkotnak: az *l* egyenes **vetületét** a *p* síkra.

egyenesvonalú mozgás

Mozgás egy egyenes vonalon, mindkét irányú elmozdulást megengedve.

egyenes vonalzó

Geometriai szerkesztéseknél egyenes szakasz rajzolásához használatos eszköz, távolságbeosztás nelkül.

egyenetlen felület

Lásd kontakt erő.

egyenlet

Igaz és hamis logikai értékeket felvevő függvény, amely igaz, ha két matematikai kifejezés (az egyenlet **jobb oldala** és **bal oldala**) értéke megegyezik. Ha ezen állítás az egyenletben szereplő összes változó minden értékére igaz, akkor ezt azonosságnak hívjuk, például $3(x-2) = 3x - 6$. Ha az egyenlet csak a változók bizonyos értékeire igaz, akkor az egyenletet igazzá tevő változók az egyenlet **megoldásai**. Ebben az utóbbi esetben használhatjuk a nyitott mondat kifejezést is. Például $x^2 - 2x - 3 = 0$ csak akkor igaz, ha $x = -1$ vagy $x = 3$, ezeket az egyenlet gyökeinek is nevezhetjük.

egyenletes eloszlás

Az $[a, b]$ intervallumon értelmezett egyenletes eloszlás az a folytonos eloszlás, amelynek *f* valószínűségi sűrűségfüggvényét az $f(x) := \frac{1}{b-a}$ ($a \le x \le b$) képlet adja meg. Az egyenletes eloszlás várható értéke $(a+b)/2$, szórásnégyzete $(b-a)^2/12$. Értelmezhető a **diszkrét egyenletes eloszlás** fogalma is: ez az az $\{1, 2, \ldots, n\}$ ($n \in \mathbb{N}$) halmazon értelmezett egyenletes eloszlás, amelynek diszkrét valószínűségeloszlását a

$P(X = k) = 1/n$ ($k = 1, 2, \ldots, n$) képlet adja. Például diszkrét egyenletes eloszlású a kockadobásnál az a valószínűségi változó, amelynek értéke az éppen dobott szám.

egyenletesen folytonos függvény

Az *f* valós függvényt a *H* halmazon **egyenletesen folytonosnak** mondunk, ha bármely $\varepsilon > 0$ számhoz létezik olyan $\delta > 0$ szám, hogy tetszőleges $x, y \in H$ esetén $|f(x) - f(y)| < \varepsilon$. Ha egy függvény egyenletesen folytonos a *H* halmazon, akkor ott folytonos is. (Ennek az állításnak a megfordítása nem igaz.) Például a pozitív számok halmazán értelmezett $x, y \in H$ függvény egyenletesen folytonos, míg az $x \longrightarrow x^2$ függvény nem az.

Az egyenletes folytonosság fogalma értelmezhető általánosabban is, például metrikus térből metrikus térbe képező függvények esetén.

egyenletes gyorsulás

Lásd az egyenletes gyorsulás mozgásegyenletei.

egyenletes mozgás

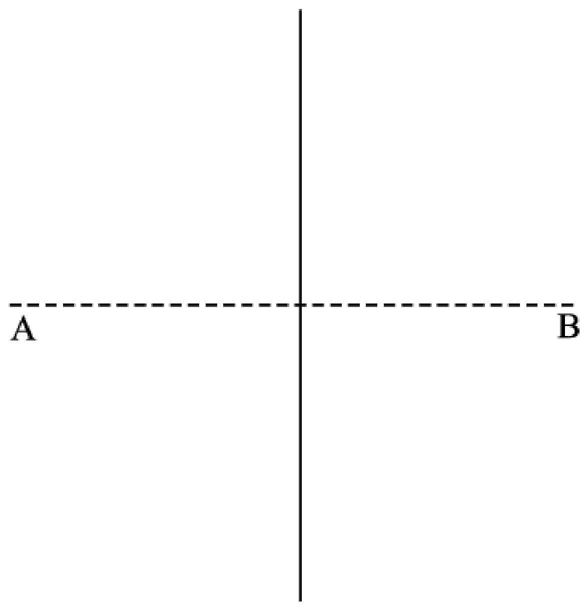
Egy részecske akkor mozog **egyenletesen**, ha sebességének nagysága nem függ az eltelt időtől. Ekkor $\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$ állandó, amiből következik, hogy $2\mathbf{v} \cdot (\frac{d\mathbf{v}}{\mathrm{d}t}) = 0$. Három lehetőség van: vagy $\mathbf{v} = \mathbf{0}$, vagy $\frac{d\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = 0$, vagy ***v*** és $\frac{d\mathbf{v}}{\mathrm{d}t}$ merőlegesek egymásra. A harmadik lehetőség megmutatja, hogy a sebességvektor nem szükségképpen állandó. Példa erre egy körpályán állandó sebességgel mozgó részecske, amelynek gyorsulása merőleges a sebességvektorára.

egyenlítő

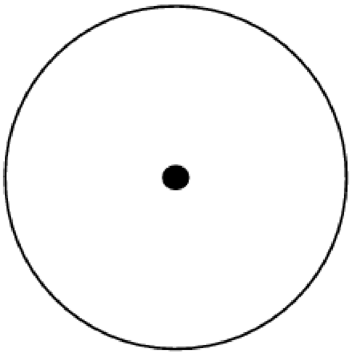
Kör, mely két szimmetrikus részre oszt egy gömbfelületet, vagy más felületet.

egyenlő közű

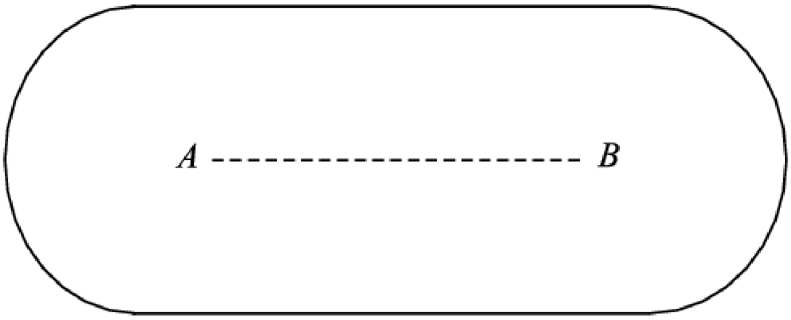
Azonos távolságra lévő, magyarul is: **ekvidisztáns**. Az *AB* szakasz felezőmerőlegese az *A* és *B* ponttól ekvidisztáns pontok halmaza.



Egy rögzített ponttól egyenlő távolságra lévő pontok halmaza a síkban kör, a térben gömb.



Az *AB* szakasztól egyenlő távolságra lévő pontok halmaza a síkban két párhuzamos szakasz és két félkör.



egyenlő oldalú

Egy sokszög **egyenlő oldalú**, ha minden oldala egyenlő hosszú. Egy egyenlő oldalú háromszög mindhárom szöge is egyenlő, ennélfogva mindegyik 60°. Háromnál több oldal esetén az oldalak egyenlőségéből nem következik, hogy a sokszög szabályos sokszög.

egyenlőség

Lásd függvények egyenlősége, halmazok egyenlősége, komplex számok egyenlősége, mátrixok egyenlősége, vektorok egyenlősége.

egyenlőségjel

A „=” szimbólum annak jelölésére, hogy a két oldalon álló kifejezések értéke azonos.

egyenlőszárú háromszög

Olyan háromszög, melynek két oldala egyenlő hosszú. Ebből az is következik, hogy a háromszög harmadik oldalán, az **alapon** fekvő két szög megegyezik.

egyenlőszárú háromszög alapja

Lásd egyenlőszárú háromszög.

egyenlő szárú trapéz

Olyan trapéz, melynek két nem párhuzamos oldala egyenlő hosszú.

egyenlőtlenség

Az alábbi szimbólumok a következőket jelentik:

$\neq$nem egyenlő,

$<$kisebb,

$\leq$kisebb vagy egyenlő,

$>$nagyobb,

$\geq$nagyobb vagy egyenlő.

Az **egyenlőtlenség** a következő alakú állítások egyike: $a \neq b, a < b, a \leq b, a > b$ vagy $a \geq b$, ahol *a* és *b* valamilyen mennyiséget vagy kifejezést jelöl.

Ha adott egy egy ismeretlent tartalmazó egyenlőtlenség, akkor a feladat általában az, hogy meghatározzuk az ismeretlen azon értékét vagy értékeit, amelyekre az egyenlőtlenség teljesül. A megoldásokból álló **megoldáshalmaz** gyakran egy intervellum vagy intervallumok uniója. Például az

$$x - 2 > \frac{6}{x+3}$$

egyenlőtlenség megoldáshalmaza $(-4, -3) \cup (3, \infty)$.

egyenlő valószínűségű

Olyan események, amelyek valószínűsége egyenlő. Hibátlan érme dobása esetén a két kimenetel egyenlő valószínűségű. Szabályos kocka dobásánál az az esemény, hogy „páros számot dobunk”, és az az esemény, hogy „páratlan számot dobunk”, egyenlő valószínűségű.

egyenlővé tenni

Egyenletet létrehozni két kifejezés vagy egy kifejezés és egy érték egyenlőségjellel való összekapcsolásával.

egyensúly

Egy részecske **egyensúlyban** van, ha nyugalomban van, és a rá ható erők összege mindenkor zérus. Ezek a feltételek egyenértékűek azzal, hogy $\dot{\mathbf{r}}$ és $\ddot{\mathbf{r}}$ mindenkor zérus, ahol ***r*** a részecske helyvektora.

Képzeljünk el egy merev testet, amelyre egy erőrendszer hat! Jelölje ***F*** az erők összegét, ***M*** pedig az origóra vonatkoztatott forgatónyomatékok összegét! A merev test **egyensúlyban** van, ha nyugalomban van, és ***F***, illetve ***M*** mindenkor zérus.

Egy test **egyensúlyi helyzete** olyan helyzet, melyben a test egyensúlyban lehet. A test **stabilis** egyensúlyban van, ha helyzetének kismértékű megváltoztatása után visszatér az egyensúlyi helyzetbe. **Instabilis** egyensúlyról akkor beszélnek, ha a helyzet kismértékű megváltoztatása után a test tovább távolodik az egyensúlyi helyzettől. Az egyensúly **semleges**, ha a helyzet kismértékű megváltoztatása után a test nem tér vissza az egyensúlyi helyzetbe, de nem is távolodik attól. (Matematikában az analóg fogalmakra némileg eltérő módon az **aszimptotikusan stabilis, instabilis és stabilis** kifejezéseket használják.)

egyensúlyi eloszlás

Valamely sztochasztikus folyamat olyan eloszlása, amely az idő folyamán változatlan marad. Ez fontos fogalom a statisztikus fizikában is és a Markov-láncoknál is. Létezése nincs eleve garantálva. Tekintsük például azt az egyszerű kétállapotú, diszkrét idejű Markov-láncot, amelynek átmenetvalószínűségi mátrixa $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.50 \\ 0.75 & 0.50 \end{bmatrix}$, azaz amelynél az 1 állapot 0.25 valószínűséggel megmarad, 0.75 valószínűséggel a 2 állapottá változik, míg a 2 állapot 0.50 valószínűséggel marad meg, vagy változik meg. Ekkor az egyensúlyi állapot az az eloszlás, amelynél az 1 állapot valószínűsége 0.4, a 2 állapoté pedig 0.6.

egyes

Az 1 szám vagy számjegy.

egyesítés

Legyen *A* és *B* egy univerzális alaphalmaz két részhalmaza. Ezek $A \cup B$ **egyesítése** vagy **uniója** az a halmaz, amelynek elemei pontosan azok az elemek, melyek *A* vagy *B* legalább egyikéhez hozzátartoznak. Az egyesítés szó mind a kétváltozós kétváltozós műveletet, mind az eredményül kapott halmazt is jelenti. Az egyesítése alaptulajdonságai:

1. Minden *A* halmazra $A \cup A = A$ és $A \cup \emptyset = A$.
2. Minden *A* és *B* halmazra $A \cup B = B \cup A$, vagyis az unió kommutatív művelet.
3. Minden A, B és *C* halmazra $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, vagyis az egyesítése asszociatív művelet.

A harmadik tulajdonság miatt egy akárhány tagú unió zárójelek nélkül is felírható, például $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$ alakban, de ez utóbbi helyett használatos még az $\bigcup_{i=1}^{n} A_i$ alak is.

Két esemény unióját lásd az esemény szócikknél.

egyetemes gravitációs állandó

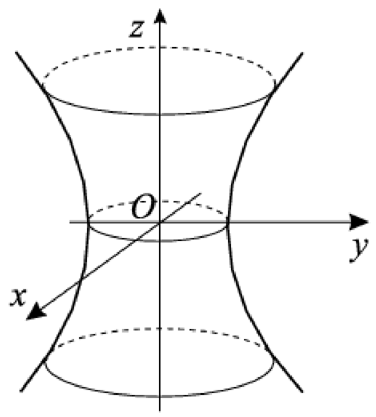
Lásd gravitációs állandó.

egyköpenyű hiperboloid

Olyan másodrendű felület, melynek egyenlete alkalmas koordináta-rendszerben

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

A hiperboloid szimmetrikus a koordinátasíkokra. Felülete összefüggő, ezért azt mondjuk, hogy egy **köpenyből** áll. Az *xy*-síkkal párhuzamosan, azaz egy $z = k$ egyenletű síkkal elmetszve ellipszist kapunk (illetve kört, ha $a = b$). A másik két koordinátasíkkal párhuzamos metszetek hiperbolák. Lásd még kétköpenyű hiperboloid.



egymást kizáró események

Az *A* és *B* eseményeket egymást (kölcsönösen) kizáró eseményeknek nevezzük, ha nem fordulhatnak elő egyszerre, azaz $A \cap B = \emptyset$. Két egymást kizáró eseménynél annak a valószínűsége, hogy valamelyikük előfordul, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Például, ha egy szabályos dobókockát feldobunk, akkor $\frac{1}{6}$ a valószínűsége annak, hogy 1-est dobunk, és szintén $\frac{1}{6}$ a valószínűsége annak, hogy 2-est. Ezek az események egymást kizárják, így annak a valószínűsége, hogy 1-est vagy 2-est dobunk, $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$.

egyoldalú felület

Olyan felület, amelyiknek bármely két pontját össze lehet kötni a felület elhagyása vagy éleinek metszése nélkül. Ilyen például a Möbius-szalag.

egyoldalú próba

Lásd hipotézisvizsgálat.

egyöntetű

Egy mennyiséget a mechanikában akkor neveznek **egyöntetűnek** vagy **homogénnek**, ha értéke a tér – vagy egy bizonyos tértartomány – minden pontjában azonos. Homogén rúdról, lemezről illetve merev testroől akkor beszélnek, ha ezek vonalmenti, felületi illetve térfogati sűrűsége minden pontban azonos.

egységelem

Lásd neutrális elem.

egységes termékkód

A vonalkódok 1973-ban elfogadott egységesített rendszere.

egységkocka

Olyan kocka, amelynek minden éle 1 egység hosszú. A térbeli derékszögű koordináta-rendszerben például a $(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1),(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0),(1,1,1)$ pontok egy egységkocka csúcsai. Ez az egységkocka a tér lineáris transzformációival kapcsolatban ugyanazt a szerepet játssza, mint az egységnégyzet.

egységkör

A síkban az origó középpontú egységnyi sugarú körvonal. Derékszögű koordináta-rendszerben az egységkör egyenlete $x^2+y^2=1$. A komplex síkon az egységkör azokból a *z* komplex számokból áll, amelyekre $|z|=1$.

egységmátrix

Az az $n\times n$-es *I*-vel vagy $\mathbf{I}_n$-nel jelölt

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

mátrix, melynek főátlójában minden elem 1-es, többi eleme pedig 0. Az $n\times n$-es mátrixok gyűrűjében az egységmátrix egységelem.

egységnégyzet

Olyan négyzet, amelynek minden oldala 1 egység hosszú. A síkbeli derékszögű koordináta-rendszerben például a $O:=(0,0),I:=(0,1),J:=(1,0),K:=(1,1)$ pontok egy egységnégyzet csúcsai. Ezek a csúcsok használhatók arra, hogy mátrixa ismeretében jellemezzük a lineáris transzformációt, úgy, hogy a transzformációnak meghatározzuk a mátrixát. Ez utóbbi oszlopait azok a vektorok alkotják, amelyekbe a transzformáció az *I* és a *J* pontot viszi. Például az óramutató járásával ellentétes irányú 90°-os forgatásnál *I* képe $(0,-1)$, *J* képe $(1,0)$, így e forgatás mátrixa $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$. Ha egy transzformáció mátrixa $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, akkor *I* – mivel képe az 1. oszlop – láthatóan helyben marad, *J* képe pedig $(3,\ 1)$, tehát a transzformáció az első tengellyel párhuzamos nyírás.

egységvektor

Olyan vektor, melynek hossza 1 egység. Tetszőleges, nullától különböző ***a*** vektor esetén az $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$ vektor egységvektor, amelynek iránya ugyanaz, mint az eredeti ***a*** vektoré. Az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

valós számokból álló vektor akkor és csak akkor egységvektor, ha $a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2 = 1$.

Az $\mathbf{i} := (0, 1), \mathbf{j} := (1, 0)$ egységvektorok képe valamely lineáris transzformációnál éppen a transzformáció mátrixának két oszlopát adja. Például az óramutató járásával megegyező irányú elforgatásnál ***i*** képe $(0,\ -1)$, ***j*** képe $(1,\ 0)$, s így a transzformáció mátrixa

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

egységgyök

Lásd *n*-edik egységgyök.

egy síkba eső vektorok

Legyenek $\overrightarrow{OA}$ és $\overrightarrow{OB}$ irányított egyenesszakaszok, melyek nullától különböző, nem párhuzamos ***a*** és ***b*** vektorokat jelölnek. A ***p*** vektor az ***a*** és a ***b*** vektorokkal **egy síkba esik** akkor, ha ***p*** megfeleltethető egy olyan $\overrightarrow{OP}$ irányított szakasznak, ahol *P* az $O,\ A$ és *B* pontok által meghatározott síkban van. A ***p*** vektor akkor és csak akkor esik egy síkba az ***a*** és ***b*** vektorokkal, ha létezik olyan λ és μ skalár, hogy $\mathbf{p} = \lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b}$.

egy síkban fekvő pontok és egyenesek

Pontokat és egyenesek **egy síkba esőnek** mondunk, ha létezik olyan sík, amely mindegyiket tartalmazza. Három pont mindig egy síkban fekszik: tetszőleges nem egy egyenesre eső három pont egyértelműen meghatároz egy síkot, amely mind a három pontot tartalmazza.

egyszeres gyök

Lásd gyök.

egyszerűbb alakra hoz

Valamely kifejezést algebrai manipulálással redukál. Például $8x - 2x$ 6*x*-re egyszerűsíthető, $3(2x + 5y) + 2(x - 3y)$ pedig $8x + 9y$-ná a szorzások elvégzése és a hasonló tagok összevonása után.

egyszerű gép

Olyan eszköz, amely lehetővé teszi az energia egyik formából másik formába való átalakítását. Egyszerű mechanikai gépek például a csigák és az emelők, melyek összetettebb gépek alkatrészei is lehetnek. A gépre kifejtett erő a **bemeneti erő**, és a gép által kifejtett erő azonos nagyságú és ellentétes irányú a **teherrel**.

Ha a bemeneti erő nagyságát *F*, a teher nagyságát pedig *G* jelöli, akkor az egyszerű gép **áttétele** a $\frac{G}{F}$ hányados. A **sebességáttétel** úgy kapható meg, ha a bemeneti erő támadáspontjának kitérését elosztjuk a teher támadáspontjának kitérésével. A sebességáttétel általában a kényszerfeltételek segítségével számítható ki.

Az egyszerű gép **hatásfoka** a gép által végzett munkának és a bemeneti erő munkájának aránya, amelyet gyakran százalékos formában fejeznek ki. A valóságos egyszerű gépek hatásfoka a súrlódási és egyéb veszteségek miatt kisebb egynél (100 százaléknál). Az ideális egyszerű gépeknél – melyeknek mechanikai hatásfoka 100 százalék – az áttétel megegyezik a sebességáttétellel.

egyszerű gráf

Hurokélek és többszörös élek nélküli gráf.

egyszerű harmonikus rezgőmozgás

Tegyük fel, hogy egy részecske egyenes vonal mentén mozog, és a részecske *t* pillanatbeli $x(t)$ kitérése $x(t) = A\sin(\omega t + \alpha)$, ahol *A* (> 0), ω és α állandó! Ekkor a részecske *A* amplitúdójú, $\frac{2\pi}{\omega}$ periódusidejű és α fázisú **egyszerű harmonikus rezgőmozgást** végez. A fenti képlettel definiált függvény az $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ differenciálegyenlet általános megoldása.

Egyszerű harmonikus rezgőmozgást végez például egy olyan test, melyet egy rögzített ponthoz erősített rugóra függesztettek, majd felfelé vagy lefelé kitérítettek az egyensúlyi helyzetből (lásd Hooke-törvény). Kisszögű kitérések esetén a matematikai inga és a fizikai inga mozgása is közelítőleg egyszerű harmonikus rezgőmozgás.

egyszerű ív

A $[0, 1]$ szakasz homeomorf képe. Önmagát nem metszi.

egyszerű kamat

Tegyük fel, hogy *P* tőkét *i* kamatláb mellett beruházunk. **Egyszerű kamat** esetén ez azt jelenti, hogy a kamat minden évben $(i/100)P$, azaz *n* év után

$$P(1 + \frac{ni}{100})$$

pénzünk lesz. Ha ábrázoljuk az összeg növekedését az *n* idő függvényeként, akkor egyenest kapunk. A legtöbb bank és ingatlanügynökség nem így számol, hanem kamatos kamatot fizet.

egyszerűsít

Egy kifejezésből eltüntet egy tagot, általában a négy aritmetikai alapművelet segítségével; egyszerűsített alakra hoz. Például, az $x^2 + 3x - 2 = x^2 - 2x + 8$ egyenletet egyszerűsíthetjük az x^2 taggal, ami effektíve azt jelenti, hogy azt mind a két oldalból kivonjuk, így a $3x - 2 = -2x + 8$ egyenletet kapjuk. $\frac{5xy}{10y} = \frac{x}{2}$, a számláló és a nevező 5*y*-nal való egyszerűsítése után, itt azonban vigyáznunk kell, amikor ezt tesszük, mert a kapott egyenlőség csak akkor áll fenn, ha nullával nem osztottunk, tehát: $\frac{5xy}{10y} = \frac{x}{2} \quad (y \neq 0)$.

egyszerűsítési szabály

Legyen $\circ$ az *S* halmazon értelmezett kétváltozós művelet. Az **egyszerűsítési szabály** azt mondja ki, hogy bármely *S* halmazhoz tartozó a, b és *c* elemre teljesül, hogy

1. ha $a \circ b = a \circ c$, akkor $b = c$,
2. ha $b \circ a = c \circ a$, akkor $b = c$.

Megmutatható például, hogy egy csoportban érvényes az egyszerűsítési szabály.

egyszerű tört

Olyan tört, amelynek – szemben az összetett törttel – számlálója és nevezője is egész szám.

együttes eloszlás

Két vagy több valószínűségi változó esetén szeretnénk tudni, hogy mi annak a valószínűsége, hogy értékük egy meghatározott halmazba esik. Ez kiszámítható az együttes eloszlásfüggvényből. Diszkrét valószínűségi változók esetén használható erre az együttes eloszlás, folytonos valószínűségi változók esetén pedig az együttes sűrűségfüggvény. Az együttes eloszlás két valószínűségi változó esetén **kétváltozós együttes eloszlás**, több változó esetén **többváltozós együttes eloszlás**.

együttes eloszlásfüggvény

Az *X* és *Y* valószínűségi változók együttes eloszlásfüggvénye az $F(x,y) := P(X < x, Y < y)$ képlettel definiált függvény. Több változó esetére analóg módon definiálható.

együttes sűrűségfüggvény

Az *X* és *Y* folytonos valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye az az *f* függvény, melyre

$$P(a \le X \le b, c \le Y \le d) = \int_a^b \int_c^d f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

E definíció általánosítható kettőnél több valószínűségi változóra is.

együttható

Lásd binomiális együttható és polinom.

együtthatók egyenlővé tétele

Legyen $f(x)$ és $g(x)$ polinom, és legyen

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0,$$
$$g(x) = b_n x^n + b_{n-1}x^{x-1} + \cdots + b_1 x + b_0,$$

ahol a főegyütthatókról nem kötjük ki, hogy nullától különbözőek. Ha $f(x) = g(x)$ minden *x* esetén, akkor $a_n = b_n, a_{n-1} = b_{n-1}, \ldots, a_1 = b_1, a_0 = b_0$. Ennek a ténynek a kihasználása az együtthatók egyenlővé tétele. A fenti eredményt megkapjuk, ha az algebra alaptételét alkalmazzuk a $h(x) := f(x) - g(x)$ polinomra. Ha $h(x) = 0$ minden *x* esetén, az csak úgy lehetséges, hogy $h(x)$ minden együtthatója zérus (mivel az algebra alaptétele értelmében a $h(x) = 0$ egyenletnek legfeljebb *n* gyöke lehet). A módszer felhasználható például olyan A, B, C, D számok meghatározására, amelyekkel

$$x^3 = A(x-1)(x-2)(x-3) + B(x-1)(x-2) + C(x-1) + D$$

minden *x* esetén. Ez gyakran használatos a parciális törtekben szereplő ismeretlen együtthatók meghatározására.

együtthatómátrix

Az *m* egyenletből álló *n* ismeretlenes

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1,$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2,$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m$$

egyenletrendszer együtthatómátrixa az $[a_{ij}]$ $m \times n$-es mátrix.

egyváltozós lineáris regresszió

Lásd regresszió.

egyváltozós művelet

Valamely *S* nemüres halmazon értelmezett **egyváltozós művelet** nem más, mint egy $S \longrightarrow S$ függvény. Például a valós számok körében az ellentettképzés ($a \longrightarrow -a$), és a nullától különböző valósok körében értelmezett reciprokképzés ($a \longrightarrow \frac{1}{a}$) mind egyváltozós műveletek. Ugyancsak egyváltozós művelet egy rögzített *E* univerzális alaphalmaz részhalmazain értelmezett komplementerképzés ($A \longrightarrow A^C, A \in E$).

Einstein, Albert

(1879–1955) Kiemelkedő matematikai fizikus, akinek műve Newton óta a legnagyobb hatást gyakorolta a fizika fejlődésére. A németországi Ulmban született, Svájcban és Németországban élt, majd 1933-ban az Egyesült Államokba emigrált. 1905-ben megalkotta a speciális relativitáselméletet, 1916-ban pedig az általános relativitáselméletet. Lényegesen hozzájárult a kvantummechanika születéséhez, és jelentős volt a hatása a termodinamika területén. Talán az általa megalkotott $E = mc^2$ egyenletről a legismertebb; amely kifejezi mennyiségileg az anyag és az energia ekvivalenciáját. Bár magát fizikusnak tekintette, munkássága azonban közvetve a modern matematika számos ágának fejlődését idézte elő. Szemben a köztudatban élő képpel – melyben egy fehér hajú professzor érthetetlen jeleket ír a táblára –, Einstein nagy erőssége abban volt, hogy képes volt egyszerű kérdéseket feltenni és egyszerű válaszokat adni. Ilymódon változtatta meg az Univerzumról, valamint a tér és az idő fogalmáról alkotott nézeteinket.

ekvi-

Előtag, egyenlőséget jelöl.

ekvivalenciaosztály

Legyen $\sim$ekvivalenciareláció az *S* halmazon. Ekkor az $[a]$ **ekvivalenciaosztály** *S* azon elemeinek halmaza, melyek *a*-val ekvivalensek, azaz $[a] = \{x \mid x \in S \text{ és } a \sim x\}$. Meg lehet mutatni, hogy ha két ekvivalenciaosztálynak van közös eleme, akkor a két osztály, mint halmaz egyenlő. *S* egy osztályfelbontásának hívjuk az olyan diszjunkt ekvivalenciaosztályok rendszerét, melyekre igaz az, hogy *S* minden eleme ezek közül pontosan egy ekvivalenciaosztályba tartozik.

ekvivalenciareláció

Az *S* halmazon értelmezett $\sim$ kétváltozós reláció, amely reflexív, szimmetrikus és tranzitív. Akkor mondjuk, hogy *a* ekvivalens *b*-vel a $\sim$ ekvivalenciarelációra nézve, ha $a \sim b$. Az *S* halmazon értelmezett ekvivalenciareláció ekvivalenciaosztályokra bontja az *S* halmazt, melyekkel *S* egy osztályfelbontását kapjuk.

ekvivalens

Lásd ekvivalenciareláció.

elágazási pont

Olyan pont, ahol egy görbe egy vagy több ága metszi egymást.

eldönthető

Egy logikai kifejezést, melyről megmutatható, hogy igaz-e vagy hamis, **eldönthetőnek** mondunk.

eleai Zénón

Lásd Zénón.

elégséges becslés

A ϑ paraméter olyan becslése, amely annyi információt ad ϑ-ról a minta alapján, amennyi csak lehetséges. Például a normális eloszlás várható értékének a mintaátlag elégséges becslése.

elégséges feltétel

Olyan feltétel, amely elegendő ahhoz, hogy egy állítás igaz legyen. Ahhoz például, hogy egy szám páros legyen, elégséges, hogy osztható tízzel. Jegyezzük meg, hogy ha *A* szükséges feltétele *B*-nek, akkor *B* elégséges feltétele *A*-nak, és fordítva. A fenti példában tehát ahhoz, hogy a szám osztható legyen tízzel, szükséges, hogy páros legyen.

elégséges statisztika

Olyan statisztika, amely a mintában rejlő, valamely paraméter pontbecsléséhez szükséges összes releváns információt tartalmazza. Amikor létezik elégséges statiszika, akkor a legnagyobb valószínűség elve alapján konstruált statisztika ennek biztosan valamilyen függvénye lesz.

elem

Egy objektum egy halmazban a halmaz egy **eleme**.

elemi függvény

A következő valós függvények bármelyike: racionális függvény, trigonometrikus függvények, logaritmusfüggvény és exponenciális függvény, az $f(x) := x^{m/n}$ alakban definiált *f* hatványfüggvények, ahol *m* és *n* nem nulla egészek, valamint az olyan függvények, melyek a fenti függvényekből megkaphatók összeadással, szorzással, osztással, kompozícióval, inverzfüggvényképzéssel, és leszűkítéssel.

elemi mátrix

Kvadratikus mátrix, mely előállítható az ***I*** egységmátrixból elemi sorműveletekkel így háromféle elemi mátrix létezik, példa mindháromra:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&-3&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&4&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}.$$

Az első mátrixot úgy kaptuk, hogy ***I*** 2. és 5. sorát felcseréltük, a másodikat úgy, hogy a 3. sort szoroztuk -3-mal, a harmadikat pedig úgy, hogy az 5. sor négyszeresét hozzáadtuk a 2. sorhoz. Egy $m \times n$-es ***A*** mátrix balról való szorzása egy $m \times m$-es elemi mátrixszal az ***A*** mátrixon végzett megfelelő sorművelettel ekvivalens.

Egy elemi mátrix úgy is tekinthető, mint egy az egységmátrixból elemi oszlopműveletekkel kapott mátrix, és egy $m \times n$-es ***A*** mátrix jobbról való szorzása egy $n \times n$-es elemi mátrixszal az ***A*** mátrixon végzett megfelelő oszlopművelettel ekvivalens.

elemi művelet

Az elemi műveletek körébe tartozik az összadás, a kivonás, a szorzás, az osztás és az egész kitevőjű gyökvonás.

elemi oszlopművelet

Egy mátrix oszlopain végzett következő műveletek egyike:

1. két oszlop felcserélése,
2. egy oszlop szorzása egy nem nulla skalárral,
3. egy oszlop skalárszorosának hozzáadása egy másik oszlophoz.

Minden elemi oszlopművelet végrehajtható úgy, hogy az átalakítandó mátrixot jobbról megszorozzuk egy alkalmas elemi mátrixszal.

elemi sorművelet

Egy mátrix sorain végzett következő műveletek egyike:

1. két sor felcserélése,
2. egy sor szorzása egy nem nulla skalárral,
3. egy sor skalárszorosának hozzáadása egy másik sorhoz.

Minden elemi sorművelet végrehajtható úgy, hogy az átalakítandó mátrixot balról megszorozzuk egy alkalmas elemi mátrixszal. Egy lineáris egyenletrendszer mátrixát elemi sorműveletekkel hozzuk lépcsős alakra vagy redukált lépcsős alakra. Minden elemi sorművelet olyan átalakításnak felel meg a lineáris egyenletrendszeren, mely nem befolyásolja megoldáshalmazt.

elemi tört

Tegyük fel, hogy $f(x)/g(x)$ racionális függvény, azaz $f(x)$ és $g(x)$ polinom, tegyük fel továbbá, hogy $f(x)$ foka kisebb, mint a $g(x)$ foka. Általánosságban $g(x)$ felbontható néhány lineáris tényező valamilyen hatványának szorzatára és néhány irreducibilis kvadratikus tényező valamilyen hatványának szorzatára. Ekkor az eredeti $f(x)/g(x)$ kifejezést tagok összegeként írhatjuk fel: minden egyes $g(x)$-beli $(x-\alpha)^n$ alakú tényezőnek megfelel egy,

$$\frac{A_1}{x-\alpha}+\frac{A_2}{(x-\alpha)^2}+\cdots+\frac{A_n}{(x-\alpha)^n},$$

alakú kifejezés, és minden $g(x)$-beli $(ax^2+bx+c)^n$ alakú tényezőnek megfelel egy

$$\frac{B_1x+C_1}{ax^2+bx+c}+\frac{B_2x+C_2}{(ax^2+bx+c)^2}+\cdots+\frac{B_nx+C_n}{(ax^2+bx+c)^n},$$

alakú kifejezés, ahol az itt nagybetűvel jelölt számok egyértelműen meg vannak határozva. Ha ezeket meghatároztuk, akkor azt mondjuk, hogy az $f(x)/g(x)$ kifejezést **elemi törtekkel** írtuk fel. A módszer, amely általános formájában bonyolultnak hangzik, könnyebben megérthető egy példákból:

$$\begin{aligned}
\frac{3}{(x-1)(x+2)} &= \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+2},\\
\frac{3x^2+2x+1}{(x-1)^3} &= \frac{A}{x-1}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{C}{(x-1)^3},\\
\frac{3x+2}{(x-1)(x^2+x+1)^2} &= \frac{A}{x-1}+\frac{Bx+C}{x^2+x+1}+\frac{Dx+E}{(x^2+x+1)^2},\\
\frac{3x+2}{(x-1)^2(x^2+x+1)} &= \frac{A}{x-1}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{Cx+D}{x^2+x+1}.
\end{aligned}$$

Az $A,B,C,\ldots$ számokat úgy kaphatjuk meg, hogy először az egyenlet mindkét oldalát beszorozzuk $g(x)$ nevezőjével. Az utolsó példában ez a

$$3x + 2 = A(x-1)(x^2+x+1) + B(x^2+x+1) + (Cx+D)(x-1)^2$$

egyenletet eredményezi. Ennek *x* minden értékére fenn kell állnia, tehát az *x* hatványainak megfelelő együtthatók a két oldalon egyenlővé tehetők, így meghatározhatók az ismeretlenek. Néhány esetben *x*-nek bizonyos alkalmas értéket adva (ebben a példában legyen $x = 1$) egyes ismeretlenek gyorsabban meghatározhatók. Az elemi törtek módszere racionális törtfüggvények integrálásánál és a Laplace-transzformált invertálásánál használható.

életkortáblázat

Olyan táblázat, amely egy adott népességen belül különböző korcsoportok várható élettartamát mutatja. Bár ezek a táblázatok történelmi megfigyeléseken alapulnak, a szakértők különböző tényezők figyelembevételével módosítják őket, ilyen például a fejlődő egészségügyi ellátás, vagy a rákbetegségek egyre gyakoribb előfordulása stb. A biztosítási matematikusok ezek alapján számolják ki a biztosítók számára a térítési díjakat és az éves biztosítási díjakat.

elfajult

Amikor egy paraméterekkel definiált fogalomcsalád paramétereinek bizonyos határesete olyan fogalmat produkál, melynek természete különböző a többitől, akkor a határeset **elfajult**. Például az $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ általános másodfokú polinom parabolát határoz meg. Az α együttható csökkenésével a parabola görbülete egyre csökken, és az $\alpha \to 0$ határesetben egyenest kapunk, ami egy elfajult parabola.

elfajult kúpszelet

Olyan kúpszelet, mely két (esetleg egybeeső) egyenesből áll. Az $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ egyenlet elfajult kúpszelet egyenlete, ha $\Delta = 0$, ahol

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix}.$$

elfajult másodrendű felület

Az $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ egyenletű másodrendű felület **elfajult**, ha $\Delta = 0$, ahol

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g & u \\ h & b & f & v \\ g & f & c & w \\ u & v & w & d \end{vmatrix}.$$

Nem degenerált másodrendű felület az ellipszoid, az egyköpenyű hiperboloid, a kétköpenyű hiperboloid, az elliptikus paraboloid és a hiperbolikus paraboloid.

elfogadási mintavétel

Olyan minőségellenőrzési eljárás, ahol egy tételből mintát veszünk, majd a minta minősége alapján döntjük el, hogy elfogadjuk-e a tételt. A legegyszerűbb módszernél előre rögzítünk egy egyértelmű elfogadási/visszautasítási kritériumot, de ennél kifinomultabb az az eljárás, amikor veszünk még egy mintát, ha a meglévő mintából vagy mintákból nem dönthető el egyértelműen, hogy a tételt átvegyük-e vagy visszautasítsuk. Ennek a megközelítésnek az egyik legfőbb előnye, hogy csökkenti a minőségi követelmények kielégítését ellenőrző mintavétel költségét. Lásd még szekvenciális mintavétel.

elfogadási tartomány

Lásd hipotézisvizsgálat.

elhelyezkedési mérőszám

Lásd lokációs paraméter.

él kapacitása

A maximális folyam, ami egy élen keresztülmehet.

ellenhipotézis

Lásd hipotézisvizsgálat.

ellenőrző bit

Tegyük fel, hogy egy *n* hosszúságú bináris kódban minden *n* hosszúságú szó lehetséges kódszó. Egy ilyen kódban nincs mód a hiba felismerésére. Ha viszont például minden kódszóhoz hozzáírunk egy bitet úgy, hogy minden egyes kódszóban az egyesek száma páros legyen, akkor az új kód alkalmas lehet hibafelismerésre. Például tekintsük azt a kódot, ahol a kódszavak: $00, 01, 10$ és 11, ekkor a fenti bővítés alapján az új kódszavak 000, 011, 101 és 110. A kódszavakhoz írt további biteket **ellenőrző biteknek** hívjuk, a fenti esetben speciálisan **paritásellenőrzőnek** (lásd paritás). Hibajelzés céljából általában bonyolultabb ellenőrző biteket is használnak.

ellenőrző kártya

Olyan kártya, amelyen bizonyos időközönként vett minták statisztikái vannak ábrázolva úgy, hogy a termelésirányító nyomon követheti a kimenetet. A kártyán általában szerepelnek figyelmeztetési határok és beavatkozási határok.

ellenpélda

Legyen $p(x)$ az *x* szimbólumra vonatkozó olyan matematikai kijelentés, hogy ha *x* egy valamilyen általános halmaz egy konkrét eleme, akkor a $p(x)$ állítás vagy igaz, vagy hamis. Például az érdekel bennünket, hogy igaz-e $p(x)$ az alaphalmaz minden *x* elemére. Erről az állításról megmutatható, hogy hamis, ha mutatunk egyetlen, a fenti halmazbeli *x* elemet, amelyre $p(x)$ hamis. Ez a konkrét elem egy **ellenpélda**. Például $p(x)$ azt mondja ki, hogy $\cos(x) + \sin(x) = 1$, és tekintsük azt az állítást, hogy $\cos(x) + \sin(x) = 1$ minden $x \in \mathbb{R}$ esetén. Ez könnyen megmutathatóan hamis (bár $p(x)$ igaz lehet egyes *x* értékekre), mert $x = \pi/4$ egy ellenpélda: $\cos(\pi/4) + \sin(\pi/4) \neq 1$. Vesd össze nyitott mondat.

ellentett

Lásd inverz elem. mátrix ellentettje, vektor ellentettje.

ellentmondás

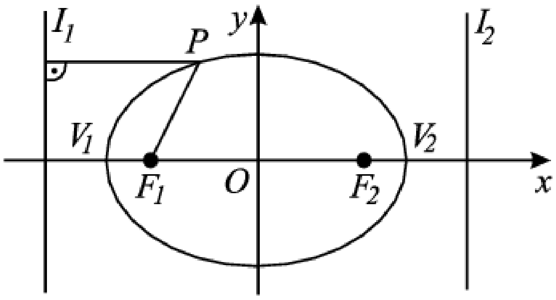
Egy kijelentés igazságának és tagadásának egyidejű állítása. Mivel mindkettő nem lehet igaz, így szükségképpen hibának kell lennie vagy az egyidejű állításhoz vezető indoklásban, vagy a dedukció kiindulópontjául szolgáló feltételezésekben. Az utóbbi eset az alapja az indirekt bizonyításnak.

ellipszis

Egy speciális „ovális” forma, amit mintha egy kör megnyújtásával vagy összenyomásával kapnánk. Ha hossza *2a* és szélessége *2b*, akkor területe $ab\pi$.

Ennél precízebb definicóra van szükség. Az egyik megközelítés szerint egynél kisebb excentricitású kúpszeletként definiáljuk, vagyis azt mondjuk, hogy az **ellipszis** azoknak a *P* pontoknak a halmaza, amelyekre *P* és egy rögzített F_1 pont (a **fókuszpont**) távolsága *e*-szerese ($e < 1$) *P* és egy rögzített l_1 egyenes (a **vezéregyenes**) távolságának. Be lehet látni, hogy van egy másik pont, F_2, és egy másik egyenes l_2, hogy ezzel, mint fókusszal és azzal, mint vezéregyenessel ugyanaz a ponthalmaz adódik. Azt is mondhatjuk, hogy az ellipszis sík és a kúp véges metszeteként adódó kúpszelet. (Lásd kúpszelet.)

V_1 $F_1 V_2$ F_2 pontra illeszkedő egyenesből az ellipszis által kimetszett szakasz a **nagytengely**, a metszéspontok: és a **csúcsok**. A nagytengely hosszát általában *2a* fejezi ki. A **nagytengely** felezőpontja az ellipszis **középpontja**. A középponton átmenő, a nagytengelyre merőleges egyenesből az ellipszis által kimetszett $b^2 = a^2(1 - e^2)$**ly**, ennek hosszát általában $e^2 = 1 - b^2/a^2$ fenti három állandó között fennáll a $e = 0$ összefüggés, vagy másképpen . Az *e* excentricitás jellemzi az ellipszis alakját. Az eset kört határoz meg, végtelen távoli vezéregyenessel, de ez esetben formálisan nem használható a fókuszpontos, vezéregyeneses megközelítés.

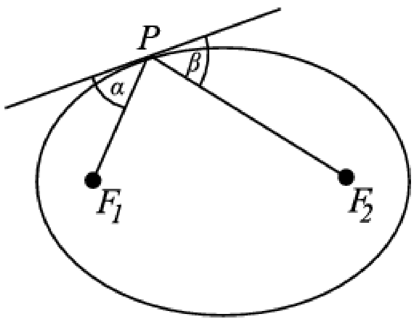


Ha a koordináta-rendszer origóját az ellipszis középpontjában vesszük fel úgy, hogy a nagytengely az *x*-tengelyre essen, akkor a fókuszpontok koordinátái $(ae, 0)$ és $(-ae, 0)$, a vezéregyenesek egyenletei $x = a/e$ és $x = -a/e$, és az ellipszis egyenlete

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

ahol $a > b > 0$. Az ellipszis vizsgálatához gyakran választjuk így a koordináta-rendszert. Gyakran hasznos az $x(\vartheta) = a\cos(\vartheta), \;\; y(\vartheta) = b\sin(\vartheta)\,(0 \leq \vartheta < 2\pi)$ paraméterezés is.

Az az origó középpontú ellipszis, melynek a *2a* hosszú nagytengelye az *y*-tengelyre esik, a következő egyenlettel írható le: $y^2/a^2 + x^2/b^2 = 1$, ahol $a > b > 0$, a fókuszpontjainak helye pedig $(0, ae)$ és $(0, -ae)$.



Az ellipszisnek van két fontos tulajdonsága:

1. Ha *P* tetszőleges pontja az PF_1 és F_2 fókuszpontú ellipszisnek, amelynek nagytengelye *2a* hosszú, akkor PF_2. Azt a tényt, hogy az ellipszis a fenti tulajdonságú pontok halmaza, ki lehet használni egy ellipszis madzaggal történő megszerkesztéséhez.

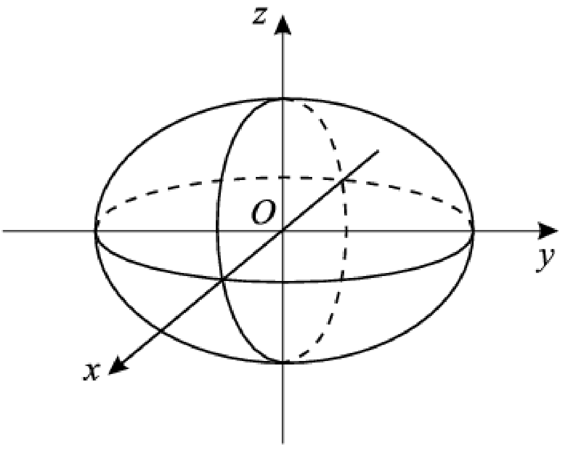
2. Legyen az ellipszis tetszőleges *P* pontjánál vett érintő és a PF_1 egyenes által bezárt szög $\alpha = \beta$, az érintő és PF_2 által bezárt szög legyen $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$. Ekkor $\alpha = \beta$. Ez a magyarázata például annak a jelenségnek, hogy az amerikai elnök irodájában, a híres „ovális irodában”, ha valaki az egyik fókuszpontban áll, akkor tisztán hallhatja, amit a másik fókuszpontban állók beszélnek. Ez a tulajdonság a parabolikus tükörével analóg. (Lásd parabola.)

ellipszoid

Olyan másodrendű felület, amelynek egyenlete alkalmas koordináta-rendszerben

$$a/b$$

A három koordinátasík szimmetriasíkja, és minden nem üres síkmetszete ellipszis.



elliptikus függvény

Olyan komplex függvény, amelyre $f(z) = f(z+a) = f(z+b)$, ahol a/b nem valós. Ebből következik, hogy $f(z+ma+nb) = f(z)$ minden egész *m*,*n*-re, és hogy a függvény a komplex síkon két különböző irányban periodikus.

elliptikus geometria

Lásd nemeukleidészi geometria.

elliptikus henger

Olyan henger, amelynél a rögzített görbe ellipszis és amelynek alkotói merőlegesek az ellipszis síkjára. Ez másodrendű felület, alkalmas koordináta-rendszerben az egyenlete

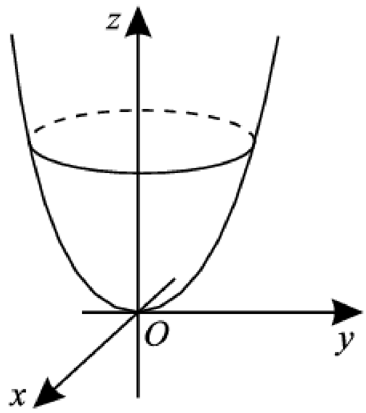
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

elliptikus paraboloid

Olyan másodrendű felület, amelynek egyenlete alkalmas koordináta-rendszerben

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{2z}{c}.$$

Itt az *yz*-sík és a *zx*-sík szimmetriasíkok, a $z = k \quad (k \geq 0)$ síkkal vett metszetek ellipszisek (körök, ha $a = b$); a $z = k \quad (k < 0)$ síkok nem metszik a paraboloidot. Az *yz*-síkkal párhuzamos és a *zx*-síkkal párhuzamos síkokkal vett metszetek parabolák. A *z*-tengelyen átmenő síkokkal vett metszetek origó csúcsú parabolák.



elméleti matematika

A matematikának az absztrakt rendszerek és struktúrák közti kapcsolatokkal és az ezek viselkedését irányító szabályokkal foglalkozó területe. Inkább a belső érdekességek, kapcsolatok és az elegancia érdekli, semmint a valós világból vett problémák megoldására való alkalmazhatóság. Ma a matematika alkalmazásainak nagy része alapszik olyasmin, amit tökéletesen ezoterikus elméleti matematikának tekintettek annak megalkotásakor. Például matematikai logika ma a számítógépek működésének alapja, a számelmélet alapvető fontosságú az üzenetek kódolásánál, a lineáris algebra pedig ma sarokköve a videojátékok technológiájának, a számítógépes tervezésnek, stb.

elmozdulás

Lásd kitérés.

elnyelési azonosságok

Valamely alaphalmaz tetszőleges *A* és *B* részhalmazára $A \cap (A \cup B) = A$ és $A \cup (A \cap B) = A$. Ezek az **elnyelési azonosságok**.

elnyelő állapot

Lásd véletlen bolyongás.

χ^2-eloszlás

Nemnegatív folytonos valószínűségi eloszlások egy típusa egy ν paraméterrel, melyet szabadsági foknak hívunk. Ez az eloszlás (melynek a pontos definícióját itt nem ismertetjük) jobbra dől, és megvan az a tulajdonsága, hogy független χ^2-eloszlású valószínűségi változók összege is χ^2-eloszlású. Használatos a χ^2-próbában az illeszkedés jóságának mérésére, a variancia tesztelésében, és kontingenciatáblázatokban a függetlenség mérésére. Várható értéke ν, szórásnégyzete 2ν. Az eloszlásra vonatkozó táblázatok ν különböző értékeire elérhetők.

eloszlás

Egy valószínűségi változó eloszlása megmutatja, hogy a változó milyen valószínűséggel veszi fel az egyes értékeit, illetve milyen valószínűséggel esik az értéke egyes intervallumokba. Meg lehet adni az eloszlásfüggvénnyel. Diszkrét valószínűségi változó esetében gyakrabban használjuk az eloszlást, folytonos valószínűségi változó esetében pedig a sűrűségfügvényt.

eloszlácsalád

Olyan eloszlások halmaza, amelyek ugyanazzal az általános matematikai képlettel adhatók meg. A család egy tagját megkapjuk, ha a képletben szereplő paramétereknek konkrét értéket adunk.

eloszlásfüggvény

változó **eloszlásfüggvénye** az az *F* függvény, melyre definíció szerint $F(x) := P(X < x)$. Tehát egy diszkrét valószínűségi változóra

$$F(x) = \sum_{x_i < x} P(x_i),$$

ahol $P(x_i)$ x_i valószínűsége. Egy folytonos valószínűségi változóra:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt,$$

ahol *f* a valószínűségi sűrűségfüggvény. (Az angolszász irodalomban a szigorú egyenlőség helyett általában $\leq$ jel áll.)

eloszlásmentes módszer

Lásd nemparaméteres eljárás.

eloszlás paramétere

A valószínűségszámításban az eloszlásfüggvényben vagy a sűrűségfüggvényben előforduló állandót nevezik paraméternek. Ebben az értelemben például a normális eloszlásnak két paramétere van, a Poisson-eloszlásnak pedig egy.

Valamely populáció **paramétere** olyan mennyiség, amely kapcsolatos a populációval. Ilyen például az átlag vagy a medián. Egy populáció valamely paramétere megbecsülhető egy minta alapján alkalmas statisztikát használva becslésként.

előfordulások száma

Speciális statisztika, amely rögzíti egyes események előfordulásának számát, – amilyen például az országút egy adott pontján áthaladó gépkocsik száma – esetenként automatikus módon. Ezek az egyszerű mérőszámok azután gyakran bonyolultabb statisztikai eljárások alapjául szolgálnak, amilyen például a kontingenciatáblázatok elemzése.

előjel

Azt a tényt, hogy egy valós szám pozitív vagy negatív, a szám **előjele** mutatja meg.

előjeles aldetermináns

Lásd kofaktor.

előjeles hossz

Legyen *A* és *B* két pont egy irányított egyenesen. Ekkor az $\overrightarrow{AB}$ *A*-ból *B*-be mutató irányított egyenesszakasz *AB* **előjeles hossza**:

$$\begin{array}{ll} |AB|, \text{ ha } \overrightarrow{AB} & \text{a pozitív irányba mutat;} \\ -|AB|, \text{ ha } \overrightarrow{AB} & \text{a negatív irányba mutat.} \end{array}$$

Tegyük fel például, hogy egy vízszintes egyenes pozitív iránya jobbra mutat (mint az *x*-tengelyen). Ekkor az *AB* irányított hossz 2-vel egyenlő, ha *B* 2 egységgel *A*-tól jobbra van, és -2-vel, ha *B* 2 egységgel *A*-tól balra van.

A következő tulajdonságok a definícióból könnyen levezethetők.

1. Ha *A* és *B* két pont egy irányított egyenesen, akkor $AB = -BA$.

2. Ha *A*,*B* és *C* három (tetszőleges helyzetű) pont egy irányított egyenesen, akkor $AB + BC = AC$.

előjeles szám

Pozitív vagy negatív előjellel ellátott valós szám, amikor hangsúlyozni akarjuk azt is, hogy a neki megfelelő pont a számegyenesen milyen távol van a kezdőponttól, és azt is, hogy melyik irányba esik.

előjelfüggvény

A

$$\operatorname{sgn}(x) := \begin{cases} -1, \text{ ha } x < 0, \\ 0, \text{ ha } x = 0, \\ 1, \text{ ha } x > 0, \end{cases}$$

összefüggéssel értelmezett valós függvény. A név és az elnevezés onnan ered, hogy a függvény értéke az argumentum előjelétől függ.

előjelpróba

Olyan nemparaméteres próba, amely azt a nullhipotézist vizsgálja, hogy a minta mediánja az adott *m* szám. Ha a nullhipotézis igaz, akkor az *n* elemű mintának várhatóan fele esik az *m* érték alá, és fele esik fölé, és annak a valószínűségét, hogy közülük éppen *r* számú nagyobb, mint *m*, a binomiális eloszlás megfelelő $\binom{n}{r}0.5^r(1-0.5)^{n-r} = \binom{n}{r}0.5^n$ tagja adja meg. A nullhipotézist elutasítjuk, ha az érték az adott szignifikanciaszinthez tartozó kritikus (elutasítási) tartományba esik.

A próba használható két minta mediánjának összehasonlítására is párosított adatok alapján, vö. párosított mintán alapuló próbák.

előrehaladó bejárás

(kritekusút-elemzésnél) Egy olyan tevékenységi hálózatnál, ahol az élek a tevékenységek, az előrehaladó ütemezés minden pontra meghatározza a legkorábbi időpontot. A forrásból kiindulva haladunk keresztül a hálózaton, minden pontra kiszámítjuk az él és a megelőző ponthoz vezető összes útvonalon számított teljes időtartam összegét. Ezek közül a legnagyobbat írjuk erre a pontra.

előrejelzett változó

Lásd függő változó.

előrejelző változó

Lásd magyarázó változó.

előremutató differencia

Legyen az egyenlő közű $x_i := x_0 + ih \quad (i = 0, 1, \dots)$ osztópontokban az *f* függvény értéke $f_i := f(x_i) \quad (i = 0, 1, \dots)$, akkor az **előremutató differencia** definíciója:

$$f_{i+1} - f_i = f(x_{i+1}) - f(x_i) \quad (i = 0, 1, \dots).$$

előzmény

Egy feltételes állításban a feltételt kifejező mellékmondat. Például a „ha *n* osztható kettővel, akkor *n* páros” mondatban a feltétel, hogy „ha *n* osztható kettővel”. Vesd össze következmény.

elrendezés

Lásd permutáció.

első derivált

A deriváltra használt kifejezés olyan esetekben, amikor azt magasabb rendű deriváltakkal állítjuk szembe.

elsőfajú hiba

A hipotézisvizsgálat során **elsőfajú hiba** lép fel, ha a nullhipotézist elvetjük, noha igaz volt. Az elsőfajú hiba valószínűsége a próba szignifikanciaszintje.

elsőfajú Stirling-szám

Annak $s(n, r)$ száma, ahányféleképpen *n* elemet *r* számú ciklusra lehet felbontani. Például az $\{1, 2, 3, 4\}$ halmaz két ciklusra a következőképpen bontható fel:

[1,2,3][4]	[1,3,2][4]	[1,2,4][3]	[1,4,2][3]
[1,3,4][2]	[1,4,3][2]	[2,3,4][1]	[2,4,3][1]
[1,2][3,4]	[1,3][2,4]	[1,4][2,3]	

Tehát $s(4, 2) = 11$. Nyilván $s(n, 1) = (n-1)!$ és $s(n, n) = 1$. Megmutatható, hogy

$$s(n+1, r) = s(n, r-1) + ns(n, r).$$

Néhány szerző a fentiektől eltérően definiálja ezket a számokat, úgy hogy a következőknek tegyenek eleget: $s(n+1, r) = s(n, r-1) - ns(n, r)$

A binomiális együtthatókhoz nagyon hasonlóan a Stirling-számok is bizonyos azonosságokban fordulnak elő együtthatókként. Nevüket James Stirling skót matematikusról (1692–1770) kapták.

első illeszkedési algoritmus

A pakolási problémánál méretük csökkenő sorrendjében megszámozzuk az urnákat, majd a következő dobozt tegyük mindig a legkisebb sorszámú olyan urnába, amelyikbe beleillik. Más szóval először a legnagyobb darabokat pakoljuk el, és feltehetőleg jobb megoldást kapunk, mintha egszerűen beraknánk a darabokat az első olyan ládába, amelyikbe beleférnek.

elsőrendű differenciálegyenlet

Olyan differenciálegyenlet, amely csak az ismeretlen függvény első deriváltját tartalmazza. Például $y'(x) = 5x$ és $3y(x)y'(x) + 5x = 3$ egyaránt elsőrendű differenciálegyenlet, az első **explicit differenciálegyenlet**, a második pedig **implicit differenciálegyenlet**.

elsőrendű elégséges feltétel

Lásd szélsőérték feltételei.

elsőrendű lineáris differenciálegyenlet

Az

$$y'(x) + P(x)y(x) = Q(x)$$

alakú egyenlet, ahol *P* és *Q* valamely *J* nyílt intervallumon értelmezett folytonos függvények. Az egyik megoldási módszer az, hogy az egyenlet mindkét oldalát megszorozzuk a

$$\mu(x) = \exp\left(\int P(x)\,\mathrm{d}x\right)$$

úgynevezett **integráló tényezővel**. Ezzel az egyenlet bal oldala

$$\mu(x)y'(x) + \mu(x)P(x)y(x)$$

lesz, ami nem más, mint $\mu(x)y(x)$ deriváltja, és a megoldást integrálással kapjuk.

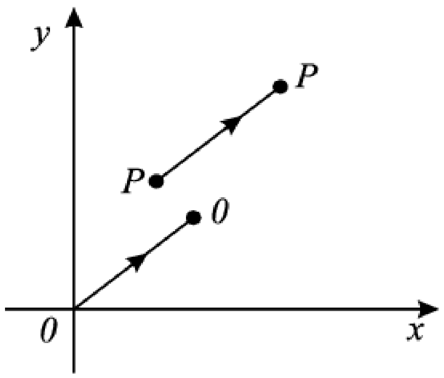
Abban az esetben, amikor a *J* intervallum minden *x* pontjában $Q(x) = 0$, az egyenlet speciális szétválasztható változójú differenciálegyenlet. Ha pedig a *J* intervallum minden *x* potjában $P(x) = 0$, az egyenlet közvetlenül integrálható.

eltérés az átlagtól

Ha $\{x_i\}$ az *X* valószínűségi változó megfigyeléseiből álló halmaz, akkor $x_i - \overline{x}$ az *i*-edik megfigyelés **eltérése az átlagtól**, ahol $\overline{x}$ az $\{x_i\}$ halmaz átlaga.

eltolás

A (síkbeli) **eltolás** affin transzformáció, amelynél a $P = (x, y)$ pont képe az a $P' = (x', y')$ pont, melyre $(x', y') = (x + h, y + k)$, ahol a (h, k) vektort az adott eltoláshoz tartozó eltolásvektornak hívjuk. így tehát az *O* origó képe az $O' = (h, k)$ pont. A $\overrightarrow{PP'}$ irányított egyenesszakasz megegyezik az $\overrightarrow{OO'}$ irányított szakasszal.

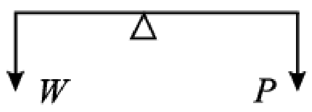


eltűnik

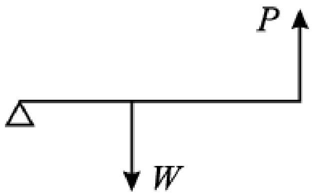
Nulla, nullává válik, vagy nullához tart. Például az, hogy egy *f* valós függvénynek az 1 szám gyöke, úgy is mondható, hogy az illető függvény eltűnik az 1 pontban, azaz $f(1) = 0$.

emelő

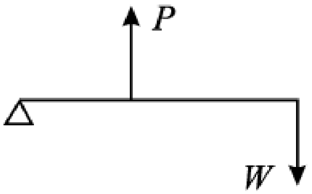
Egy pont vagy egy tengely körül – melyet **alátámasztásnak** hívnak – szabadon elforgatható merev rúd, melyet általában arra használnak, hogy egy adott pontban kifejtett erővel egy másik pontban ható erőt keltsenek. A lenti ábrákon az alátámasztást általában kis háromszög jelöli. Az ábrákon látható három esetben az emelőt egyszerű gépként használják, és ***F*** a tartóerőt, ***G*** pedig a terhelő erőt (másképpen terhelést vagy terhet) jelöli. Az első ábra szemlélteti a **kétkarú emelőt**, a második és a harmadik pedig az **egykarú emelőt**. Az áttétel mindhárom esetben a nyomatéki elvből kapható meg.



(i)



(ii)



(iii)

Az emelőknek az ábrákon bemutatott alkalmazásaira a következő hétköznapi példák hozhatók:

1. Egy ponton a csónakhoz rögzített evező.
2. Álló talicska.
3. A daruk egyes típusainak emelőkarja.

emelőerő

Lásd aerodinamikai ellenállás.

empirikus

Nem érvelésből, hanem tapasztalatból vagy megfigyelésből származó. Vesd össze a posteriori.

energia

A mechanika az energia két formájával foglalkozik: a mozgási és a potenciális energiával. Ha az energia ezen formák egyikéből vagy mindegyikéből egy további formába megy át, például hővé vagy zajjá alakul, akkor esetenként energiaveszteségről beszélnek.

Az energia dimenziója tömeg szorozva hosszúság a négyzeten szorozva idő a mínusz másodikon, SI mértékegysége a joule.

energiamegmaradás

Ha egy rendszerre kizárólag konzervatív erők hatnak, akkor $E_m + E_p$ állandó, ahol E_m a mozgási energia, E_p pedig a potenciális energia. Ezt a tényt nevezik **energiamérlegnek**, vagy az **energiamegmaradás elvének**.

Egy *m* tömegű, ***a*** gyorsulással mozgó részecske $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ mozgásegyenletéből következik, hogy $m\mathbf{a} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$, és ezért $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}m\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}\right) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$. Ha ***F*** konzervatív erő, akkor az energiamérleg *t* szerinti integrálás után adódik.

energiamérleg

Lásd energiamegmaradás.

ent

Az egészrészfüggvény jelölésére használt rövidítés.

epiciklois

A kör kerületének egy pontja által leírt görbe, amikor a kör egy másik kör külső kerülete mentén forog. Ha a két kör sugara megegyezik, akkor a görbe kardioid.

epimorfizmus

Olyan $f : X \to Y$ morfizmus, amelyre igaz, hogy bármely *Y* és *Z* közötti g_1, g_2 morfizmusokra $g_1 \circ f = g_2 \circ f \Rightarrow g_1 = g_2$ teljesül.

epszilon

A görög e betű, írásban ε, gyakran használatos kis, pozitív mennyiségek jelölésére.

epszilon-delta jelölés

A határérték és a folytonosság fogalmainak szokványos jelölése.

Eratoszthenész

(I. e. 275–195 körül) Görög csillagász, matematikus, elsőként számolta ki a Föld sugarát a következőképpen. Megfigyelte, hogy az egyiptomi Sziénában (ma Asszuán) a nyári napfordulókor délben a nap visszatükröződik egy mély kút víztükréről, ebből arra következtetett, hogy ott a napsugarak merőlegesen esnek be a Föld felszínére. Megmérte továbbá, hogy Alexandriában ugyanebben az időben a napsugár függőlegessel bezárt szöge a teljes szög ötvened része. Feltételezve, hogy a két város ugyanazon a hosszúsági körön fekszik (ez a feltevés a Nap egyidejű delelléséhez kell, valójában az eltérés kb. 1°) és ismerve a távolságukat, (Eratosztenész ezt tevekaravánok menetidejéből becsülte) kiszámítható a Föld sugara. ő határozta meg továbbá a Föld tengelyének (az ekliptikával bezárt) dőlésszögét, és az ő nevéhez fűződik az eratoszthenészi szita.

eratoszthenészi szita

Az *N* számnál nem nagyobb prímszámok meghatározásának alábbi módszere. Soroljuk fel az összes pozitív egész számot 2 és *N* között. Hagyjuk meg az első számot, 2-t, de töröljük ki az összes többszörösét; hagyjuk meg a következő számot, 3-at, de töröljük ki az összes többszörösét; hagyjuk meg a következő számot, 5-öt, de töröljük ki az összes többszörösét, és így tovább. A folyamat végén megmaradt (ki nem törölt) számok a prímszámok. Az eljárás Eratoszthenésztől származik.

Erdős Pál

(1913–1996) A XX. század egyik legkiemelkedőbb matematikusa. A matematika több területével foglalkozott, de leginkább a számelméletben alkotott maradandót. Híres volt olyan problémák felvetéséről és megoldásáról, melyeknek kimondása rendkívül egyszerű, megoldása azonban nagyon nehéz. Budapesten született, szülei matematikatanárok. Erdőst csodagyereknek tartották: már 3 évesen tudott összeadni, kivonni. Középiskolás korában egyszerű bizonyítást adott Csebisev tételére. 1930-ban kezdte meg egyetemi tanulmányait, ingázva a Budapesti Műszaki Egyetem (elődje) és a Pázmány Péter Tudományegyetem között. Hallgatta Fejér Lipót, Kürschák József, Kőnig Dénes előadásait. 1934-ben a doktorálást követően Manchesterbe költözött. Innentől kezdve életét utazással töltötte, szinte állandóan úton volt két egyetem között, állandó lakhelye nemigen volt. A nemzetközi kitüntetésekhez járó díjakat elosztogatta, sok pénzdíjas problémát tűzött ki. 1500 cikke jelent meg, több mint 500 társszerzővel dolgozott. 1983-ban megkapta a Wolf-díjat (amely a Fields-érem mellett a másik legrangosabb matematikai kitüntetés). Erdős termékenységére utal egy a matematikusok körében elterjedt fogalom, az Erdős-szám. Ha egy matematikus Erdős-száma *n*, az azt jelenti, hogy együtt publikált valaki olyannal, akinek az Erdős-száma $n-1$. Erdős Pál Erdős-száma 0.

eredő

Kettő vagy több vektor összege, különösen, ha erőket reprezentálnak.

eredő erő

Egy részecskére, részecskerendszerre vagy merev testre ható erők (vektori) összege.

érintkezés

Lásd csúcs, görbék érintkezése.

érintkezési pont

A halmaz lezártjának pontja.

érintkező inflexió

Lásd csúcs.

érintő

Egy (sík)görbe adott *P* pontbeli **érintője** az az egyenes, amely áthalad *P*-n, és a görbét a *P* pontban a „legjobban” közelíti. A pontos definícióhoz a határérték fogalmára van szükség, lásd görbe meredeksége. Vannak olyan görbék, amelyeknek nem létezik érintőjük, például nincs érintő ott, ahol a görbe „megtörik”.

érintő egyenes

Lásd érintő sík.

érintő sík

Jelölje *P* egy „sima” felület valamely pontját. (A simaságot pontosan meghatározni az analízis eszközeivel lehet; egy felület például nem sima ott, ahol „megtörik”.) A *P* ponton átmenő felületi görbék érintőit *P*-beli **érintő egyeneseknek** hívjuk. Ezen egyenesek mind merőlegesek egy meghatározott egyenesre, amelyet a *P* ponthoz tartozó **felületi normálisnak** hívunk. (A normális „merőlegesen döfi” a felületet.) A *P*-beli érintőegyenesek mind egy síkban fekszenek, a felületi normális pedig ezen sík normálvektora. Ezt a síkot hívjuk a *P*-beli **érintő síknak**.

Ha a felület pontjai a *P* pont egy tetszőlegesen kicsi környezetében az érintősík által meghatározott két féltér mindegyikébe beleesnek, a *P* pontot nyeregpontnak hívjuk. A nyeregpont tehát az inflexiós pont többdimenziós általánosítása.

erő

Az erő fizikai fogalma a hétköznapi erőfogalom elvonatkoztatásából, általánosításából és matematikai modellezéséből keletkezett, és segédmennyiségként használják a testek mozgásának vagy egyensúlyának leírásához. Az erőt a fizika olyan mennyiségként alkalmazza, mellyel jellemezhető a testek kölcsönhatása. A erők típusai közé tartozik a gravitációs erő – amely a test által elfoglalt teljes tartományban hat –, az érintkező testek kölcsönhatásánál fellépő erők, a testeken belüli erők – melyek deformálják a testet vagy helyreállítják annak alakját –, az elektromos és a mágneses erő.

A matematikai modellben az erőnek nagysága, iránya és támadáspontja van. Az erő egy pontban hat, és egy olyan vektorral ábrázolható, amelynek hossza az erő nagysága, iránya pedig az erő iránya. Az erő hatásvonala az az egyenes, mely átmegy az erő támadáspontján, és párhuzamos az erővel.

Az erő dimenziója tömeg szorozva hosszúság szorozva idő a mínusz másodikon, SI mértékegysége pedig a newton.

erőfeszítés

Lásd egyszerű gép.

erőháromszög

Ha egy egyensúlyban lévő testre három erő hat, akkor ezek vektori összege nulla, így a három erővektorból párhuzamos eltolással egy háromszög állítható elő. Vesd össze erősokszög.

erőlökés

Tegyük fel, hogy egy testre a t_1 és t_2 pillanatok között erő hat, melynek vektora a *t* pillanatban $\mathbf{F}(t)$! Ekkor a ***J*** erőlökés egy vektormennyiség, amelyet a

$$\mathbf{J} := \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}(t)\, \mathrm{d}t$$

képlet ad meg. Tegyük fel, hogy $\mathbf{F}(t)$ az *m* tömegu részecskére a *t* pillanatban ható erők eredője! A második newtoni mozgástörvény $\mathbf{F} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\mathbf{v})$ alakjából következik, hogy ekkor a ***J*** erőlökés egyenlő a részecske impulzusának megváltozásával.

Ha az erő állandó, akkor $\mathbf{J} = \mathbf{F}(t_2 - t_1)$, ahol ***F*** az erő vektora. Tehát ebben az esetben az erőlökés egyenlő az erő és az eltelt idő szorzatával.

Az erőlökés fogalma elsősorban az ütközéseket tartalmazó problémákban játszik szerepet.

Az erőlökés dimenziója tömeg szorozva hosszúság szorozva idő a mínusz elsőn, SI mértékegysége pedig newton szorozva méter, másképpen kilogramm szorozva méter szorozva idő a mínusz elsőn.

erőrendszer

Egy részecskére, részecskerendszerre vagy merev testre ható erők összessége.

erősokszög

Tegyük fel, hogy egy részecskére az $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \ldots \mathbf{F}_n$ erő hat! Az erővektorokhoz a tér irányított szakaszait rendeljük: az $\overrightarrow{A_1A_2}$ irányított szakasz képviseli az $\mathbf{F}_1$ erőt, az $\overrightarrow{A_2A_3}$ irányított szakasz képviseli az $\mathbf{F}_2$ erőt és így tovább. Az $\overrightarrow{A_nA_{n+1}}$ irányított szakasz képviseli az $\mathbf{F}_n$ erőt. A részecskére ható erők $\mathbf{F} := \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i$ eredőjét az $\overrightarrow{A_1A_{n+1}}$ irányított szakasz képviseli. Ha az eredő erő nulla, akkor az A_{n+1} pont azonos az A_1 ponttal, és az egyes erőkhöz rendelt irányított szakaszok egy *n* oldalú – nem feltétlenül síkbeli – sokszöget alkotnak, melyet **erősokszögnek** neveznek.

erőtér

Akkor beszélnek **erőtér** létezéséről, ha egy erő – mely függhet a helytől és az időtől – a tér bizonyos tartományának minden pontjában képes hatni. Az erőtér fogalmára példa a gravitációs, az elektromos és a mágneses erőtér.

érték

Lásd konstans függvény, függvény, végtelen szorzat, a játékelmélet alaptétele.

értékes jegy

Az $e = 2.71828\ldots$ szám négy értékes jegyre kerekített alakja 2.718; két értékes jegyre kerekített alakja pedig 2.72. Mivel $e^{-3} = 0,049787\ldots$, ezért e szám értéke három értékes jegyre kerekítve 0,0498. Ugyanannyi értékes jegyre kerekítve elérjük, hogy az összes mérés viszonylagos pontossága ugyanakkora legyen. Ha mértékegységet váltunk, például centiméterről méterre, akkor a mérések pontossága nem változik, ha az egyes mérésekben ugyanannyi értékes jegyet használunk.

értékes jegyek

Ahhoz, hogy megszámoljuk az **értékes jegyeket** egy valós számban, induljunk ki a baloldali első nullától különböző jegytől, és számoljuk meg az összes jobbra eső jegyet, beleértve a záró nullákat is, ha azok a tizedes ponttól jobbra állnak. Például az $1.2048, 1.2040, 0.012\ 048, 0.001\ 204\ 0, 1204.0$ számok mindegyikének öt értékes jegye van. Amikor egy számot *n* értékes jegyre kerekítünk vagy csonkítunk, az azt jelenti, hogy az eredeti számot olyannal helyettesítjük, amelyiknek *n* értékes jegye van.

Vegyük észre, hogy a tizedes ponttól balra álló nullák néha értékesek, néha nem: az $1\ 204\ 000$ számnak legalább né$1\ 203\ 960$egye van, de további információ nélkül nem tudhatju$1\ 204\ 000$ értékes jegye van-e. Amikor az számot öt értékes jegyre kerekítjük, és így jutunk a számhoz, hozzá kell tennünk, hogy ennek öt értékes jegye van.

Amikor azt mondjuk, hogy $a = 1.2048$ öt értékes jegyig, akkor ez azt jelenti, hogy *a* értéke 1.2048 lett, miután öt értékes jegyre kerekítettük, azaz $1.204\ 75 \leq a < 1.204\ 85$.

értékkészlet

Lásd függvény és leképezés.

értelem

Két lehetséges irány egyike egy egyenesen, vagy forgatásnál. így az ***a*** és a $-\mathbf{a}$ vektor nagysága azonos, iránya párhuzamos, de ellenkező értelműek vagy állásúak.

értelmezési tartomány

Lásd függvény és leképezés.

érvénytelen

Nem érvényes, például egy következtetés, amelynek konklúziója nem következik a premisszákból, tehát egyetlen ellenpélda elegendő annak bizonyításához, hogy az állítás érvénytelen.

érzékenységvizsgálat

Paraméterek változtatása szimulációnál abból a célból, hogy meghatározzuk, melyiknek a legnagyobb a hatása a bennünket érdeklő jellemzőre.

és

Lásd konjunkció.

esély

A fogadási **esélyeket** $r : s$ alakban szokták megadni, ha a nyerés elméleti valószínűsége $\frac{r}{r+s}$. Megfordítva, ha egy esemény kimenetelének valószínűsége *p*, akkor az esélye $p : (1-p)$. Gyakorlatban a fogadó irodák által kínált esély csak közelítése ennek a valószínűségaránynak, mivel az irodás keresni is akar, és ezért úgy változtatja meg az esélyeket, hogy tükrözzék az egyes eseményekre föltett összegeket, még akkor is, ha nincs oka arra, hogy az események valószínűségére vonatkozó nézetét ekként torzítsa.

esélyarány

Egy olyan esemény esélyeinek aránya, amely két különböző csoporton belül fordulhat elő. Ha az egyes csoportokon belül a valószínűségek *p* és *q*, akkor az esélyek $p : (1-p)$ és $q : (1-q)$, ezek aránya tehát $\frac{\frac{p}{1-p}}{\frac{q}{1-q}} = \frac{p(1-q)}{q(1-p)}$.

esemény

Az eseménytér egy részhalmaza. Például egy érme háromszori feldobásából álló kísérlet elemi eseményeinek tere $\{FFF, FFI, FIF, FII, IFF, IFI, IIF, III\}$. Legyen $A := \{FFF, FFI, FIF, IFF\}$. Ekkor *A* azt az eseményt jelöli, hogy legalább két fejet dobunk. Ha a kísérlet során egy *A* halmazba tartozó kimenetel (elemi esemény) születik, akkor azt mondjuk, hogy *A* **bekövetkezett**. Az *A* és *B* események $A \cap B$ **metszete** az az esemény, amelynek jelentése, hogy „*A* is és *B* is bekövetkezik”. Ha az elemi események tere az univerzum, akkor *A* komplementere, A^C az az esemény, hogy „*A* nem következik be”. Gyakran az *A* esemény $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ valószínűsége az érdekes. A következő összefüggések igazak:

1. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
2. Ha *A* és *B* egymást kizáró események, akkor $E(X)$.
3. Ha *A* és *B* független események, akkor $E(X$.
4. $P(A^C) = 1 - P(A)$.

eseménytér

Egy kísérlet összes lehetséges kimeneteleiből álló halmaz. Például, tegyük fel, hogy a kísérlet célja egy érme háromszori feldobása és az eredmény feljegyzése. Akkor az eseménytér a következő halmaz lenne: {FFF, FFI, FIF, FII, IFF, IFI, IIF, III}. Itt például „FII” azt jelenti, hogy az első dobás „fej”, második és harmadik pedig „írás” volt. Ha a kísérlet célja az érem háromszori feldobása és a fejek összeszámolása, akkor a eseménytérnek a $\{0, 1, 2, 3\}$ halmazt tekinthetjük.

és-nem

Ha *p* és *q* két állítás, akkor **p és-nem q** (jelben: $p \uparrow q$) pontosan akkor hamis, ha *p* és *q* is igaz. Angol nyelvű logikai szövegekben használják a „nand” elnevezést. Igazságtáblázata a következő:

p	q	$p \uparrow q$
i	i	h
i	h	i
h	i	i
h	h	i

Eudoxosz

(I. e. 380 körül) Az egyik legnagyobb görög matematikus és csillagász. Eredeti munkája nem maradt ránk, de későbbi írásokból ismert, hogy Eukleidész művéből, az *Elemek*-ből az 5. könyv neki tulajdonítható. Ebben a munkában korának nyelvén következetes és precíz módon bevezeti a valós számokat. Gondolatai a XIX. századig nem kaptak elég megbecsülést. Módszert fejlesztett ki továbbá görbék által határolt tartományok területének kiszámítására.

Eukleidész

(I. e. 300 körül) Kiváló alexandriai matematikus, a nyugati kultúra talán második legnagyobb hatású könyvének, az *Elemeknek* a szerzője. Nem sokat tudunk Eukleidészről magáról, nem tisztázott az sem, hogy a könyv mennyiben ír le eredeti munkát, és mennyiben tankönyv. Az *Elemek* az elemi geometria tekintélyes részét vezeti le szigorú logikával „vitathatatlan” axiómákból kiindulva. Benne foglaltatik többek között annak a ténynek Eukleidésztől származó bizonyítása, hogy végtelen sok prím létezik, az eukleidészi algoritmus, az öt szabályos test levezetése és még nagyon sok minden. Két évezredig ez a mű volt az etalon arra nézve, hogy mi is az az elméleti matematika.

eukleidészi algoritmus

A maradékos osztás tételén alapuló algoritmus, amely az *a* és *b* pozitív egész számok legnagyobb közös osztóját, (a, b)-t állítja elő. Feltéve, hogy $a > b$, felírható, hogy $a = bq_1 + r_1$, ahol $0 \leq r_1 < b$. Ha $r_1 = 0$, akkor $(a, b) = b$; ha $r_1 \neq 0$, akkor $(a, b) = (b, r_1)$, és a fenti lépést megismételjük úgy, hogy *b*-t és r_1-et írjuk *a* és *b* helyébe és így tovább. Az utolsóként kapott nem nulla maradék a legnagyobb közös osztó. Például ha $a = 1274$ és $b = 871$, akkor

$$\begin{aligned} 1274 &= 1 \times 871 + 403, \\ 871 &= 2 \times 403 + 65, \\ 403 &= 6 \times 65 + 13 \\ 65 &= 5 \times 13, \end{aligned}$$

így $(1274, 871) = (871, 403) = (403, 65) = (65, 13) = 13$.

Ezzel az algoritmussal találhatunk olyan *s* és *t* számot, hogy az legnagyobb közös osztó felírható l.n.k.o= $sa + tb$ alakban. Ez úgy kapható meg, hogy az első egyenletből kiindulva mindegyikben kifejezzük a maradékot $sa + tb$ alakban:

$$\begin{aligned} 403 &= 1274 - 1 \times 871 = a - b, \\ 65 &= 871 - 2 \times 403 = b - 2(a - b) = 3b - 2a, \\ 13 &= 403 - 6 \times 65 = (a - b) - 6(3b - 2a) = 13a - 19b. \end{aligned}$$

eukleidészi axiómák

Eukleidész híres könyvében, az *Elemekben* vannak megfogalmazva. A különböző kiadások eltérőek. Egyes kiadások **posztulátumnak** nevezik az alábbi öt geometriai tartalmú axiómát

1. Bármely két pont között egyenes húzható.

2. Az egyenes szakasz mindkét irányban végtelenül meghosszabbítható.

3. Bármely középpont körül tetszőleges sugarú kör rajzolható.

4. A derékszögek egyenlőek.

5. Ha egy egyenes metsz két másik egyenest úgy, hogy a metsző egyenes egyik oldalán keletkező belső szögek összege két derékszögnél kevesebb, akkor a két egyenes metszeni fogja egymást ezen az oldalon, ha elegendően meghosszabbítjuk őket.

Megadta továbbá 23 definícióban az alapvető geometriai elemek, mint a pont és az egyenes, meghatározását, valamint felsorolt 9 általánosabb jellegű axiómát is, ezek közül néhány:

1. Amik ugyanazzal egyenlőek, egymással is egyenlőek.

2. Egyenlőkhöz egyenlőket adva az összegek is egyenlők.

3. Egyenlőkből egyenlőket kivonva a különbségek is egyenlők.

4. Az egymásba illeszkedők egyenlők egymással.

5. Az egész nagyobb, mint a rész.

eukleidészi geometria

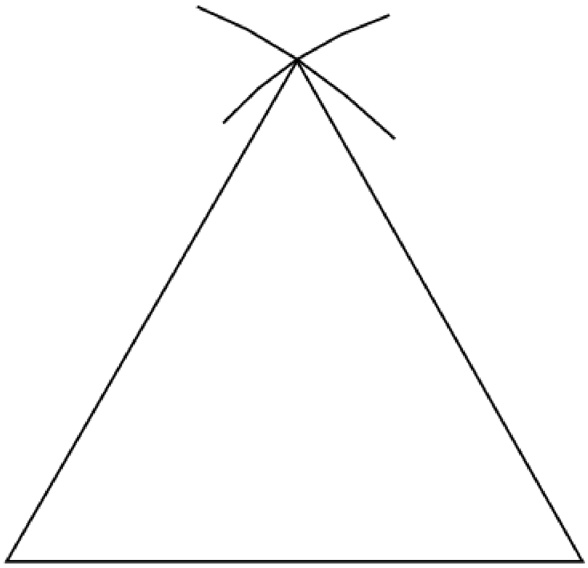
A matematikának az az ága, amely az Eukleidész *Elemek* című könyvében lefektetett axiómákon és definíciókon alapuló geometriával foglalkozik.

eukleidészi számok

A páros tökéletes szám – amilyen például 6 és 28 – másik elnevezése.

eukleidészi szerkesztés

Valamely geometriai alakzat megszerkesztése kizárólag körző és egy egyélű vonalzó segítségével, mely mérésre nem használható. Például egy egyenlő oldalú háromszög a következőképpen szerkeszthető: rajzolunk egy egyenesszakaszt, a körzővel a szakasz egyik végpontjából körívet rajzolunk akkora sugárral, mint a szakasz hossza, majd ugyanezt elvégezzük a másik végpontból. A két körív metszéspontjában lesz a háromszög harmadik csúcsa.



eukleidészi távolság

Két pont távolsága az eukleidészi térben. Két dimenzióban ez e_i , három dimenzióban $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$ a pontok koordinátáit a szokásos módon jelölve.

eukleidészi tér

Az $\mathbb{R}$ számegyenes, az $\mathbb{R}^2$ sík és a 3-dimenziós $\mathbb{R}^3$ tér általánosítása az $\mathbb{R}^n$ tér, melyben az összeadás és a skalárral való szorzás (és az ebből származtatott eukleidészi távolság) művelete természetes módon van kiterjesztve. Az $\mathbb{R}^n$ teret nehéz ugyan elképzelni $n > 3$ esetén, azonban nagyon hasznos eszköze a többváltozós analízisnek.

Euler, Leonhard

(1707–1783) Vitathatatlanul a híres matematikusok legtermékenyebbike. Svájcban született, de leginkább Nagy Frigyes porosz király Berlinjéhez és Nagy Katalin orosz cárné Szentpétervárához kötődött. Rendkívül termékeny korszakban alkotott, amikor is az újonnan kifejlesztett analízist minden irányban egyszerre kezdték el kiterjeszteni. A matematika legtöbb ágához hozzájárult, elméletihez és alkalmazotthoz egyaránt. Euler mindenki másnál többet tett annak a jelölésrendszernek a kidolgozásáért, amit ma is használunk. A matamatika nyelvéhez való hozzájárulásai között vannak a π, az *e* és az *i* szimbólumok, a szumma $\sum$ jelölése és a függvényérték szokásos jelölése, $f(x)$. Az általa írt *Introductio in analysin infinitorum* (*Bevezetés a végtelenek elemzésébe*) című mű a XIX. század egyik legfontosabb matematikai munkája. Rengeteg eredménye közül egy híreset említünk, melyre méltán volt büszke:

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}.$$

Euler-egyenes

Egy háromszögben az *M* magasságpont, a háromszög köré írható kör *O* középpontja és az *S* súlypont egy egyenesre, az úgynevezett **Euler-egyenesre** illeszkednek. Ezen az egyenesen $OS : SM = 1 : 2$. A háromszög Feuerbach-körének középpontja is rajta van az Euler-egyenesen.

Euler-féle függvény

Az n számokra jelölje $\varphi(n)$ az n egésztől kisebb n-hez relatív prím számok számát. Például $\varphi(12) = 4$, mivel *1,5,7* és 11 relatív prím 12-höz. Ez a pozitív egészeken értelmezett φ függvény az **Euler-féle függvény**. Belátható, hogyha n prímtényezős felbontása $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r}$, akkor

$$\varphi(n) = p_1^{\alpha_1 - 1} p_2^{\alpha_2 - 1} \dots p_r^{\alpha_r - 1} (p_1 - 1)(p_2 - 1) \cdots (p_r - 1) =$$
$$= n \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{p_r}\right).$$

Euler bebizonyította a kis Fermat-tétel következő kiterjesztését: ha n pozitív egész szám és a tetszőleges egész szám úgy, hogy $(a, n) = 1$, akkor $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$.

Euler-féle szám

Az *e* szám másik neve. A természetes alapú logaritmus alapja.

Euler-formula

A $\cos(\vartheta) + i \sin(\vartheta) = e^{i\vartheta}$ összefüggés, aminek speciális esete a matematika öt alapvető fontosságú állandóját összekapcsoló $e^{i\pi} + 1 = 0$ reláció.

Euler-kör

Egy gráfban olyan élekből és pontokból álló $v_0, e_1, v_1, \dots, e_k, v_k$ sorozat, (ahol az e_i él a v_{i-1} és a v_i pont között fut), amelyre $v_0 = v_k$, és amely a gráf minden élét pontosan egyszer tartalmazza. Ez szemléletesen azt jelenti, hogy az adott gráf lerajzolható egy lapra a ceruza felemelése nélkül úgy, hogy minden élen csak egyszer haladunk át. Belátható, hogy akkor és csak akkor van egy véges gráfban Euler-kör, ha az összefüggő, és minden pontjának fokszáma páros. A probléma története, hogy Königsberg (ma Kalinyingrád) lakosai Eulerhez fordultak a várost izgalomban tartó kérdéssel, miszerint miért nem tudnak átmenni a Pregolia folyó 7 hídján úgy, hogy minden hídon pontosan egyszer menjenek át, és visszajussanak a kiindulópontba. Tehát a polgárok voltaképpen Euler-kört próbáltak találni a város hídjai és szigetei által meghatározott gráfban. Erre a gráfra azonban nem teljesül a fenti feltétel, ezért a kérdéses bejárás nem valósítható meg.

Euler-módszer

A legegyszerűbb numerikus eljárás differenciálegyenletek megoldására. Legyen adott az $y'(x) = f(x, y(x))$ differenciálegyenlet az $y(x_0) = y_0$ kezdeti feltétellel. Ekkor az **Euler-módszer** a következő iteratív közelítést jelenti: $y(x_{n+1}) = y(x_n) + hf(x_n, y(x_n))$, ahol $x_n = x_0 + nh$, $n = 1, 2, 3 \dots$. Ez szavakban annyit tesz, hogy egy ismert $(x_0, y(x_0))$ kiindulópontból $f(x_0, y_0)$ meredekségű egyenesszakasz mentén átmegyünk az $(x_1, y(x_1))$ pontba, úgy, hogy „vízszintesen” *h* távolságot teszünk meg. Most az $(x_1, y(x_1))$ kiindulópontból tesszük meg ugyanezt, és így tovább. Mivel minden lépésben a szakasz $f(x_k, y(x_k))$ meredeksége a görbe meredekségével egyenlő, ezért megfelelően kis *h* esetén elfogadható közelítést kaphatunk.

Euler-séta

Olyan séta egy gráfban, mely a gráf minden élét tartalmazza, és egy él sem szerepel kétszer. (Néha, nem teljesen pontosan, Euler-séta helyett Euler-utat mondanak, noha a sétában egy ponton többször is átmehetünk, míg „út” esetében ilyen nem lehet.)

Euler tétele

Ha egy gráf lerajzolható a síkba úgy, hogy élei ne messék egymást, akkor síkbarajzolhatónak vagy síkgráfnak mondjuk. Egy síkbarajzolható gráf élei a síkot olyan részekre osztják, amelyeket itt „lapoknak” nevezhetünk. Euler tétele a következőket mondja ki.

Tétel. Legyen *G* összefüggő, síkbarajzolható gráf, melynek *c* pontja, *e* éle és *l* lapja van (beleértve a külső, nem korlátos tartományt is). Ekkor $c - e + l = 2$.

Ennek egy alkalmazása az **Euler-féle poliédertétel:**

Tétel. Ha egy konvex poliédernek *c* csúcsa, *e* éle és *l* lapja van, akkor $c-e+l=2$.

Konkrét poliéderekre a tétel állítása könnyen ellenőrizhető. Például egy kockára $c=8,\ e=12,\ l=6$, egy tetraéderre $c=4,\ e=6,\ l=4$.

Euler–Mascheroni-féle állandó

$$\gamma := \lim_{m\to+\infty}\left(\sum_{n=1}^{m}\frac{1}{n}-\ln(n)\right),$$

azaz az $a_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\left(\frac{1}{n}\right)-\ln(n)$ sorozat határértéke. γ értéke 8 tizedes jegy pontossággal 0.57721566. Nem lehet tudni, hogy γ racionális-e, de lánctörtek felhasználásával bebizonyították, hogy ha racionális, akkor a nevezője egy több, mint 10^{242080} jegyű szám.

$E(X)$

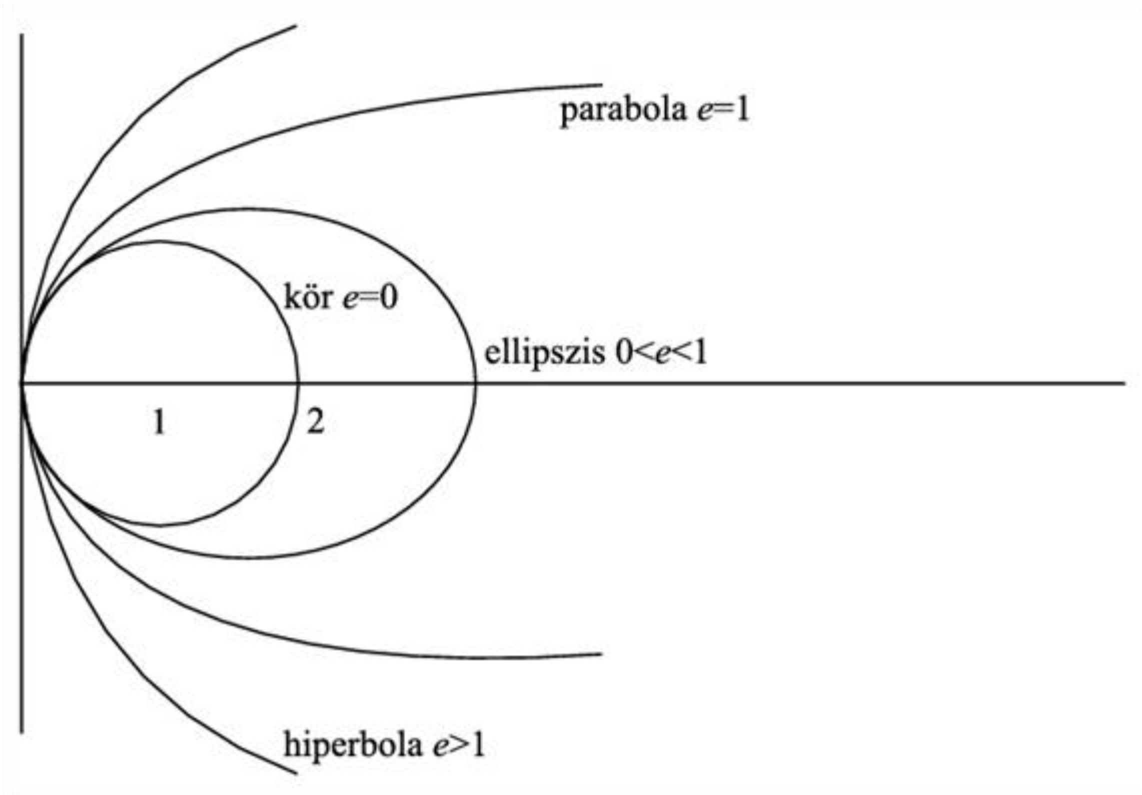
Lásd várható érték.

exa-

SI mértékegységek előtagjaként a $E(X$ számmal való szorzást jelöli.

excentricitás

Egy kúpszelet tetszőleges *P* pontja és az *F* fókuszpont távolságának, valamint a *P* pont és a vezéregyenes távolságának aránya. A szóban forgó kúpszelet $e=0$ esetén kör, $0<e<1$ esetén ellipszis, $e=1$ esetén parabola és $e>1$ esetén hiperbola.



exp

Az exponenciális függvény jelölése és rövidítése.

explicit függvény

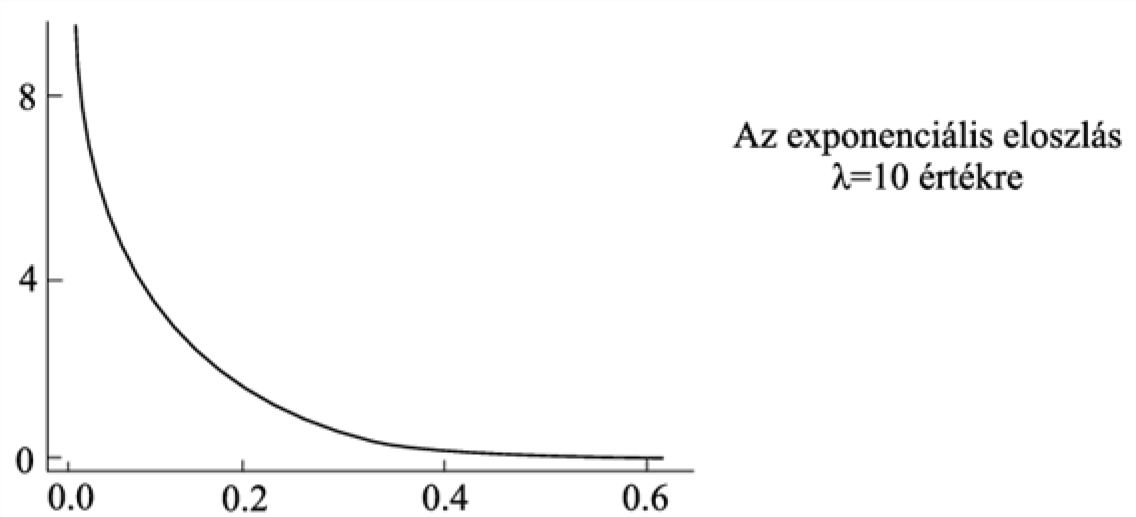
Az $E(X) = \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \cdots + \frac{1}{6} \times 6 = 3.5$ képlet az *f* függvényt explicite definiálja, míg az $f(x) := 5x + 1$ nem (bár ebben az egyszerű esetben az implicit definíció átrendezéssel explicit alakra hozható).

exponenciális bomlás

Tegyük fel, hogy $y(t) = Ae^{kt}$, ahol *A* (> 0) és *k* állandó, *t* pedig az eltelt időt jelöli (lásd exponenciális növekedés)! Ha $k < 0$, akkor azt mondják, hogy az az anyag, amelynek mennyiségét a *t* időpontban $y(t)$ adja meg, **exponenciálisan bomlik**. Ilyen feltételek mellett annak az időtartamnak a hossza, amely alatt *y* értéke a felére csökken, független *y* értékétől is, és attól az időponttól is, ahonnan kezdve számítjuk a feleződést. Ennek az időtartamnak a hosszával – melyet **felezési időnek** neveznek – jól jellemezhető a bomlás üteme. Használják például radioaktív izotópok bomlásának leírásához. Ha $k > 0$, akkor az exponenciális növekedés kifejezés használható.

exponenciális eloszlás

Folytonos valószínűségeloszlás, melynek *f* sűrűségfüggvénye g^p, ahol $f(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$ pozitív valós paraméter, λ. Várható értéke $x \geq 0$, szórásnégyzete $\frac{1}{\lambda}$. Konstans gyakorisággal, de véletlenszerűen bekövetkező események között eltelt idő exponenciális eloszlással modellezhető. Az eloszlás sűrűségfüggvénye a pozitív *x*-tengelyre koncentrálódik. A következő ábra egy $\frac{1}{\lambda^2}$ paraméterű exponenciális eloszlás sűrűségfüggvényét mutatja.



exponenciális függvény

Az $\lambda = 10$ vagy $f(x) := e^x \quad (x \in \mathbb{R})$ függvény. A két jelölés kifejezhet két különböző, bár egyenértékű (alább tárgyalandó) megközelítést. Az exponenciális függvény fontos tulajdonságai között említhetőek a következők:

1. $f(x) := \exp(x) \quad (x \in \mathbb{R})$ és $\exp(x+y) = (\exp(x))(\exp(y)),\ \exp(-x) = 1/\exp(x)$. (Ezek a hatványozás szokásos azonosságai miatt fennállnak, ha belátjuk $(\exp(x))^r = \exp(rx)$ és $x = \ln(y)$ azonosságát.)

2. Az exponenciális függvény a logaritmusfüggvény inverz függvénye: e^x akkor és csak akkor, ha $\exp(x)$.

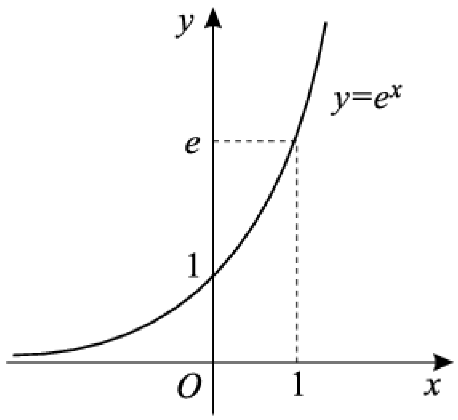
3. $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots$.

4. $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\exp(x)) = \exp(x)$ az $\exp(x)$ hatványsor összegfüggvénye.

5. Ha $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$.

Három megközelítés szokásos.

1. Tegyük fel, hogy *e* értékét már megkaptuk. Ekkor $n \to +\infty,\ \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \to \exp(x)$-et *e* alapú exponenciális függvényként definiálhatjuk az *a* alapú exponenciális függvény 1. megközelítésének felhasználásával, és mondhatjuk, hogy $\exp$ jelentse $\ln$-et. A probléma ezzel a megközelítéssel az, hogy *e* korábbi definíciójára épül, és hogy e^x további tulajdonságainak belátása nehézkes.



2. Vegyük az $x(0) = 1$ függvényt, a logaritmusfüggvény 2. megközelítésében, és legyen $\ln$ ennek inverz függvénye. Ekkor definiálhatjuk *e*-t, mint az e^x értéket. Belátjuk $\exp(1)$ és $\exp(x)$ ekvivalenciáját, és bebizonyítjuk a többi tulajdonságukat. Ez a megközelítés mesterséges, és nem felel meg azon módoknak, ahogyan általában az e^x függvénnyel először találkozunk.

3. Az $x(0) = 1$ függvény más tulajdonságai is felhasználhatók definícióként. Definiálható úgy, mint az egyetlen függvény, amely megoldása a $\exp$ differenciálegyenletnek az $f(x) = a^x$ kezdeti feltétellel. Másszóval az a függvény, amely deriváltfüggvényével azonos. További járható út, hogy a fenti 4. vagy 5. tulajdonságokat használjuk ki $x \in \mathbb{R}$ bevezetéséhez. Mindegyik esetben meg kell mutatni, hogy a többi tulajdonság a definícióból következik.

exponenciális függvény alapja

Lásd *a* alapú exponenciális függvény.

exponenciális növekedés

Ha $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(a^x) = a^x \ln(a)$, ahol $y(t) = Ae^{kt}$ és $A > 0$ állandók, továbbá *t* jelöli az időt, akkor azt mondjuk, hogy $k > 0$ **exponenciális növekedést** mutat. Ilyen akkor történik, ha $y(t)$, azaz ha *y* változási üteme minden időpillanatban arányos *y* adott pillanatbeli értékével. Az *y* függvény növekedésének sebessége az idővel egyre növekszik. Bármely exponenciálisan növekvő folyamat végül is meghalad bármely *t*-vel, vagy *t*-nek egy rögzített hatványával arányos mennyiséget. Ha $y'(x) = ky(x)$, akkor az exponenciális bomlás kifejezés használható.

exponenciális sor

A $k < 0$ függvénysor, melynek összegfüggvénye tetszőleges *z* komplex szám esetén az $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!} = 1 + z + \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{6} + \cdots$ exponenciális függvény.

extrapoláció

Tegyük fel, hogy az *f* függvény bizonyos $\overrightarrow{AB}$ értékei ismertek, ahol $f(x_0), f(x_1), \ldots, f(x_n)$. Az **extr**$x_0 < x_1 < \cdots < x_n$melynek során ezekből az adatokból az *f* függvény értékét megbecsüljük valamely az intervallumon $[x_0, x_n]$ p$x_0$tban. Az ilyen eljárások rendszerint kevésbé megbízhatóak, mint az interpoláció, amikor *x* és közé esik.

extrapolál

Egy értékről, vagy függvényről rendelkezésre álló ismeret alapján ezt az ismeretet becsléssel kiterjeszti, például előrejelez egy idősorral.

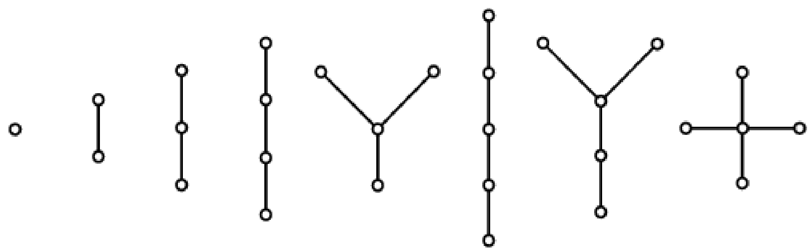
7. F

F

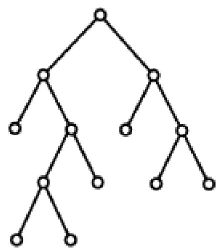
A 15-ös szám tizenhatos (hexadecimális) számrendszerben.

fa

Olyan összefüggő gráf, amelyben nincs kör. Megmutatható, hogy egy *n* pontú egyszerű összefüggő gráf pontosan akkor fa, ha $n-1$ éle van. Az ábrán az összes, legfeljebb ötpontú fát láthatjuk.



A gyakorlati alkalmazásokban az egyik pontot gyakran **gyökérnek** hívják, és a fagráf pontjait szintekre osztva rajzolják fel, ezzel jelezve a gyökértől vett távolságot. Az olyan gyökeres fát, ahol (a kétfokú gyökér kivételével) minden pont foka 1 vagy 3, **bináris fának** hívjuk, lásd például az alábbi illusztrációt.

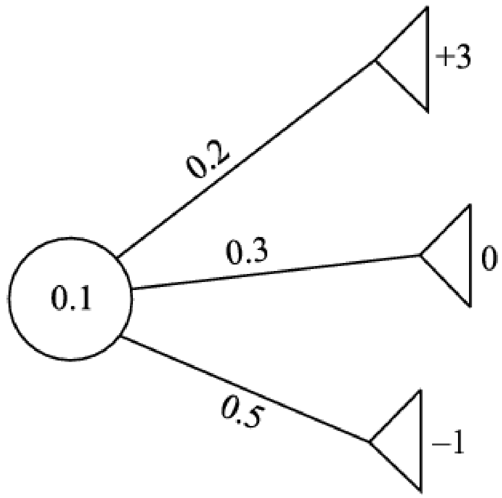


Fahrenheit

Jele F. Egy hőmérsékleti skála és az ahhoz tartozó mértékegység elnevezése. A víz fagyáspontjához a skála 32 F értéke, a víz forráspontjához pedig a skála 212 F értéke tartozik légköri nyomás mellett. Vesd össze Celsius, Kelvin.

fajlagos várható nyereség

Ha egy játékban egy játékos nyeresége véletlen események kimenetelétől is függ, akkor a fajlagos várható nyereség a játékos nyeresége várható értékének egy játszmára eső része. Úgy számítjuk ki, hogy a jatékos által kapható nyereségek értékét megszorozzuk az egyes értékek valószínűségével, majd ezeket a szorzatokat összeadjuk.



A fenti ábrán ez például $3 \times 0.2 + 0 \times 0.3 + (-1) \times 0.5 = 0.1$, és ezt az értéket beírtuk a körbe.

faktoranalízis

(statisztikában) Olyan statisztikai eljárások együttese, melyeknek célja, hogy a magyarázó változók (faktorok) számát csökkentve adjon magyarázatot a megfigyelések kimenetelére. Az eredeti változók (általában lineáris) kombinációiból új változókat képezünk azzal a céllal, hogy találjunk egy egyszerűbb szerkezetű modellt. Ahol számos változó úgy értelmezhető, mint ami egy olyan összetett mennyiség különböző aspektusait méri, amilyen például az intelligencia, esetleg bevezethető egy olyan összetett változó, amely majdnem ugyanannyi információt tartalmaz, mintha az összes az eredeti változót használnánk. Óvatosan kell viszont bánni ennek az interpretációjával.

faktoriális

Az *n* pozitív egész szám esetén $n!$ (olvasd: *n* **faktoriális**) jelöli a következő szorzatot: $n(n-1)(n-2)\times \cdots \times 2 \times 1$. Tehát például $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ és $10! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3\,628\,800$. Definíció szerint $0! = 1$.

Farkas Gyula

(1847–1930) Magyar matematikus és elméleti fizikus, a lineáris programozás alapjául szolgáló lineáris egynlőtlenségekkel, és a termodinamikai egyensúly stabilitásával foglalkozott.

fázis

Tegyük fel, hogy adott az $x(t) := A\sin(\omega t + \alpha)$ képlettel értelmezett *x* függvény, ahol $A > 0$; ω és α állandó. Ez megadhatja például egy egyenes vonal mentén mozgó részecske *t* pillanatbeli $x(t)$ kitérését. Ebben az esetben a részecske az origó körül rezeg. Az α állandót nevezik **fázisnak**. Ha két részecske azonos amplitúdójú és periódusidejű, viszont eltérő fázisú rezgőmozgást végez, akkor a két részecske lényegében ugyanazt a mozgást végzi – a két mozgás egymásból időbeli (és térbeli) eltolással megkapható.

Feigenbaum, Mitchell Jay

(1944–) Amerikai matematikai fizikus, a káoszelmélet matematikai leírásában ért el jelentős eredményeket.

Fejér Lipót

(1880–1959) Magyar matematikus, Fourier-sorokkal, komplex függvénytannal foglalkozott.

fékező erő

Olyan erő, amelynek iránya mindig ellentétes annak a testnek a sebességével, amelyre hat, ezáltal a fékező erő akadályozza a test mozgását. Tegyük fel például, hogy egy olajjal töltött hengeres edénybe golyót ejtünk. A süllyedő golyóra lefelé a gravitációs erő, felfelé az olaj által kifejtett fékező erő hat. További példák a súrlódás és az aerodinamikai ellenállás. Fékező erő fellépte esetén a teljes mechanikai energia nem állandó, viszont teljesül a munkatétel.

felbont

Lásd felbontás.

felbont

Egy szám vagy mennyiség felbontását állítja elő.

felbontás

Egy mennyiség vagy kifejezés egyszerűbb összetevőkre bontása. Például $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ a 24 szám prímtényezőkre való bontása. Másik példa egy polinomfüggvény felbontása tényezők szorzatára.

felbontás

Vektorok megadása komponenseik segítségével. A komponenseket úgy kapjuk, hogy az adott vektort két vagy három, páronként merőleges tengelyre vetítjük. Például akkor használják, ha egy részecskére ható két vagy több erő eredőjét akarják képezni. Ilyenkor érdemes lehet az erők mindegyikét két vagy három, páronként merőleges irányhoz tartozó komponensre felbontani. Egyes problémáknál az egyik irány vízszintes, a másik függőleges. Más problémáknál az egyik irány párhuzamos egy lejtő síkjával, a másik merőleges arra. A vektorok segítségével felírt mozgásegyenlet a vektorok komponensekre bontása révén két vagy három skaláris mozgásegyenletté írható át.

felbontás (egész számé)

Az *n* pozitív egész szám **felbontása** $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$, ahol $n_1, n_2, \ldots, n_k$ pozitív egész számok, a sorrendjük nem fontos. Az *n* szám felosztásainak számát $p(n)$ jelöli. Például 5 felbontásai

$$5, 4+1, 3+2, 3+1+1, 2+2+1, 2+1+1+1, 1+1+1+1+1,$$

tehát $p(5) = 7$. $p(n)$ értékei *n* kicsi értékeire a következők:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p(n)$	1	2	3	5	7	11	15	22	30	42

felcserélhető

Legyen $\circ$ kétváltozós művelet az *S* halmazon. Az $a, b \in S$ elemek **felcserélhetők** a $\circ$ műveletre nézve, ha $a \circ b = b \circ a$. Például a szorzásra nézve a 2×2-es mátrixok halmazának nem minden elempárja cserélhető fel, de ha például *A* és *B* diagonális mátrix, akkor felcserélhetőek.

félegyenes

Egy egyenest egy *O* pontja két **félegyenesre** bont fel. Bármelyik félegyenes az egyenes azon pontjaiból áll, amelyeket az *O* pont nem választ el egymástól. Az *O* pont mindkét félegyenesnek kezdőpontja.

felez

Két egyenlő részre oszt.

felezéses módszer

Numerikus eljárás az $f(x) = 0$ egyenlet egy gyökének megkeresésére. Legyen $I \subset \mathcal{D}f$ intervallum. Ha találunk olyan $a \in I$ és $b \in I$ számokat, hogy $f(a)f(b) < 0$, vagyis az *f* függvény az *a* és *b* helyen ellentétes előjelű, továbbá *f* folytonos függvény az $f(c)$ intervallumon, akkor az egyenletnek (Bolzano tétele értelmében) az (a, b) intervallumba esik (leglalább) egy gyöke. Ennek megkeresére szolgál a **felezéses**

módszer, amely abban áll, hogy megfelezzük az intervallumot, majd az eredetit az egyik vagy a másik féllel helyettesítve közrezárjuk a gyököt.

Részletesebben: legyen tehát $c := \frac{1}{2}(a+b)$. Számoljuk ki $f(c)$ értékét. Ha $f(c)$ ugyanolyan előjelű, mint $f(a)$, akkor *a* szerepét a következő lépésben játssza *c*, egyébként pedig (ha tehát $f(c)$ előjele $f(b)$ előjelével egyezik meg), legyen *b* új értéke *c*. (Ha $f(c) = 0$, akkor *c* egy gyök, és így találtunk egy gyököt.) Ismételgessük ezt az eljárást mindaddig, amíg az intervallum hossza kisebb lesz, mint 2ε, ahol ε egy előre meghatározott érték. Ha ekkor az intervallum közepét vesszük az egyenlet egy gyökének a közelítéseként, akkor a hiba kisebb lesz, mint ε.

felezési idő

Lásd exponenciális bomlás.

felező merőleges

Az *AB* egyenesszakasz felező merőlegese az *AB*-re merőleges, annak felezőpontján átmenő egyenes.

felezőpont

Legyen *A* és *B* két pont a síkon, melynek derékszögű koordinátái (x_1, y_1) és (x_2, y_2). Ekkor az *AB* szakasz felezőpontjának koordinátái az arányos osztás speciális eseteként adódnak: $(\frac{1}{2}(x_1+x_2), \frac{1}{2}(y_1+y_2))$. Ha *A* és *B* térbeli pontok, melyek derékszögű koordinátái (x_1, y_1, z_1) és (x_2, y_2, z_2), akkor az *AB* szakasz felezőpontjának koordinátái

$$\left(\frac{1}{2}(x_1+x_2), \frac{1}{2}(y_1+y_2), \frac{1}{2}(z_1+z_2)\right).$$

Ha az *A* és *B* pontok helyvektora ***a*** és ***b***, akkor az *AB* szakasz felezőpontjának helyvektora $\frac{1}{2}(\mathbf{a}+\mathbf{b})$.

felezőpont-szabály

Az egyik legegyszerűbb numerikus integrálási módszer. Tegyük fel, hogy az $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ határozott integrál kiszámításához az $[a, b]$ intervallumot felosztottuk *n* egyenlő részre, azaz egy részintervallum hossza $h := \frac{b-a}{n}$. A görbe alatti területet közelíthetjük *n* számú téglalap területösszegével, ahol a téglalapok alapja *h*, magassága pedig az intervallum középpontjában felvett függvényérték, azaz $f\left(a + \frac{2k-1}{2} \cdot h\right)$. Az intervallumok középpontját $m_1, m_2, \dots m_n$ -nel jelölve tehát a következő közelítést kapjuk: $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = h \cdot (f(m_1) + f(m_2) + \cdots + f(m_n))$.

félgömb

Egy gömb fele, amelyet úgy kapunk, hogy a gömböt egy középpontján átmenő síkkal két részre vágjuk.

félig nyílt

Lásd félig zárt.

félig szabályos parkettázás

Lásd parkettázás.

félig szabályos test

Egy konvex poliédert **félig szabályos testnek** hívunk, ha lapjai szabályos sokszögek, noha nem mind egybevágóak, és ha minden csúcsa hasonló abban az értelemben, hogy egyaránt olyan, hogy a különböző fajta oldalak ugyanabban a sorrenben vannak elrendezve a csúcs körül. Az egyenes négyzetes oldalú hasábok és az olyan egyenes antiprizmák, amelyeknek az oldallapjai egyenlőszárú háromszögek, félig szabályosak. Ezektől eltekintve, tizenhárom félig szabályos poliéder létezik, amelyeket **arkhimédészi testekként** ismerünk. Ezek között szerepel a csonkolt tetraéder, a csonkolt kocka, a kuboktaéder és az ikozidodekaéder.

félig zárt

Az intervallum **félig zárt**, ha az egyik végpontját tartalmazza, de a másikat nem, azaz $[a,b)$ vagy $(a,b]$ alakú intervallum, ilyen például a $[3,7) := \{x \in \mathbb{R}; 3 \leq x < 7\}$ vagy a $(-\sqrt{2},0] := \{x \in \mathbb{R}; -\sqrt{2} < x \leq 0\}$ intervallum.

félkör

Egy kör átmérő határolta fele.

F-eloszlás

Nemnegatív folytonos eloszlás, amely két független χ^2-eloszlású valószínűségi változó hányadosa, ahol mindkét valószínűségi változót még elosztjuk a szabadsági fokukkal is. Az F-eloszlás várható értéke $\frac{v_2}{v_2-2}$ (sic!), szórása $\frac{2v_2^2(v_2+v_1-2)}{v_1(v_2-2)^2(v_2-4)}$, ahol v_1 a számláló és v_2 a nevező szabadsági foka. Az eloszlást annak eldöntésére használják, hogy két normális eloszlású valószínűségi változó szórása megegyezik-e, továbbá lineáris regressziónál a függő és a magyarázó változó közötti kapcsolat ellenőrzésére. Az eloszlás sűrűségfüggvénye „jobbra dől” (ferdesége pozitív); kritikus értékei táblázatból kikereshetők.

felosztás (intervallumé)

Legyen $[a,b]$ zárt intervallum. Az $n+1$ számú $x_0, x_1, \ldots, x_n$ pontból álló halmaz az $[a,b]$ intervallum egy **felosztása**, ha

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{n-1} < x_n = b.$$

A fenti felosztás az intervallumot az *n* számú $[x_i, x_{i+1}]$ $\quad (i = 0, 1, \ldots, n-1)$ részintervallumra osztja. A *P* felosztás **normája** a legnagyobb részintervallum hossza, jele $\|P\|$. Ilyen felosztásokat használunk egy függvény $[a,b]$ feletti Riemann-integráljának definíciójában. (Lásd integrál).

félsík

Tekintsük azt az *e* egyenest, melynek egyenlete $ax + by + c = 0$, vagyis $e := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; ax + by + c = 0\}$. Azon (x,y) pontok, melyekre $ax + by + c > 0$, az *e* egyenes egyik oldalán **nyílt félsíkot** alkotnak, az $ax + by + c < 0$ egyenlőtlenséget teljesítő pontok pedig *e* másik oldalán alkotnak nyílt félsíkot. Ha adott az $ax + by + c = 0$ egyenletű egyenes, és például $c \neq 0$, akkor könnyen eldönthető, hogy melyik félsíkról van szó: az origó koordinátáit behelyettesítve látható, hogy melyik egyenlőtlenség teljesül. Az origót az a félsík tartalmazza, melyre $ax + by + c > 0$, ha $c > 0$, a másik félsík pedig az, amelyikre $ax + by + c < 0$, ha $c < 0$.

Zárt félsíkot alkotnak azok az (x,y) pontok, melyekre $ax + by + c \geq 0$ vagy $ax + by + c \leq 0$ teljesül. Nyílt és zárt félsíkokat használnak többek között lineáris programozásban is.

felső egészrész

A legkisebb olyan egész szám, mely az adott számnál nem kisebb. Az *a* valós szám felső egészrészét $\lceil a \rceil$ jelöli. Például $\lceil 3.2 \rceil = 4$, $\lceil 5 \rceil = 5$, $\lceil -2.4 \rceil = -2$. Lásd még egész rész.

felső háromszögmátrix

Lásd háromszögmátrix.

felső határ

Lásd határozott integrál, szuprémum.

felső határérték

Az $a_1, a_2, \dots$ valós számsorozat felső határértékének értelmezéséhez képezzük az $A_1 := \sup\{a_1, a_2, \dots\}$, $A_2 := \sup\{a_2, a_3, \dots\}$, …, $A_n := \sup\{a_n, a_{n+1}, \dots\}$ számok limeszét:

$$\limsup(a_n) := \lim(A_n),$$

illetve legyen $\limsup(a_n) := +\infty$, amennyiben a sorozat felülről nem korlátos. Ez a szám a sorozat összes konvergens részsorozatának határértékéből álló halmaz legnagyobb eleme.

felső korlát

Lásd korlát.

felszín

Egy felület, vagy egy felület valamilyen adott határral körülhatárolt része nagyságának mértéke. Az olyan egyszerű alakzatoknak, mint a téglalapok, háromszögek, hengerfelületek stb. a felszíne, a méreteik alapján egyszerű képlettel kiszámolható. Más, bonyolultabb síkbeli alakzatok, vagy háromdimenzós felületek kiszámításához integrálásra vagy numerikus közelítésre van szükség. Lásd terület.

félszög

Lásd kúp.

félszögek szögfüggvényei

Trigonometrikus összefüggések, amelyek egy szög felének a szögfüggvényét az egész szög szögfüggvényeként adják meg, vagy amelyek egy szög szögfüggvényét a szög felének a szögfüggvényével fejezik ki.

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos(x)}{2}}, \quad \cos\left(\frac{x}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos(x)}{2}}$$

és ha $t = \mathrm{tg}(\frac{x}{2})$, akkor

$$\sin(x) = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad \mathrm{tg}(x) = \frac{2t}{1-t^2}.$$

féltér

Kevésbé szabatosan, ha a háromdimenziós teret egy síkkal két részre bontjuk, akkor az így kapott két tartományt nevezzük félsíknak. Pontosabban leírva, ha egy sík egyenlete $ax + by + cz + d = 0$, akkor azon $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ pontok halmaza, melyekre $ax + by + cz + d > 0$, illetve $ax + by + cz + d < 0$ teljesül, a sík két egymással ellentétes oldalán **nyílt** félsíkot alkotnak. Az $ax + by + cz + d \geq 0$, illetve $ax + by + cz + d \leq 0$ egyenlőtlenségeket teljesítő (x, y, z) pontok halmaza pedig **zárt** félsíkot alkot.

feltételes állítás

Olyan állítás, amely szerint valami (a következmény) igaz lesz, ha valami más (az előzmény) igaz. Például a „ha *n* osztható kettővel, akkor *n* páros” feltételes állítás, melyben az előzmény „*n* osztható kettővel”, a következmény pedig, hogy „*n* páros”.

feltételes eloszlás

Legyen *B* olyan esemény, amelyre $P(B) > 0$, és legyen *X* diszkrét valószínűségi változó. Akkor az *X* valószínűségi változó *B* feltétel melletti feltételes eloszlásának tagjai: $P(X = x_i|B)$.

feltételes optimalizálás

Optimalizáció bizonyos kényszerekkel. Például lineáris programozásban.

feltételes valószínűség

Annak a valószínűsége, hogy az *A* esemény bekövetkezik, feltéve, hogy a *B* esemény bekövetkezett, jelölésben $P(A|B)$. Ezt hívjuk **feltételes valószínűségnek**. Feltéve, hogy $P(B) \neq 0$, $P(A|B) := P(A \cap B)/P(B)$. Ez a **definíció** gyakran a következő formában hasznos: $P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$. Az *A* és *B* események független események, ha $P(A \cap B) = P(A)P(B)$, ekkor tehát $P(B) \neq 0$ mellett $P(A|B) = P(A)$.

feltételes várható érték

Az *X* valószínűségi változó várható értéke feltételes eloszlást használva.

feltevés

Olyan állítás, amelyről alkalmas körülmények között feltehető, hogy igaz. Bármilyen belőle levont következtetés függ a feltevés érvényességétől.

felület

Descartes-féle alakban: azon (x, z, y) pontok halmaza, amelyekre vagy $z = f(x, y)$ vagy $g(x, y, z) = 0$ teljesül. A felület megadható még paraméteres alakban is: $\{(x(u, v), y(u, v), z(u, v))|(u, v) \in A\}$, ahol $A \subset \mathbb{R}^2$ alkalmas paramétertartomány.

felület normálisa

Lásd érintő sík.

felülről

Lásd jobb oldali.

felülről és alulról konvex

Lásd konvexitás.

felülvonás

A **felülvonás** szimbólumot leggyakrabban a *z* komplex szám $\overline{z}$ konjugáltjának, illetve az *x* statisztikai változó $\overline{x}$ átlagának, illetve halmaz lezártjának jelölésére használjuk.

fényév

A vákuumban terjedő fény által egy év alatt megtett távolság. Mivel a fénysebesség $299\ 792\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$, egy év pedig $365 \times 24 \times 60 \times 60 = 31\ 536\ 000$ másodpercből áll, ezért egy fényév $9.46 \times 10^{12}\mathrm{km}$. A fényév a csillagászatban a távolság egyik alapegysége, amit a világűrben lévő hatalmas távolságok indokolnak.

fénysebesség

A fény – csakúgy, mint a többi elektromágneses hullám – vákuumban $299\ 792\ 458\mathrm{ms}^{-1}$ sebességgel terjed.

ferde aszimptota

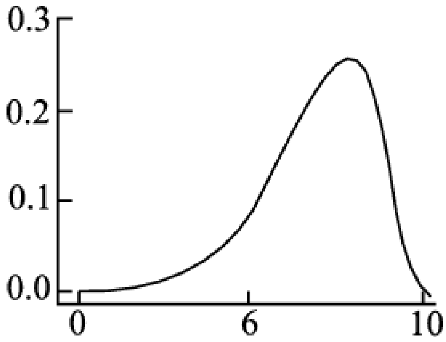
Lásd aszimptota.

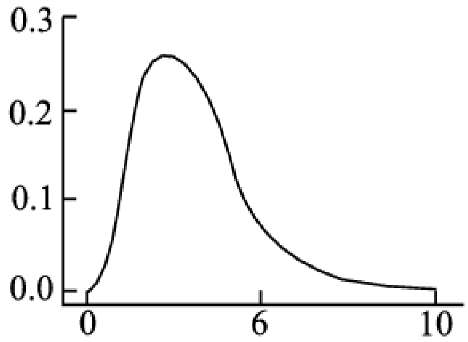
ferdén szimmetrikus mátrix

$a_{ij} = -a_{ji}$) mátrix **ferdén szimmetrikus**, ha $\mathbf{A}^{\top} = -\mathbf{A}$ (lásd transzponált); azaz ha minden *i* é$a_{ii} = 0$ teljesül. Következésképpen, ferdén szimmetrikus mátrix minden főátlóbeli eleme nulla: minden *i* mellett.

ferdeség

Egy eloszlás aszimmetriája. Egy lehetséges mérőszáma ennek a **ferdeségi együttható**, amit $\mu_2/(\mu_3)^{3/2}$ definiál, ahol μ_2 és μ_3 az eloszlás második és harmadik centrális momentuma. Ez a mérőszám nulla, ha az eloszlás szimmetrikus a várható értékére. Ha az eloszlásnak hosszú baloldali farka van, amint a baloldali ábrán látható, akkor azt mondjuk, hogy **balra dől**, ekkor ferdeségi együtthatója negatív. Ha az eloszlásnak hosszú jobboldali farka van, amint a jobboldali ábrán látható, akkor azt mondjuk, hogy **jobbra dől**, ekkor ferdeségi együtthatója pozitív. Az eloszlás **ferde eloszlás**, ha balra dől vagy jobbra dől.





ferdeségi együttható

Lásd ferdeség.

ferdeszögű

Ferdeszögű a sík- vagy térbeli koordináta-rendszer, ha koordinátatengelyei nem merőlegesek egymásra páronként.

Fermat, Pierre de

(1601–1665) A XVII. század első felének kiemelkedő matematikusa. Elsősorban számelméleti tételei révén vált híressé; ismertebbek például a kis Fermat-tétel és a nagy Fermat-tétel. Ismeretes, hogy érintőkre vonatkozó munkái ösztönözték Newtont az analízis kidolgozásában. Fermat koordinátákat vezetett be görbék tanulmányozásának eszközéül. Foglalkozása szerint Toulouse-ban volt ügyvéd; a matematikusok számára ő az „amatőrök fejedelme”.

Fermat-féle prímszám

$2^{2^r} + 1$ alakú prímszám. Jelenleg az ilyen alakú ismert prímszámok azok, ahol r = 0, 1, 2, 3 és 4.

feszítő fa

Egy gráf olyan részgráfja, amely fa, és amely az eredeti gráf összes pontját tartalmazza.

feszültség

Egy test belsejében vegyünk fel egy *A* felületdarabot, és egy azon lévő *P* pontot! Vegyünk fel a *P* pont körül egy *r* sugarú gömböt! Az *A* felület két részre osztja a gömböt. Jelölje $A(r)$ az *A* felület azon részének felszínét, mely az *r* sugarú gömbön belül van! Azt az erőt, amelyet az egyik rész a másik részre a felület gömbön belüli része mentén kifejt, jelölje $\mathbf{F}(r)$! Ha létezik az $\frac{\mathbf{F}(r)}{A(r)}$ mennyiségnek határértéke $r \longrightarrow 0$ esetén, akkor ezt a határértéket az *A* felület *P* pontjához tartozó **feszültségnek** vagy **mechanikai feszültségvektornak** nevezik. Ha a feszültség merőleges a felületre, és annak a résznek az irányába mutat, amelyre a $\mathbf{F}(r)$ erő hat, akkor nyomófeszültségről beszélnek. Ha a feszültség iránya ezzel ellentétes, akkor húzófeszültségről beszélnek. Ha a feszültség iránya párhuzamos a felület *P* pontbeli érintősíkjával, akkor nyírófeszültségnek nevezik. A rugalmas húrokhoz és rugókhoz hasonlóan a legtöbb test visszanyeri eredeti alakját, ha a rá ható külső erők megszűnnek. Nagy külső erők esetén azonban előfordulhat, hogy az erők megszűnte után a test deformált marad, illetve hogy a külső erők nyomán a testben fellépő feszültségek törést okoznak.

Feuerbach-féle kör

Egy háromszög oldalainak felezőpontjai, magasságainak talppontjai és a magasságpontot a csúcsokkal összekötő szakaszok felezőpontjai egy körre illeszkednek, ez a háromszög **Feuerbach-köre** (vagy a **kilencpontos kör**). A kör középpontja felezi a magasságpont és a háromszög körülírt körének középpontja által meghatározott szakaszt, és rajta van a háromszög Euler-egyenesén. Karl Wilhelm Feuerbach (1800–1834) (aki nem azonos Ludwig Andreas von Feuerbach (1804–1872) német filozófus és antropológussal) 1822-ben azt is bebizonyította, hogy ez a kör a beírt kört és a háromszöget kívülről érintő köröket is érinti (ez a **Feuerbach-tétel**).

Feynman, Richard Phillips

(1918–1988) Amerikai elméleti fizikus, aki 1965-ben Schwingerrel és Tomonogával megosztva fizikai Nobel-díjat kapott a kvantumelektrodinamika területén végzett munkásságáért. A második világháború idején az atombomba kifejlesztésén dolgozott, és már ebben az időben e terület egyik vezető kutatójaként tartották számon. Sikeres szerző volt, mert az alapvető fizikai elvek intuitív megragadása révén sokkal szélesebb közönséggel volt képes kommunikálni, mint a legtöbb élvonalbeli tudós. Egyik legismertebb könyve *Tréfál, Feynman úr? Egy mindenre kíváncsi pasas kalandjai* címen jelent meg (eredeti címén: *Surely You're Joking Mr Feynman – Adventures of a Curious Character*).

Fibonacci

(1170–1250 körül) A korai középkor utáni egyik első európai matematikus álneve. Itáliai kereskedő volt, valódi nevén Leonardo Pisano, egyike azoknak, akik az arab számrendszert bevezették Európába. E számrendszert javasolta 1202-ben kiadott *Liber Abaci* (*A számolás könyve*) című munkájában, amely több problémát is tartalmazott, köztük olyat is, amely a Fibonacci-sorozathoz vezetett. Más írásaiban foglalkozott az eukleidészi geometriával és a diophantoszi egyenletekkel.

Fibonacci-sorozat

A következő sorozatot nevezzük **Fibonacci-sorozatnak**: $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots$, ahol a harmadiktól kezdve minden szám az előtte lévő két szám összege. A sorozat tagjait Fibonacci-számoknak nevezzük. A sorozatnak több érdekes tulajdonsága van, például az egymás után következő számok hányadosából képzett $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \ldots$ sorozat határértéke az aranymetszés aránya. Lásd még: differenciaegyenlet, generátorfüggvény.

Fibonacci-szám

Lásd Fibonacci-sorozat.

Fields-érem

Kiemelkedő matematikai teljesítményért járó díj, amelyet a matematikusok a Nobel-díjjal tartanak egyenértékűnek. Az érmet a négyévente megrendezett Nemzetközi Matematikai Kongresszuson adják át.

Először az 1924-es torontói kongresszuson J. C. Fields tett javaslatot arra, hogy hozzanak létre két aranyérmet a kongresszus költségvetéséből fennmaradó tőke felhasználásával. Az első két érmet az 1936-os oslói kongresszuson adták át; később három, illetve négy érmet is odaítéltek. A kialakult gyakorlat szerint a nyertes legfeljebb negyvenéves lehet. A díjazottak névsorát a 8. Függelék tartalmazza.

figurális szám

A püthagoreusok és más korai matematikusok számos olyan számsorozatot tekintettek különlegesnek, amelyek különböző geometriai alakzatokkal kapcsolatosak, ezeket lehet kissé pongyolán **figurális számoknak** nevezni. Ezek közé tartoznak a tökéletes négyzetek, a háromszögszámok, és a piramisszámok, és továbbiak, mint amilyenek az ötszögszámok és a hatszögszámok.

figyelmeztetési határok

A kontrollkártyán kijelölt belső határok egy termelési folyamathoz. Ha a megfigyelt érték a figyelmeztetési és a beavatkozási határ közé esik, akkor ezt a tényt annak jeleként kell tekinteni, hogy a folyamat eltér a kitűzött céltól, és azonnal mintát kell venni. Ha ez is a figyelmeztetési határon kívül esik, akkor be kell avatkozni, de ha a második megfigyelés a határokon belülre esik, akkor a folyamt feltehetőleg a cél felé halad. Ha *n* elemű mintát veszünk olyan folyamatban, ahol a várható érték μ, a szórás pedig σ, akkor a figyelmeztetési határt a $\mu \pm 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ értékre szokás beállítani.

fiktív erő

Lásd tehetetlenségi erő.

Fisher, Ronald Aylmer

(1890–1962) Brit genetikus és statisztikus, aki kísérletek megtervezésére és az eredmények elemzésére fejlesztett ki különböző eljárásokat, amelyeket azóta is széles körben használnak. Alapvető statisztikai módszereket tartalmazó könyve 1925-ben jelent meg. Az ő nevéhez fűződik a legnagyobb valószínűség elvének kidolgozása, a kismintás módszerek bevezetése, kontingenciatáblázatok használata, továbbá a varianciaanalízis módszere is. Számos statisztika pontos eloszlását határozta meg. Az evolúció matematikai elméletének megalapozója.

Fisher-féle egzakt próba

Olyan statisztikai próba, amelyet 2×2-es kontingenciatáblázattal megadott kategorikus valószínűségi változók közötti kapcsolat erősségének mérésére használnak. A próba alkalmazásához az szükséges, hogy a várható érték minden egyes cellában legalább 10 legyen, viszont nem függ a minta jellemzőitől.

fix pont

Lásd síktranszformáció.

fixpontos ábrázolás

Lásd lebegőpontos ábrázolás.

fizikai inga

Olyan inga, mely egy vízszintes tengely körül szabadon forgó merev testből áll. Tegyük fel, hogy a merev test tömegközéppontja *d* távolságban van a tengelytől, *m* a test tömege, *I* pedig a testnek a tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka. Megmutatható, hogy a fizikai inga mozgásegyenlete $I\ddot{\vartheta} = -mgd\sin(\vartheta)$. A matematikai ingához hasonlóan a fizikai inga is közelítőleg egyszerű harmonikus rezgőmozgást végez, ha ϑ abszolút értéke a mozgás folyamán mindig sokkal kisebb $\frac{\pi}{2}$ radiánnál. Ebben az esetben rezgőmozgás periódusideje $2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$.

fluens

Lásd fluxió.

fluxió

Newton az *x* függvényre mint folyó mennyiségre, **fluensre** gondolt, változási ütemét **fluxiónak** nevezte, és a $\dot{x}$ szimbólummal jelölte.

fok

Lásd gráf pontjának fokszáma.

fok

(szög mértéke) A szögek **fokban** való mérése i. e. 2000 körülre, a babiloni matematikába nyúlik vissza. A teljes szöget 360 fokra ($\circ$) osztjuk, a derékszög 90°. Egy fok 60 **szögpercből** ($'$), egy szögperc 60 **szögmásodpercből** ($''$) áll. A szög radiánban is mérhető.

fokális

Fókusszal kapcsolatos, azon átmenő vagy attól mért.

fokszám

Lásd polinom és gráf pontjának fokszáma.

fokszámok összege

Tetszőleges gráfban a pontok fokszámainak összege páros szám. Ez abból az egyszerű megfigyelésből ered, hogy ha összeadjuk a fokszámokat, akkor éppen az élek számának kétszeresét kapjuk. Ebből az is következik, hogy a páratlan fokszámú élek száma páros.

fókusz

Lásd: kúpszelet, ellipszis, hiperbola, parabola.

folytonos adat

Lásd adat.

folytonosan deriválható

Egy függvény **folytonosan deriválható**, ha deriválható, és a deriváltfüggvénye folytonos.

folytonos függvény

Az *f* egyváltozós valós függvény **folytonos** az $a \in \mathcal{D}f$ pontban, ha $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$ (lásd határérték). Ez szemléletesen azt jelenti, hogy az *a* ponthoz közeli pontok képei az $f(a)$ ponthoz közel esnek. Ez azt jelenti, hogy a függvény nem ugrik az *a* pontban hirtelen, és nem vesz fel nagyon különböző értékeket az *a* ponthoz közel. Az *f* függvény **folytonos egy nyílt intervallumon**, ha folytonos az intervallum minden pontjában; és *f* **folytonos az** $[a, b]$ **zárt intervallumon**, ahol $a < b$, ha folytonos az (a, b) nyílt intervallumon és $\lim_{x\to a+} f(x) = f(a)$ és $\lim_{x\to b-} f(x) = f(b)$. Fennállnak a következő állítások.

1. Két folytonos függvény összege is folytonos.
2. Két folytonos függvény szorzata is folytonos.
3. Két folytonos függvény hányadosa is folytonos bármely olyan pontban, vagy bármely olyan intervallumon, ahol a nevező nem nulla.
4. Tegyük fel, hogy *f* folytonos az *a* pontban és $f(a) = b$, továbbá, hogy *g* folytonos a *b* pontban, és hogy $\mathcal{R}f \subset \mathcal{D}g$. Ekkor $h := g \circ f$ folytonos az *a* pontban.
5. Az előbbi tulajdonságok segítségével belátható, hogy a konstans függvény és az identitásfüggvény folytonosak (tetszőleges pontban és intervallumon). Az 1., 2. és 3. pont felhasználásával következik, hogy

tetszőleges polinomfüggvény, és tetszőleges racionális függvény folytonos bármely pontban, bármely intervallumon, ahol a nevező nem nulla.

A folytonos függvények alábbi tulajdonságai nyilvánvalóak, ha úgy tekintünk egy folytonos függvényre, mint olyan függvényre, amelynek a gráfja folytonos görbe; a pontos bizonyítások nem elemiek, mivel a valós számok meglehetősen mély tulajdonságain alapulnak:

1. Bolzano tétele.
2. Ha *f* folytonos az $[a, b]$ zárt intervallumon, akkor *f* korlátos ugyanitt.
3. Továbbá ha $S = \mathcal{R}f, [a, b] = \mathcal{D}f$, és $M = \sup(S)$, akkor létezik olyan $\xi \in [a, b]$, hogy $f(\xi) = M$ (és hasonlóan $m := \inf(S)$-re), ezt úgy mondjuk, hogy „zárt intervallumon folytonos függvény felveszi a szuprémumát és infimumát” (ez **Weierstrass tétele**).

folytonos valószínűségi változó

Lásd valószínűségi változó.

fonálinga

Lásd matematikai inga.

font

Angolszász országokban használatos tömegegység, jele lb. Egy font egyenlő 0.454 kilogrammal. Egy kilogramm egyenlő 2.2 fonttal.

Fontana, Niccolò

Lásd Tartaglia.

fordítottan arányos

Lásd arányosság.

fordított arányosság

Lásd arányosság.

fordított bejárás

Egy olyan tevékenységi hálózatban, (ahol a tevékenységeknek az élek felelnek meg), a **fordított bejárás** azonosítja a legkésőbbi időt az egyes pontokhoz. A nyelővel kezdve, és a hálózaton visszafelé haladva az egyes pontokra kiszámoljuk az élek összegét, hozzávéve az ebből a pontból kiinduló utakkal elérhető szomszédos pontokhoz rendelt teljes időt. Ezután ezen idők közül a legnagyobb lesz a pont értéke.

fordulat

Körmozgás esetén egy kör megtételét nevezik egy fordulatnak. A fordulatszám vagy frekvencia a megtett körök számának és a közben eltelt időnek a hányadosa. Tipikus példa valamely gépkocsi esete, amelynek motorja – mondjuk – 3500 fordulat/perc esetén működik optimálisan.

fordulópont

Az a pont, ahol a bevétel kezdi meghaladni a költségeket. Ha rajzolunk egy olyan ábrárt, amelyen a gyártott tételek számának függvényeként ábrázoljuk az összbevételt, meg egy másikat, ahol az összköltséget tüntetjük fel, akkor a két görbe normális esetben a **fordulópontnál** metszi egymást. A fordulóponttól balra a költség fölülmúlja a bevételt, és a cég vesztséges, attól jobbra a bevétel múlja fölül a költségeket, és a cég ettől kezdve hasznot termel.

forduló pont

$\delta > 0$ differenciálható $f'(x) \le 0 \le f'(y)$ x_0 pont $x_0 - \delta \le x \le x_0 \le y \le x_0 + \delta$ $f'(x_0) = 0$, és valamely $f'(x) \ge 0 \ge f'(y)$ $x_0 - \delta \le y \le x_0 \le x \le x_0 + \delta$ x_0 (vagy fordítva, , ha). (Az ilyen pontot x_0-et **forduló pontnak** nevezni.) A derivált előjelváltása elégséges, noha nem szükséges feltétele annak, hogy -ban *f* -nek lokális szélsőértéke (lokális maximuma vagy lokális minimuma) legyen.

forgásfelület

Forgassuk meg teljes fordulattal egy síkgörbe valamely ívét a sík egy olyan egyenese körül, amely nem metszi az ívet. A kapott háromdimenziós alakzat **forgásfelület**. Lásd még forgástest felszíne.

forgási energia

Lásd mozgási energia.

forgási szimmetria

Egy síkbeli alakzat **forgásszimmetrikus** az *O* pontra nézve, ha az alakzat ugyanúgy néz ki, miután az *O* körül valamilyen pozitív, egy teljes fordulatnál kisebb szöggel elforgatjuk. Például egy egyenlő oldalú háromszög (és valójában minden szabályos sokszög) forgásszimmetrikus a középpontja körül.

forgástengely

Olyan egyenes, ami körül megforgatunk egy görbét, hogy testet, vagy felületet kapjunk.

forgástest

Forgassunk teljesen körbe egy síkbeli tartományt egy olyan egyenes körül, amely nem metszi. így **forgástestet** kapunk. Lásd ezt is: forgástest térfogata.

forgástest felszíne

Legyen az *f* függvény olyan, hogy f' folytonos függvény az $[a,b]$ intervallumon, és $f(x) \ge 0$ az intervallum minden $x \in [a,b]$ pontjában. Forgassuk meg egyszer *f* gráfját az első (*x*-)tengely körül, ekkor az *a* és *b* közé eső ív megfogatásával kapott **forgástest palástjának felszíne**

$$2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1 + f'(x)^2}\,\mathrm{d}x.$$

Paraméteres alakban: Az $(x(t), y(t))\ \ (t \in [\alpha, \beta])$ paraméteres alakban adott görbe megforgatásból származó forgástest palástjának felszíne

$$2\pi \int_\alpha^\beta y(t)\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2}\,\mathrm{d}t.$$

Polárkoordinátás alakban: A $\{(\vartheta, r(\vartheta)); (\alpha \le \vartheta \le \beta)$ polárkoordinátás alakban adott görbe megforgatásból származó forgástest palástjának felszíne

$$2\pi \int_\alpha^\beta r(\vartheta)\sin\vartheta\sqrt{r^2(\vartheta) + r'(\vartheta)^2}\mathrm{d}\vartheta.$$

forgástest térfogata

Az $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ nemnegatív értékű folytonos függvény grafikonjának első (*x*-)tengely körüli körbeforgatásakor nyert forgástest térfogata a

$$\pi \int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$$

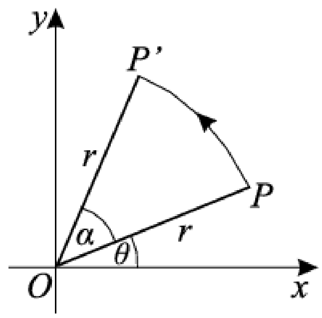
integrállal számítható ki. Ha a megforgatott görbe deriválható, és az $(x(t), y(t))$ ($t \in [\alpha, \beta]$) paraméteres alakban van megadva, akkor a forgástest térfogata

$$\pi \int_{\alpha}^{\beta} y^2(t) x'(t) \mathrm{d}t.$$

forgatás

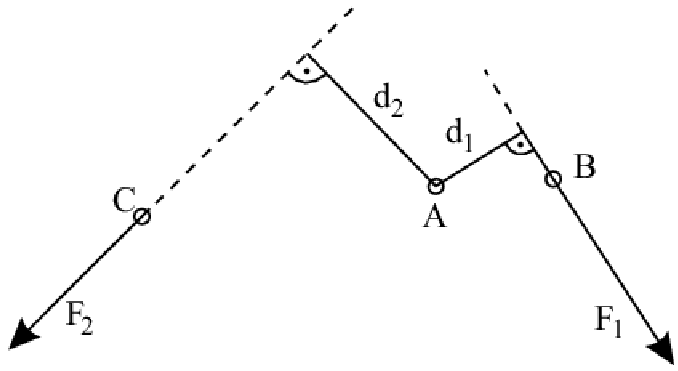
(a síké) A sík *O* origó körüli α szöggel való elforgatása a síknak az a transzformációja, amelynél az *O* pont önmagára képződik le, az (r, ϑ) polárkoordinátájú *P* pont pedig arra a P'-re, amelynek $(r, \vartheta + \alpha)$ lesznek a koordinátái. Descartes-féle koordinátákkal kifejezve, az (x, y) koordinátájú *P* pont az (x', y') koordinátájú P' pontra képződik le, ahol

$$x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha,$$
$$y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha.$$



forgatónyomaték

Egy erőnek egy adott *A* pont körüli forgató hatását jellemző vektor. Tegyük fel, hogy az *A* pont és valamennyi erő vektora ugyanabban a síkban helyezkedik el! Ebben az esetben bármely erő forgatónyomatéka úgy definiálható, mint az adott erő nagyságának és az *A* pont és az erő hatásvonala közötti távolságnak a szorzata, és vagy az óramutató járásával egyező irányba, vagy az ellenkező irányba forgat. Tegyük fel, hogy F_1 és F_2 nagyságú erők hatnak a *B* és *C* pontban (lásd az ábrát)! Az első erőnek az *A* pontra vonatkoztatott forgatónyomatéka $F_1 d_1$, és az óramutató járásával azonos irányba forgat. A második erőnek az *A* pontra vonatkoztatott forgatónyomatéka $F_2 d_2$, és az óramutató járásával ellentétes irányba forgat. A nyomatéki elv azt az esetet vizsgálja, amikor egy koplanáris erőrendszer egyensúlyi állapotot eredményez.



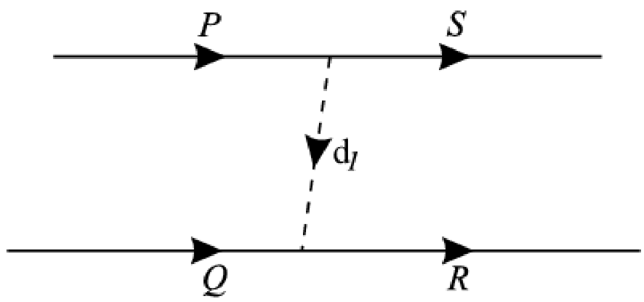
Érdemes azonban egy erőnek egy adott pontra vonatkoztatott forgatónyomatékát vektorként definiálni a következő módon: a *B* pontban ható ***F*** erőnek az *A* pontra vonatkoztatott forgatónyomatéka az $(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A) \times \mathbf{F}$ vektor, ahol $\mathbf{r}_A$ és $\mathbf{r}_B$ az *A*, illetve a *B* pont helyvektora, $\times$ pedig a vektoriális szorzást jelöli. A vektorok használata nem csak a forgatási irányok jelzését teszi feleslegessé, hanem lehetővé teszi a nem koplanáris erőrendszer forgató hatásának jellemzését is.

Ehhez hasonlóan definiálják egy *r* h$\mathbf{J} := (\mathbf{r} - \mathbf{r}_A) \times \mathbf{p}$sú részecskének az $\mathbf{r}_A$ helyvektorú *A* pontra vonatkoztatott *J* impulzusmomentumát: .

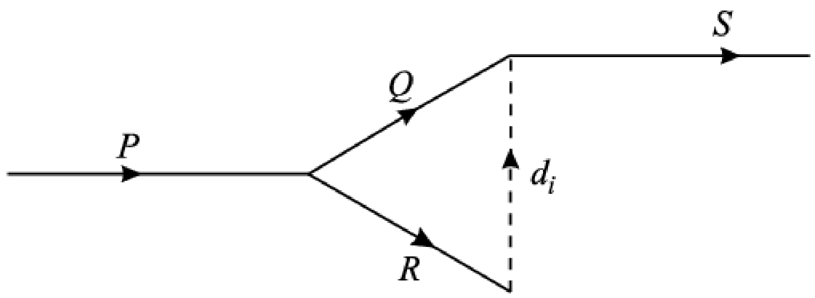
Tegyük fel, hogy egy testre erőpár hat: *F* erő hat a *B* pontban, $-\mathbf{F}$ erő hat a *C* pontban. Jelölje $\mathbf{r}_B$ és $\mathbf{r}_C$ a *B* illetve a *C* pont helyvektorát, $\mathbf{r}_A$ pedig egy rögzített *A* pont helyvektorát! Az erőpárnak az *A* pontra vonatkoztatott forgatónyomatéka $(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A) \times \mathbf{F} + (\mathbf{r}_C - \mathbf{r}_A) \times (-\mathbf{F}) = (\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_C) \times \mathbf{F}$, és ez a vektor független az *A* pont megválasztásától.

formális tevékenység

Ha egy tevékenységi hálózatban két útnak van egy közös eseménye, de ezek függetlenek, vagy részben függetlenek egymástól, akkor be kell vezetnünk egy **formális tevékenységet**, ami lényegében egy logikai kényszer, amely összeköti a két utat abban a pontban, egy nulla időtartamig tartó formális tevékenységgel. Általálában pontozott vonallal és d_i címkével jelöljük. Ha *R* függ *P*-től és *Q*-tól, és *S* függ *P*-től, akkor a tevékenységi hálózat így néz ki:



A tevékenységi hálózatokban egy él legfeljebb egy tevékenységet fejezhet ki, így tehát ha a *Q* és *R* tevékenység a *P* tevékenység után, és egy másik *S* tevékenység előtt megy végbe, akkor szükség van egy formális tevékenységre, ahogy az alábbi ábra mutatja:



formális változó

Egy kifejezésben előforduló változó **formális változó**, ha a használt betű helyett a kifejezés értelmének és értékének megváltozása nélkül ugyanúgy használható egy másik betű. Például

$$x \to e^x$$

ugyanazt a határozott integrált fezei ki, így az *x* és *t* változó formális változók. Hasonlóképpen a

$$\sum_{r=1}^{5} r^2$$

szumma az $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$ összeget jelöli, és akkor is ezt tenné, ha az *r* betűt kicserélnénk *s* betűre, tehát *r* is formális változó.

forog

Egy tengely vagy pont körül forog.

forrás

Egy hálózat olyan csomópontja, amelyből csak kifelé halad áram. Lásd még szállítási feladat.

Foucault-inga

Olyan inga, mely egy rögzített ponton felfüggesztett, hosszú, nyújthatatlan huzal végére erősített nehéz súlyt tartalmaz, amely minden irányban szabadon kilenghet. A Föld forgásának kimutatására szolgál. 1851-es eredeti kísérletében Jean-Bernard-Léon Foucault (1819–1868) francia fizikus egy 28 kilogramm tömegű súlyt függesztett fel egy 67 méter hosszú huzalra, mely a párizsi Panthéon kupolájának belsejéhez volt rögzítve. 1995-ben helyreállították az eredeti ingát. Ha a kísérletet az északi vagy a déli sarkon végeznénk, akkor a Földhöz képest nyugalomban lévő megfigyelő számára úgy tűnne, hogy az inga lengési síkja egy fordulatot tesz meg naponta. Az északi félteke λ szélességi fokán a függőleges lengési sík az óramutató járásával egyező irányban forog $\omega\sin(\lambda)$ szögsebességgel, ahol $x-l$ a Föld forgásának szögsebessége. Budapesten például a lengési sík körülbelül harminckét és fél óra alatt fordul körbe, amit az ELTE Természettudományi Karán elhelyezett ingán akár követni is lehet.

Fourier, Jean Baptiste Joseph

(1768–1830) Francia mérnök és matematikus. Alapvető eredményeket ért el a hővezetés matematikai elméletének kidolgozásában és a trigonometrikus sorok vizsgálatával kapcsolatban. Az úgynevezett Fourier-soroknak jelentős szerepe van a fizikában, a műszaki és egyéb tudományokban is, ezenkívül matematikai szempontból is érdekesek.

Fourier-analízis

A Fourier-sorok és a Fourier-transzformált használata az analízisben.

Fourier-együtthatók

Egy függvény Fourier-sorában szereplő a_n és b_n együtthatók neve, ahol

$$a_n := \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos(nx)\,\mathrm{d}x \quad (n \geq 0),$$
$$b_n := \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin(nx)\,\mathrm{d}x \quad (n \geq 1).$$

Fourier-sor

Az $\frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty}(a_n\cos(nx) + b_n\sin(nx))$ végtelen sor, ahol a_n és b_n a Fourier-együtthatók. A Fourier-sor felhasználásával egy periodikus jel különböző frekvenciájú és amplitúdójú hullámokból álló összetevőkre bontható, ahol ezek a hullámok származhatnak különböző forrásokból, lehetővé téve, hogy szétválasszuk a különböző forrásokat a háttértől és a zajtól.

Fourier-transzformált

Az $F(y) := \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{iyx}\,\mathrm{d}x$ képlettel definiált integráltranszformáció a Fourier-transzformáció; itt *F* az *f* függvény **Fourier-transzformáltja**. Sok függvény esetében a transzformáció invertálható, és ebben az esetben $f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(y)e^{-iyx}dy$.

főátló

Az $n \times n$-es $[a_{ij}]$ mátrix **főátlóját** az $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ elemek alkotják.

főátlón kívüli

Négyzetes mátrix olyan elemei, amelyek nincsenek a főátlón.

főegyüttható

A legmagasabb fokú tag együtthatója egy polinomban. Például $f(x) := 7x^2 - 3x + 2$ főegyütthatója 7.

fő elem

Lásd szimplexmódszer.

fő elem, főelemkiválasztás

A Gauss-féle kiküszöbölési eljárás vagy a Gauss–Jordan-féle kiküszöbölési eljárás minden egyes lépése abból áll, hogy a mátrix valamelyik a_{ij} eleméből 1-est csinálunk, majd ezt használjuk a *j*-edik oszlop többi elemének kinullázására. Ezt a folyamatot hívjuk **főelemkiválasztásnak**, az a_{ij} elem a **fő elem**. A fő elem természetesen nem lehet nulla. Ez megfelel annak, hogy az egyik egyenletet megoldjuk az ismeretlenek közül x_j-re, majd ezt a többi egyenletbe behelyettesítjük.

fő érték

Egy változó által fölvehető értékek halmazának kitüntetett eleme, speciálisan például amikor egy periodikus függvény inverzét számoljuk ki, vagy amikor négyzetgyököt vonunk. A számítógépek általában a fő értéket adják ki, amikor ezeket az inverz függvényeket értékeli ki. Ha $x^2 = 9$, *x* lehet 3 vagy -3, de a számológép a $\sqrt{9} = 3$ eredményt fogja adni. Hasonlóan, bár $\sin(30°) = \sin(150°) = \sin(390°) = \sin(-210°) = \sin(-330°) = 0.5$, a számológép a $\sin^{-1}(0.5) = 30°$ eredményt fogja adni. Lásd még argumentum.

főkör

Olyan kör a gömb felszínén, melynek középpontja megegyezik a gömb középpontjával. Egy gömbön a két pont közötti legrövidebb utat (a geodetikus vonalat) a pontokra illeszkedő főkör mentén kapjuk. Ez a főkör egyértelmű abban az esetben, ha a két pont nem átellenes.

Föld

A mi bolygónk, mely a Naprendszerhez tartozik. A Földet gyakran tekintik egy körülbelül 6400 kilométer sugarú gömbnek. Az elfogadott érték a pontosabb 6371 kilométer. Jobb közelítés azt mondani, hogy a Föld **lapított szferoid** alakú, egyenlítői sugara 6378 kilométer, sarki sugara 6357 kilométer. A Föld tömege $5.976 \times 10^2 4\text{kg}$.

földrajzi hosszúság

A Föld felszínén lévő valamely *P* pont **földrajzi hosszúsága** az a fokokban mért szög, melyet a *P* ponton áthaladó délkör a Greenwichen áthaladó kezdő délkörrel bezár (a délköröket ebben az esetben félköröknek tekintik). Ha a *P* ponton illetve a Greenwichen áthaladó délkörök az Egyenlítőt a P' illetve a G' pontokban metszik át, akkor a *P* pont földrajzi hosszúsága a $P'OG'$ szög, ahol *O* jelöli a Föld középpontját. Megkülönböztetnek keleti illetve nyugati hosszúságot, melyek mindegyike 0 és 180 fok közötti értékeket vehet fel. A földrajzi hosszúság és a földrajzi szélesség együttesen egyértelműen megadja egy pont helyét a Föld felszínén.

földrajzi szélesség

Tegyük fel, hogy a Föld felszínének valamely *P* pontján áthaladó délkör a P' pontban metszi az Egyenlítőt! (A délkört itt félkörnek tekintjük.) Jelölje a Föld középpontját *O*! A *P* pont **földrajzi szélessége** a fokokban mért $P'OP$ szög. Megkülönböztetnek északi és déli szélességeket, melyek mindegyike 0 és 90 fok közötti értékeket vehet fel. A földrajzi hosszúság és a földrajzi szélesség együttesen egyértelműen megadja egy pont helyét a Föld felszínén.

fölülről és alulról konkáv

Lásd konvexitás.

fő oszlop

Lásd szimplexmódszer.

fő sor

Lásd szimplexmódszer.

fő tábla

Egy elektronikus táblázatkezelő programban olyan interaktív tábla, amely kiszámítja egy adattáblázat összegző statisztikáit. Különösen hasznos ugyanazon statisztikák unalmas ismétlődő számításainak elvégzésére kétutas, vagy egy n-utas táblában.

fő tehetetlenségi nyomatékok

Lásd tehetetlenségi szorzat.

főtengely

Lásd ellipszis.

főtengelyek

(a mechanikában) Lásd tehetetlenségi szorzat.

fő tengelyek (másodrendű felületéi)

A másodrendű felület **fő tengelyei** egy olyan koordináta-rendszer tengelyei, amelyben a felület egyenlete kanonikus alakú.

F-próba

Olyan statisztikai próba, amelyhez F-eloszlást használunk.

fraktál

Olyan ponthalmaz, amelynek a fraktáldimenziója nem egész szám, vagy (kevésbé szabatosan) bármely hasonló bonyolultságú halmaz. A fraktálok tipikusan végtelenül bonyolult szerkezetű halmazok, és rendszerint bizonyos mértékű önhasonlósággal rendelkeznek, ami azt jelenti, hogy a halmaz bármely részhalmaza tartalmazza az eredeti halmaz kicsinyített mását. Példák fraktálokra a Cantor-halmaz és a Koch-görbe.

fraktáldimenzió

A dimenzió fogalmának egyfajta általánosítása olyan objektumok esetére, amelyekre a hagyományos dimenziófogalom nem alkalmas. A fraktáldimenzió értéke lehet nem egész szám is. Például a Koch-görbe dimenziója $\ln(4)/\ln(3) \approx 1.26$. Ez 1 és 2 között van, ami felfogható úgy, hogy a halmaz „túl vastag” ahhoz, görbének tekintsük, és „túl vékony” ahhoz, hogy területet tulajdonítsunk neki. A Cantor-halmaz fraktáldimenziója $\ln(2)/\ln(3) \approx 0.63$. A fraktáldimenzió fogalmának fontos szerepe van a kaotikus és a zajos folyamatok elméletében (lásd káosz).

Freedman, Michael Hartley

(1957–) Amerikai matematikus, aki a Poincaré-sejtés négydimenziós esetének igazolásáért 1986-ban Fields-érmet kapott.

Frege, Friedrich Ludwig Gottlob

(1848–1925) Német matematikus és logista, a matematikai logika egyik megalapítója. 1879-ben és 1884-ben megjelent munkáiban kifejtette alapötleteit, bevezette a kvantorokra és változókra ma is használt jelöléseket, és vizsgálta az aritmetika alapjait. A maga korában kevéssé elismert matematikus, eredményei elsősorban másokon keresztül – mint Peano és Russell – terjedtek el.

frekvencia

(a mechanikában) Ha egy mozgás *T* periódusidejű rezgésekből vagy más ciklusokból áll, akkor a **frekvencia** $\frac{1}{T}$-vel egyenlő. A frekvencia számértéke egyenlő az időegység alatt lezajló rezgések, illetve ciklusok számával.

A frekvencia mértékegysége idő a mínusz elsőn, SI mértékegysége pedig a hertz.

Freudenthal, Hans

(1905–1990) Német matematikus, a XX. század végi matematikaoktatás egyik legfontosabb alakja. 1971-ben Utrechtben megalapította a Matematikaoktatást Fejlesztő Intézetet, amelynek első igazgatója volt. Halála után, 1991-ben az intézmény a Freudenthal Intézet nevet kapta.

funkcionál

Funkcionálnak gyakran olyan függvényt szokás nevezni, amelynél az értelmezési tartomány elemei függvények, az értékkészlet elemei pedig valós vagy komplex számok.

fuzzy halmazok elmélete

A klasszikus halmazelméletben minden elemről egyértelműen eldönthető, hogy benne van-e egy halmazban, vagy nincsen benne. Vannak azonban olyan esetek is, például a mintázatfelismerésben vagy döntéselméletben, amikor nem tudjuk, hogy egy elem hozzátartozik-e egy adott halmazhoz. A **fuzzy halmazok elmélete** elmossa ezt a különbséget, és kétértékű függvény helyett 0 és 1 közötti értékeket fölvevő **tagsági függvénnyel** fejezi ki, hogy egy elem milyen mértékben tartozik hozzá egy adott halmazhoz.

független

Logikában vagy matematikában állítások vagy képletek olyan halmaza, ahol egyetlen állítás igazsága, vagy egyetlen képlet értéke sem vezethető le a többiekéből.

független egyenletrendszer

Az $e_1, e_2, \ldots e_n$ egyenletekből álló lineáris egyenletrendszerről akkor mondjuk, hogy független, ha az $a_1e_1 + a_2e_2 + \cdots + a_ne_n = 0$ feltételből következik, hogy $a_1 = a_2 = \cdots = a_n = 0$. Másképp, azt az egyenletrendszert nevezzük így, amely nem lineárisan összefüggő.

független események

Az *A* és *B* események **függetlenek**, ha egyikük előfordulása sincs hatással a másik bekövetkezésének valószínűségére. Ellenkező esetben az *A* és *B* események **összefüggők**. Független események valószínűségére teljesül, hogy $P(A \cap B) = P(A)P(A)$.

Például ha egy szabályos pénzérmét kétszer feldobunk, $\frac{1}{2}$ annak a valószínűsége, hogy első dobásra fejet kapunk, a második dobásra pedig szintén $\frac{1}{2}$ valószínűséggel kapunk fejet. Ez a két esemény független, mert annak valószínűsége, hogy mindkét dobásra fejet kapunk, $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$.

független valószínűségi változók

Az *X* és az *Y* valószínűségi változó **független** egymástól, ha egyik értéke sem befolyásolja a másik értékét. Ha az *X* és *Y* diszkrét valószínűségi változók függetlenek, akkor $P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y)$. Ha két folytonos valószínűségi változó független, és együttes sűrűségfüggvényük *f* , akkor $f(x, y) = f_1(x)f_2(y)$, ahol f_1 és f_2 a marginális sűrűségfüggvények.

független változó (regresszionál)

Lásd magyarázó változó.

függő változó

Statisztikában azokat nevezzük **függő változóknak**, amelyekről azt gondoljuk, hogy bizonyos egyéb magyarázó változók befolyásolják őket. Regresszió esetén összefüggést keresünk a magyarázó változók és a függő változó között. Általában az a célunk, hogy képesek legyünk előre jelezni a függő változó értékét a magyarázó változók adott értékeiből.

függvény

Legyen *S* és *T* nemüres halmaz. Egy *S*-ről *T*-be képező *f* függvényen olyan hozzárendelést értünk, amely az *S* halmaz (az **értelmezési tartomány**) minden egyes eleméhez hozzárendeli a *T* halmaz (a **képhalmaz**) egy elemét. Az *S*-ről *T*-be képező *f* függvényre az $f : S \to T$ jelölést használjuk. Ha $x \in S$, akkor $f(x)$ jelöli az *x* elem *f* függvény szerinti **képét**. A *T*-nek azt a részhalmazát, amely az *S*-beli elemek *f* szerinti képéből áll, azaz az $\{y|y = f(x),\ \text{ahol } x \in S\}$ halmazt az *f* függvény **értékkészletének** nevezzük. Az *f* függvény **grafikonját** az $S \times T$ Descartes-szorzat $(x, f(x))$ alakú párjai alkotják. $f(x)$ neve: az *f* függvény *x* helyen felvett **helyettesítési értéke**; ezt a tényt az $x \to f(x)$ jelöléssel is kifejezésre juttathatjuk. Lásd még valós függvény.

σ függvény

A pozitív egész számokhoz valódi osztóik összegét rendelő függvény. Tökéletes számra $\sigma(n) = n$.

$m \times n$-függvény

A **dzeta-függvény** úgynevezett speciális függvény, jele ζ. Ha ζ valós szám (vagy általánosabban, *s* olyan komplex szám, melynek valós része határozottan nagyobb 1-nél), akkor legyen

$s > 1$

Ezután a komplex függvénytan eszközeivel a $\zeta(s) := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^s}.$ -függvényt értelmezni lehet minden ζ szám esetén is. Az $s \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$-függvény az értelmezési tartományán analitikus függvény, ζ-ben pólusa van. A ζ-függvény értékeit páros pozitív egész helyeken zárt alakban ki lehet fejezni, például ζ.

A $\zeta(2) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}, \zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}, \zeta(6) = \frac{\pi^6}{945}$-függvény zérushelyeinek elhelyezkedéséről szól a jelenkori matematika talán leghíresebb megoldatlan sejtése, a Riemann-sejtés. A Riemann-sejtés igazságától sok, fontos matematikai állítás függ, többek között a prímszámok eloszlásában a hibatagra lenne bizonyítható egy bizonyos értelemben legjobb becslés.

függvényábrázolás

Amikor felvázoljuk az *f* függvény grafikonját, akkor általában azt követeljük meg, hogy a vázlat a görbe általános alakját és bizonyos jellegzetes pontjaiban való viselkedését helyesen mutassa. A grafikon különböző részeinek nem kell méretarányosnak lenniük. Legtöbbször a következőket vizsgáljuk: szimmetria, stacionárius pontok, azok az intervallumok, amelyeken a függvény szigorúan monoton, aszimptoták (vízszintes, függőleges, ferde), konvexitás, inflexiós pontok, tengelyekkel vett metszéspontok, és az érintő bizonyos érdekes pontokban.

ϑ-függvények

A komplex függvénytanban szereplő speciális függvények egy csoportjának elnevezése. Az egyváltozós polinomegyenletek megoldásai ϑ-függvényekkel elvileg mind kifejezhetők (bár ez az előállítás inkább elméleti jelentőségű).

függvények egyenlősége

(függvényeké) Ha az *S* halmazon értelmezett *f* és *g* függvényre $\frac{\operatorname{adj}\mathbf{A}}{\det\mathbf{A}}$, akkor azt mondjuk, hogy a két függvény **egyenlő** (megegyezik) az *S* halmazon.

függvény határértéke

Szemléletesen azt mondhatjuk, hogy az *f* függvény határértéke – ha létezik – az *l* szám, ha *l*-nek megvan az a tulajdonsága, hogy ha *x* „közel van" *a*-hoz, akkor az $f(x)$ függvényérték is közel lesz *l*-hez. Ezt a következő szimbólummal jelöljük:

$$\lim_{x\to a} f(x) = l, \text{ vagy egyszerűbben } \lim_{a} f = l.$$

Ez az *l* szám nem szükségképpen egyenlő $f(a)$-val, sőt az $f(a)$ függvényérték esetleg nincs is értelmezve.

A pontos definíció a következőképpen szól. Azt mondjuk, hogy az *f* függvény határértéke az *a* pontban *l*, ha minden pozitív ε számhoz (bármilyen kicsi is legyen az) létezik olyan pozitív (általában ε-tól függő) δ szám, hogy minden olyan *x*-re, melyre $a-\delta < x < a+\delta$ és $x \neq a$, teljesül, hogy $l-\varepsilon < f(x) < l+\varepsilon$. Ezt úgy is mondjuk, hogy $f(x)$ tart az *l*-hez, ha *x* tart az *a*-hoz, és így is jelöljük: $f(x) \to l$, ha $x \to a$.

Vegyük észre, hogy *a* nem szükségképpen van benne *f* értelmezési tartományában, de *a*-nak kell, hogy legyen olyan környezete, mely (esetleg az *a* kivételével) része az értelmezési tartománynak. Legyen például *f* a következő képlettel értelmezett függvény:

$$f(x) := \frac{\sin x}{x} \quad (x \neq 0).$$

Ekkor 0 nincs benne *f* értelmezési tartományában, de megmutatható, hogy

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

A fenti definícióban *l* véges valós szám volt, de megfelelő módon értelmezhető az $f(x) \to \pm\infty$ határérték is. Azt mondjuk, hogy az *f* függvény határértéke az *a* pontban $+\infty$, ha minden pozitív (tetszőlegesen nagy) *K* számhoz létezik olyan (általában *K*-tól függő) pozitív δ szám, hogy minden $a-\delta < x < a+\delta$ és $x \neq a$ esetén $K < f(x)$. Könnyen belátható például, hogy $1/x^2 \to +\infty$, ha $x \to 0$. Hasonlóképpen értelmezhető az *a* pontban az $f(x) \to -\infty$ határérték is.

Bizonyos esetekben az *f* függvény viselkedését tetszőlegesen nagy argumentumok esetén vizsgáljuk. Azt mondjuk, hogy az *f* függvény határértéke $+\infty$-ben *l*, ha bármely (tetszőlegesen kicsi) pozitív ε számhoz létezik olyan (ε-tól függő) *X* szám, hogy minden $x > X$ esetén $l-\varepsilon < f(x) < l+\varepsilon$. Ez azt is jelenti, hogy az $y = l$ egyenletű egyenes az *f* függvény grafikonjának vízszintes aszimptotája. Hasonlóan definiálható a $-\infty$-ben az $f(x) \to l$ határérték, valamint $x \to +\infty$, illetve $x \to -\infty$ esetén az $f(x) \to \pm\infty$ határérték.

8. G

G

A giga- rövidítése.

g

Lásd gravitáció.

Galilei, Galileo

(1564–1642) Olasz fizikus, csillagász és matematikus, aki megalkotta a dinamikának azt a vizsgálati módszerét, mely az elmélet és a kísérletezés összekapcsolásán alapszik. Megfogalmazta és kísérletileg ellenőrizte azt a törvényt, mely szerint az elejtett tárgyak által megtett út arányos az eltelt idő négyzetével, és kiszámította, hogy a lövedékek parabolapályán mozognak. Továbbfejlesztette a távcsövet, és elsőként használta azt csillagászati megfigyelésekre, melyek során kiemelkedő felfedezéseket tett. Idős korában támogatta Kopernikusz nézetét, mely szerint a bolygók a Nap körül keringenek. Emiatt az egyház vád alá helyezte, és házi őrizetre ítélték.

Galois, Évariste

(1811–1832) Francia matematikus, aki az (algebrai) egyenletek elméletében alkotott maradandót, mielőtt 21 éves korában egy párbajban lelőtték. Az algebrai egyenletek megoldhatóságának kérdését a csoportelmélet megalkotása révén tisztázta. A párbaj előtti éjszakát azzal töltötte, hogy felfedezéseire vonatkozó feljegyzéseket tartalmazó levelet írt.

Galton, Francis

(1822–1911) Angol felfedező és antropológus, Charles Darwin unokatestvére. Elsősorban eugenetikával, a statisztikán belül pedig regresszióval és korrelációval foglalkozott.

gamma-eloszlás

Ha az *X* valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x) = \frac{\lambda^\nu x^{\nu-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(\nu)} \quad (x \in \mathbb{R}+)$, ahol Γ a gamma-függvény, továbbá λ és ν pozitív valós számok, akkor azt mondjuk, hogy *X* eloszlása λ, ν paraméterű **gamma-eloszlás**. Ha $\nu = 1$, akkor $x^{\nu-1} = x^0 = 1$, és $\Gamma(\nu) = \Gamma(1) = 1$, így $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, ami az exponenciális eloszlás.

gamma-függvény

A $\Gamma(x) := \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt \quad (x \in \mathbb{R}+)$ képlettel definiált függvény. Parciális integrálással belátható, hogy $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$, és mivel $\Gamma(1) = 1$, ezért minden *n* pozitív egészre $\Gamma(n) = (n-1)!$

Gantt-féle folyamatábra

Lásd kaszkádábra.

Gauss, Carl Friedrich

(1777–1855) Német matematikus és csillagász, talán minden idők legnagyobb elméleti matematikusa. Jelentős eredményeket ért el a matematika alkalmazásainak területein, a fizikában és a csillagászatban is. Csodagyerek volt. Állítása szerint már 18 éves korában megalkotta a legkisebb négyzetek módszerét, és felfedezte, hogy a 17 oldalú szabályos sokszög körzővel és vonalzóval megszerkeszthető. 24 éves korában írta *Disquisitiones arithmeticae* (*Számelméleti vizsgálódások*) című könyvét, amelynek a továbbiakban alapvető hatása volt a számelméletben. Szerepel benne többek között a a számelmélet alaptétele és az az algebra alaptétele, bár az ez utóbbira azdott számos bizonyítása közül az első már korábbról származik. Egy későbbi munkájában kidolgozta a görbült felületek – manapság differenciálgeometriának nevezett – elméletét. A komplex függvényekkel kapcsolatos munkája szintén kulcsfontosságú, de csakúgy, mint nemeukleidészi geometriával kapcsolatos eredményeit, abban az időben nem publikálta. Bevezette a statisztikában használatos Gauss-eloszlást. Potenciálelmélettel foglalkozó tanulmánya csak egy az alkalmazott matematikai eredményei közül. Kiemelkedő számolási képességének köszönhetően csekély számú megfigyelési adatból ki tudta számítani az üstökösök és kisbolygók pályáját.

Gauss-egész

Olyan komplex szám, melynek mind valós, mind képzetes része egész, azaz a $z = a + bi$ szám Gauss-egész, ha $a, b \in \mathbb{Z}$.

Gauss-eloszlás

Lásd normális eloszlás.

Gauss-féle kiküszöbölési eljárás

(Gauss-elimináció) A **Gauss-féle kiküszöbölési eljárás** vagy Gauss-elimináció többismeretlenes lineáris egyenletrendszerek megoldására használt eljárás. A módszer lényege, hogy az egyenletrendszer

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix}$$

kibővített mátrixát elemi sorműveletekkel lépcsős alakra hozzuk. Ezt úgy érjük el, hogy az első sor elemeit elosztjuk a_{11}-gyel, majd megfelelő számszorosát kivonva az alatta lévő sorokból, hogy a következő alakú mátrixot nyerjük:

$$\begin{bmatrix} 1 & a'_{12} & \dots & a'_{1n} & b'_1 \\ 0 & a'_{22} & \dots & a'_{2n} & b'_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & a'_{m2} & \dots & a'_{mn} & b'_m \end{bmatrix}$$

Ezzel a többi egyenletből kiküszöböltük az x_1-et. Ha $a_{11} = 0$ és pl. $a_{21} \neq 0$, akkor a fenti művelet elvégzéséhez cseréljük fel az első két sort. Ezután az első sort változatlanul hagyva, megismételjük az eljárást a többi sorral is, azaz végigosztjuk a második sort $a_{22}{}'$-vel – így a második sor második eleme is 1-es lesz – majd (az új második sor) megfelelő számszorosát kivonva az alatta lévő sorokból, elérjük, hogy a második 1-es alatti elemek is zérusok legyenek. Ezt hasonlóképpen folytatjuk. A lépések során mindig az eredetivel ekvivalens, de fokozatosan egyre egyszerűbb szerkezetű egyenletrendszerhez jutunk, az eljárás végén a legutolsó egyenlet már csak egy ismeretlent tartlamaz, ennek meghatározása után az előzőt visszahelyettesítéssel kapjuk, és így tovább. (Lásd még lineáris egyenletrendszer.)

Gauss-függvény

Az $x \to e^{-x^2} \quad (x \in \mathbb{R})$ függvény, melynek megvan az a tulajdonsága, hogy $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}\,dx = \sqrt{\pi}$. Ez a függvény szerepel a normális eloszlásnál is.

Gauss-lemma (polinomokra)

Ha egy egész együtthatós polinom a racionális számok fölött tényezőkre bontható, akkor az egész számok fölött is.

Gauss-sík

Lásd komplex számsík.

Gauss–Jordan-féle kiküszöbölési eljárás

A Gauss-féle kiküszöbölési eljárás általánosítása. Ha az *i*-edik sort végigosztottuk egy alkalmas számmal, és a sor első eleme 1-es, akkor ennek a sornak megfelelő számszorosát nemcsak az alatta lévő, hanem a fölötte lévő sorokból is kivonjuk, így elérjük, az 1-es alatt és fölött is minden elem 0 legyen. Ezzel a szisztematikus eljárással az egyenletrendszer kibővített mátrixát redukált lépcsős alakra hozzuk. Lineáris egyenletrendszerek megoldásánál ez a módszer több számolást igényel, mint a Gauss-kiküszöbölés és a visszahelyettesítések, ezért általában egyenletrendszerek megoldására nem gazdaságos, inkább mátrixok inverzének meghatározására alkalmas. Numerikus instabilitása főelemkiválasztással kiküszöbölhető.

Gauss–Markov-tétel

Olyan lineáris regressziós modellnél, ahol a hibák korrelálatlanok, várható értékük nulla és szórásnégyzetük megegyezik, az együtthatók legjobb torzítatlan lineáris becslése a legkisebb négyzetes becslés. Itt a „legjobb” azt jelenti, hogy a lineáris torzítatlan becslések közül ennek a szórásnégyzete a legkisebb.

Gauss–Seidel-iteráció

n egyenletből álló *n* ismeretlenes lineáris egyenletrendszer megoldására használt módszer. Ha az egyenletrendszer mátrixalakja **Ax**=**b**, akkor az $x_i^{(1)} = \frac{b_i}{a_{ii}}$ kezdeti értékekből kiindulva a többi értéket az

$$x_i^{(k)} = \frac{b_i - \sum_{j<i} a_{ij} x_j^{(k)} - \sum_{j>i} a_{ij} x_j^{(k-i)}}{a_{ii}}$$

képlet alapján kapjuk. Ellentétben a Jacobi-módszerrel, itt minden új értéket azonnal felhasználunk a következők számításánál.

generátorfüggvény

A $g_0, g_1, g_2, g_3, \ldots$ végtelen sorozat **generátorfüggvényének** nevezzük az $x \to g_0 + g_1 x + g_2 x^2 + g_3 x^3 + \ldots$ hatványsort. Az ilyen hatványsorok algebrailag átalakíthatók, pl.

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots,$$

$$\frac{1}{(1-x)^2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \ldots.$$

Tehát a ($(-1, 1)$ nyílt intervallumon konvergens) $x \to 1/(1-x)$ és az $x \to 1/(1-x)^2$ függvény az $1, 1, 1, 1, \ldots$, illetve az $1, 2, 3, 4, \ldots$ sorozathoz tartozó generátorfüggvény.

Az $f_0, f_1, f_2, \ldots$ Fibonacci-sorozatnál $f_0 = 1, f_1 = 1$ és $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$. Meg lehet mutatni, hogy e sorozat generátorfüggvénye $x \to 1/(1-x-x^2) \quad (x \in (-1, 1))$.

Generátorfüggvények használatával a sorozatok tömören és algebrai úton kezelhetők. Egy sorozat differenciaegyenlete segítségével egyenletet írhatunk fel a megfelelő generátorfüggvényre, és például parciális törteket használva olyan képletet kaphatunk, amely alapján a sorozat *n*-edik tagja kifejezhető.

A valószínűségi generátorfüggvény és momentumgeneráló függvénye nagyon hatékony eszköz a valószínűségszámításban és a matematikai statisztikában.

generátorrendszer

Lásd bázis.

genus

Lásd nemszám.

geodetikus vonal

Olyan görbe valamely felületen, amely két adott pontot a lehető legrövidebb úton köt össze. Például a síkon két pont közötti geodetikus vonal az őket összekötő egyenesszakasz, egy gömbön két pont közötti geodetikus vonal az őket összekötő főkörív. Ez az ív egyértelmű, kivéve, ha a két pont nem átellenes.

geometria

A matematikának az az ága, amely pontokkal, alakzatokkal, valamint azok tulajdonságaival és kapcsolataival foglalkozik.

geometriai ábrázolás

(vektoré) Lásd reprezentáció (egy vektoré).

geometriai eloszlás

Tegyük fel, hogy egy $p \in [0,1]$ valószínűségű eseményre vonatkozóan független kísérleteket végzünk. Legyen az X $P(X=r)=p(1-p)^{r-1}$ ha az esemény először az r-edik kísérlet során következett be. Ekkor X eloszlása $1/p$, $(1-p)/p^2$v egész. Ezt az eloszlást **geometriai eloszlásnak** nevezzük; várható értéke , szórásnégyzete .

Gersgorin-tétel

Tétel. A komplex elemű $\mathbf{A}=[a_{ij}]$ négyzetes mátrix minden sajátértéke benne van a főátlóbeli a_{ii} elemek körüli $r_i := \sum_{j=1, j\neq i}^{n} |a_{ij}|$ sugarú körök egyesítésében.

giga-

SI mértékegységek előtagjaként a 10^9 számmal való szorzást jelöli.

Goldbach, Christian

(1690–1764) Poroszországban született matematikus, aki később Szentpétervárott kapott professzori kinevezést, és II. Péter cár tanítója volt. Az ő nevét viseli a Goldbach-sejtés, melyről 1742-ben számolt be levélben Eulernek.

Goldbach-sejtés

A számelmélet egyik leghíresebb megoldatlan problémája, mely szerint minden 2-nél nagyobb páros szám felírható két prímszám összegeként.

googol

A 10^{100} szám angol neve, amely egy 1-esből és száz darab 0-ból áll.

googolplex

A 10 szám 10^{100}-adik hatványra emelve, amely egy 1-esből és utána googol számú 0-ból áll.

Gosset, William Sealy

(1876–1937) Angol vegyészmérnök és statisztikus, a t-eloszlás kidolgozója. Statisztikai munkáját elsősorban a sörfőzde számára végzett kutatásai motiválták, amelynél egész életében dolgozott. Legfontosabb cikke, melyet **Student** álnéven publikált, 1908-ban jelent meg.

Gowers, William Timothy

(1963–) „Rouse Ball” matematikaprofesszori címet viselő brit matematikus a Cambridge-i Egyetemen. 1998-ban kombinatorikai és funkcionálanalízisben végzett kutatásaiért Fields-érmet kapott.

Gödel, Kurt

(1906–1978) Logikával foglalkozó matematikus, aki megmutatta, hogy minden, az aritmetikát is magába foglaló matematikai rendszer ellentmondásmentessége a rendszeren belül nem bizonyítható. Ez az eredmény annak a tételnek a bizonyításából származik, mely szerint minden formális axiomatikus rendszerben vannak eldönthetetlen állítások. Ezzel elvette a reményt azoktól, akik megpróbáltak felállítani olyan axiómákat, amelyekből minden matematikai állítás levezethető. Brünnben (ma a csehországi Brno) született, 1930-ig a bécsi egyetemen dolgozott, a 30-as években ingázott Bécs és Princeton között, majd 1940-ben az Egyesült Államokba emigrált.

gömb

A C középpontú, r sugarú **gömbfelület** a háromdimenziós tér azon pontjainak halmaza, amelyek távolsága a C ponttól r. Ha a C pont Descartes-féle koordinátái a,b és c, akkor a gömbfelülethez azok az (x,y,z) pontok tartoznak, amelyekre

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$$

teljesül. Az $x^2+y^2+z^2+2ux+2vy+2wz+d=0$ egyenlet is gömbfelület egyenlete, feltéve, hogy $u^2+v^2+w^2-d>0$, és ekkor a középpont $(-u,-v,-w)$, a sugár pedig $\sqrt{u^2+v^2+w^2-d}$. Az *r* sugarú gömbfelület felszíne $4r^2\pi$, Az általa közbezárt **gömb** térfogata $\frac{4r^3\pi}{3}$.

Általánosabban pedig metrikus tér olyan halmaza, amely a térnek egy rögzített ponttól egy adott állandónál nem távolibb pontjait tartalmazza. A **nyílt gömb** nem tartalmazza azt a felületet, ahol a távolság a rögzített ponttól egyenlő az adott állandóval, a **zárt gömb** pedig tartalmazza ezt a felületet is.

gömbháromszög

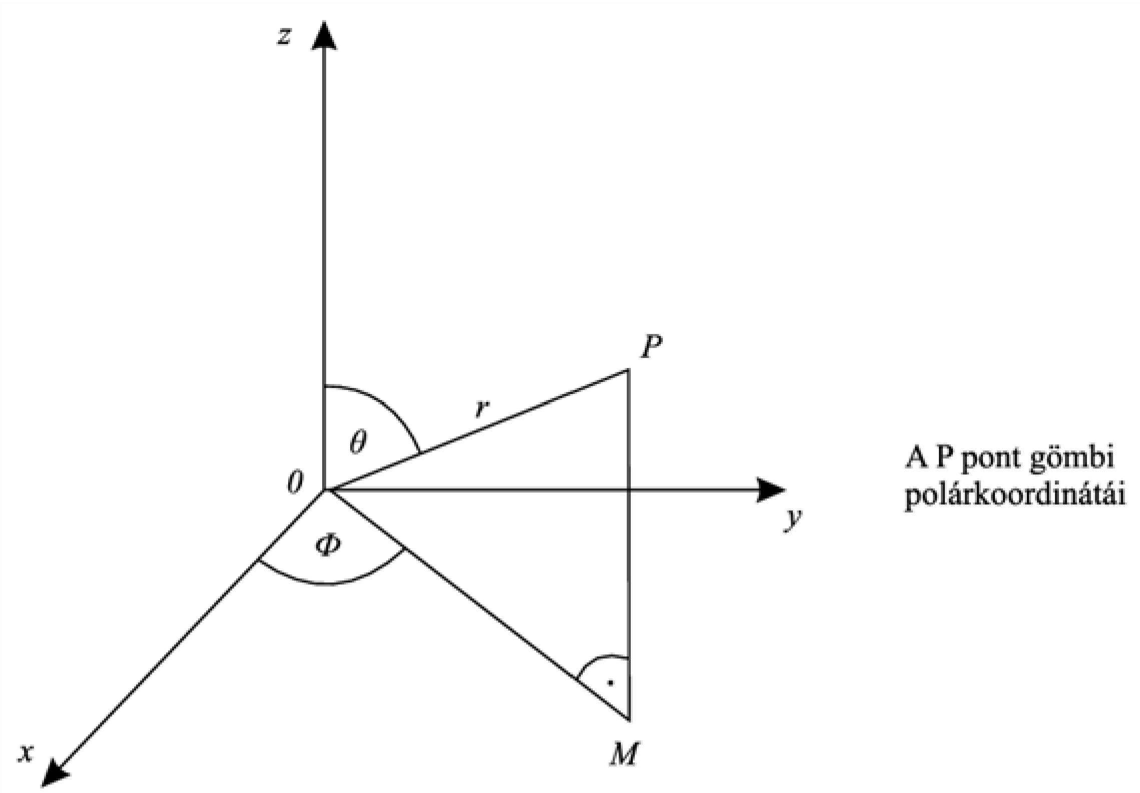
Olyan háromszög a gömbfelületen, amelyenek oldalai főkörök ívei. A gömbháromszög szögeinek összege általában nem $180°$, bármi lehet $180°$ és $540°$ között. Tekintsünk például olyan gömbháromszögeket, amelyeknek egyik csúcsa az Északi Sark, másik két csúcsa pedig az Egyenlítőn van.

gömbi n-szög

Olyan *n*-csúcsú, *n*-oldalú zárt geometriai alakzat a gömbfelületen, amelynek oldalai főkörök ívei.

gömbi polárkoordináták

Vegyünk fel három egymásra páronként merőleges félegyenest, legyenek ezek Ox, Oy, Oz, közös metszéspontjuk legyen az *O* pont, és tegyük fel róluk, hogy jobbrendszert alkotnak. (Lásd koordináták a háromdimenziós térben.) Legyen a tetszőlegesen választott *P* pont vetülete az *xy*-síkon *M*. Legyen $r:=|OP|$, ϑ a $zOP\angle$ radiánban ($0\leq\vartheta\leq\pi$), φ az $xOP\angle$ radiánban, ($0\leq\varphi<2\pi$). Akkor (r,ϑ,φ) a *P* pont **gömbi polárkoordinátái**, vagy **térbeli polárkoordinátái**. (Az *O* pont nem határozza meg sem ϑ sem φ értékét, jellemzésére elég annyit mondani, hogy $r=0$.) A φ szög helyett vehetjük a $\varphi+2k\pi$ szöget is, ahol *k* tetszőleges egész szám. Az (r,ϑ,φ) gömbi polárkoordinátákból a *P* pont Descartes-féle (x,y,z) koordinátái így számolhatók: $x=r\sin(\vartheta)\cos(\varphi),\quad y=r\sin(\vartheta)\sin(\varphi),\quad z=\cos(\vartheta)$. A gömbi polárkoordináták olyankor lehetnek hasznosak, amikor gömböket tartalmazó problémával van dolgunk, ugyanis az origó középpontú, *r* sugarú gömb felületének egyenlete $r=\text{állandó}$. Lásd az ábrát.



gömbi szög

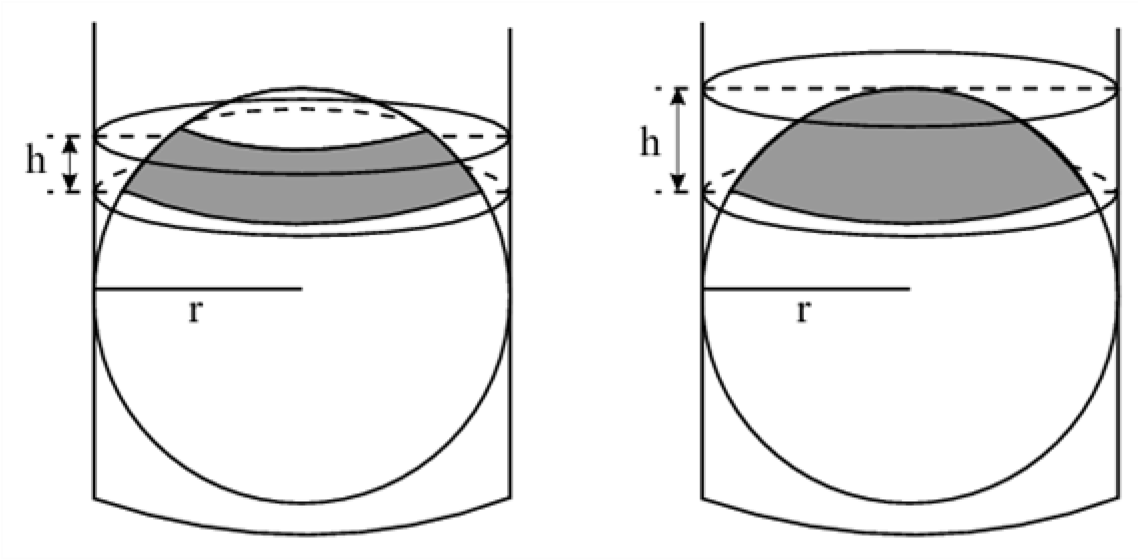
A gömb felszínén egymást metsző két főkör szöge, amit a metszéspontbeli érintőegyeneseik szögeként definiálunk.

gömbi trigonometria

A trigonometria módszereinek alkalmazása a gömb felületén lévő gömbháromszögek és egyéb alakzatok szögeinek, oldalainak és területének tanulmányozására.

gömböv

A gömbfelszínből két párhuzamos sík által kivágott felületet **gömbövnek** nevezzük. Ha a gömb sugara *r* és a metszősíkok távolsága *h*, akkor a gömböv felszíne ζ. Ha az egyik sík érinti a gömböt, akkor **gömbsüvegről**, vagy más néven **gömbsapkáról** beszélünk. A gömbsapka felszínére szintén érvényes az előző képlet. (Figyeljük meg, hogy a képlet még a „szélsőséges” esetben is helyes eredményt ad: ha a két sík a gömb átellenes pontjait érinti, akkor a gömböv-gömbsapka felszínképlete éppen a teljes gömb $2rh\pi$ felszínét adja vissza.)



Megemlítjük végül a képlet egy további érdekességét. Ehhez tekintsük a **gömb köré írt hengert**, azaz a legkisebb olyan egyenes körhengert, ami tartalmazza a gömböt. (E henger alapkörének sugara tehát *r*, magassága pedig *2r*.) Szemeljünk ki egy tetszőleges gömbövet. E gömbövet kimetsző két sík a hengerből is ki fog metszeni egy hengerrészt. Meglepő, hogy eme kishenger palástjának felszíne mindig ugyanakkora, mint a gömböv felszíne.

gömbszelet

Lásd gömböv.

görbe

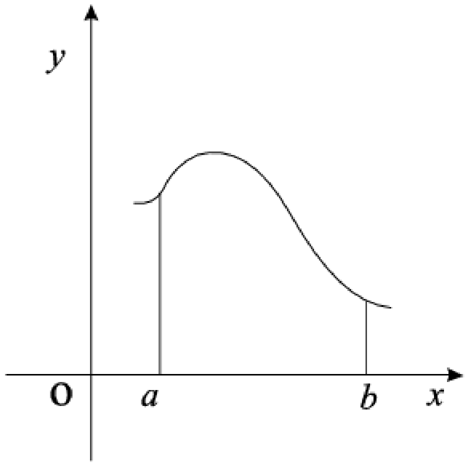
Zárt intervallumon értelmezett folytonosan deriválható függvény képe a síkon, a komplex síkon vagy a térben.

görbe alatti terület

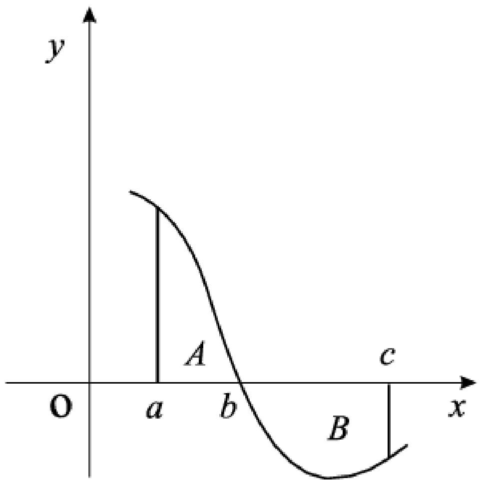
Tegyük fel, hogy $a, b \in \mathbb{R}; a < b$ és $[a, b] \subset \mathcal{D}f$, továbbá, hogy *f* grafikonja a *x*-tengely felett fekszik, tehát $f(x) \geq 0$ az intervallum minden $x \in [a, b]$ pontjában. Az *f* függvény grafikonja, az első (*x*-)tengely, illetve az $x = a$ és $x = b$ egyenesek által határolt **görbe alatti terület**:

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

A görbe alatti terület definíciója tehát pontosan a határozott integrállal adható meg.



Ha $f(x) \leq 0$ az intervallum minden $x \in [a, b]$ pontjában, akkor a fenti integrál negatív. Azonban ennek abszolút értéke továbbra is egyenlő az *f* függvény grafikonja, az első (*x*-)tengely, illetve az $x = a$ és $x = b$ egyenesek által határolt síkrész területével. Ha az *f* függvény grafikonja metszi az első (*x*-)tengelyt, a megfelelő eredmények érvényben maradnak. Például, ha az *A* és a *B* rész olyanok, mint az alábbi ábrán, akkor



az *A* és *B* rész T_A és T_B területe a következőképpen alakul: $T_A = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x, \quad T_B = -\int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x$. Ebből következik, hogy

$$\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x = T_A - T_B.$$

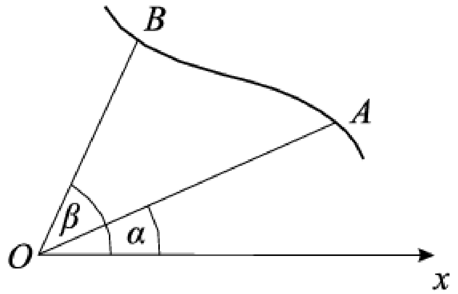
Hasonlóképpen tudjuk annak a résznek a területét kiszámítani, amit a második (*y*-)tengely, illetve az $y = c$ és $y = d$ egyenesek, valamint *g* grafikonja határol. Ekkor a keresett terület

$$\int_c^d g(y)\,\mathrm{d}y,$$

feltéve, hogy *g* grafikonja az *y*-tengely jobb oldalán van, vagyis $g(x) \geq 0$ a $[c, d]$ intervallum minden $x \in [c, d]$ pontjában. Mint fönt, az integrál értéke negatív, ha $g(x) \leq 0 \quad (x \in [c, d])$.

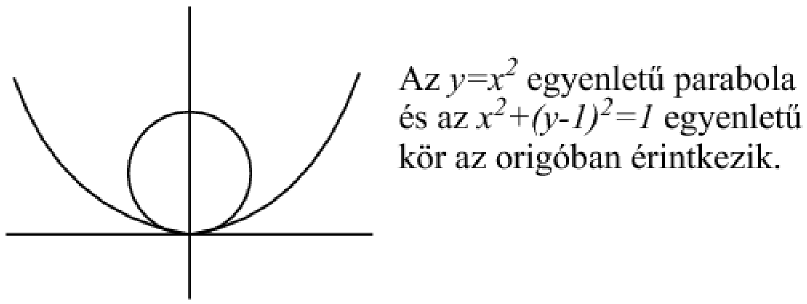
Polárkoordinátás alakban megadott függvény görbéje alatti terület: A $\{(\vartheta, r(\vartheta))|(\alpha \leq \vartheta \leq \beta)\}$ polárkoordiná $[c, d]$ akb $xOB = \beta$ e *AB* íve és az *OA* és *OB* sugárirányú egyenesek által határolt rész területe, feltéve, hogy és ,

$$\frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta} r^2(\vartheta)\mathrm{d}\vartheta.$$



görbék érintkezése

Két görbe egy pontban **érintkezik**, ha mindkettő átmegy a ponton és itt közös az érintőjük.



görbe meredeksége

Egy görbe **meredeksége** annak *P* pontjában értelmezhető úgy, mint a görbéhez *P* pontban húzott érintő meredeksége. Ez a definíció feltételezi, hogy van intuitív elképzelésünk arról, mikor érint egy egyenes egy görbét. Haladottabb szinten célszerű először a görbe meredekségét a differenciálszámítás módszereivel értelmezni. Ha a görbe az *f* függvény grafikonja, akkor ennek meredeksége az $(x, f(x)) \quad (x \in \mathcal{D}f)$ pontban $f'(x)$, a derivált értéke az adott pontban. A görbéhez a *P* pontban húzott érintő ezek után úgy definiálható, mint az az egyenes, amely átmegy a *P* ponton és meredeksége a görbe meredeksége.

görbe normálisa

Síkgörbe egy adott pontjában húzott érintőjére merőleges egyenes.

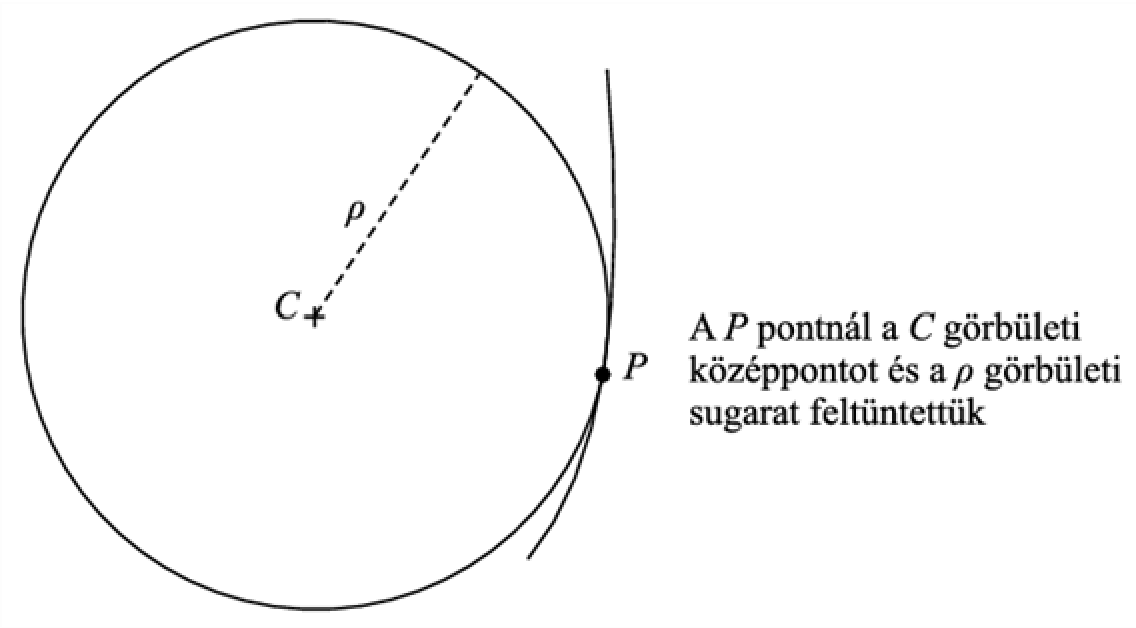
görbesereg

Hasonló görbék halmaza, amely egy általános képlettel adható meg, s amelyben az egyes görbék képlete egy vagy több paraméter értékében különbözik egymástól. Speciálisan, amikor egy differenciálegyenlet általános megoldását kapjuk meg, abban egy vagy több integrációs állandó szerepel, így egy görbesereget kapunk. A görbesereg egy tagja egy előírt megoldásként kapható meg, ha ismerjük az egyenlethez tartozó mellékfeltételeket (peremfeltétel és kezdeti feltétel).

görbület

$\kappa = \frac{y''}{(1+(y')^2)^{3/2}}$ ıak változási sebessége a görbe egy pontjában. A görög κ betűvel jelölik és a $\varrho := \frac{1}{\kappa}$ képletből számolható abban az esetben, amikor a görbét valós-valós függvény adja meg. a **görbületi sugár**, amely annak a körnek a sugara, amely a legjobban illeszkedik a görbéhez az adott pontban, abban az értelemben, hogy a kör pontjának helye, az adott pontbeli érintője és második deriváltja megegyezik a görbéével. A **görbületi középpont** ennek a legjobban illeszkedő körnek, az úgynevezett **görbületi körnek** a középpontja.

Pozitív κ esetén a középpont a görbe fölött, negatív κ esetén pedig alatta lesz. Mivel ϱ a görbület sugara, ha a görbe élesen hajlik egy pontban, akkor ott kicsi ϱ abszolút értéke, és ennek megfelelően nagy κ abszolút értéke.



görbületi kör

Lásd görbület.

görbületi középpont

Lásd görbület.

görbületi sugár

Lásd görbület.

gördülési feltétel

Egy henger vagy egy gömb sebessége és szögsebessége közötti kapcsolat, ha az egy sík felületen csúszás nélkül gurul. Ha *v* az *r* sugarú henger vagy gömb tömegközéppontjának sebessége, és ω a forgás szögsebessége, akkor $v = r\omega$.

görög-latin négyzet

A latin négyzet általánosítása, melyben kétféle szimbólum szerepel. Tegyük fel, hogy a szimbólumok egyik halmaza latin betűkből, a másik görög betűkből áll. A **görög-latin négyzet** olyan négyzet, melynek minden mezőjében egy latin és egy görög betű szerepel úgy, hogy a latin betűk és a görög betűk is latin négyzetet alkotnak, továbbá minden latin betű bármely görög betűvel együtt pontosan egyszer fordul elő. Alább egy 3×3-as görög-latin négyzet látható.

$\mathbf{A}\alpha$ $\mathbf{B}\beta$ $\mathbf{C}\gamma$
$\mathbf{B}\gamma$ $\mathbf{C}\alpha$ $\mathbf{A}\beta$
$\mathbf{C}\beta$ $\mathbf{A}\gamma$ $\mathbf{B}\alpha$

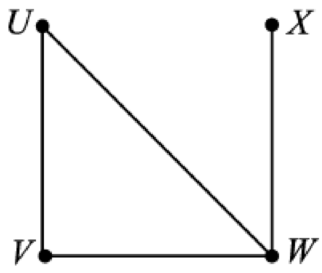
Az ilyen négyzeteket kísérletek tervezésénél használják.

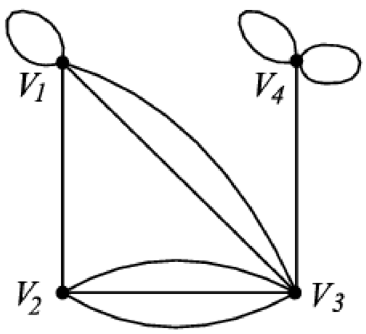
gradiens

Az a vektor, amit úgy kapunk, hogy a nabla differenciáloperátort $(\nabla = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z})$ alkalmazzuk a ***r*** hely $\mathbf{r} \rightarrow \varphi(\mathbf{r})$ skalárfüggvényére. Ekkor megkapjuk φ gradiensét: $\mathrm{grad}\varphi := \nabla\,\varphi = \mathbf{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}$. Lásd még rotáció és divergencia.

gráf

Olyan alakzat, amely pontokból és ezek közül bizonyosakat összekötő vonalakból áll. A pontok a gráf **pontjai** vagy **csúcsai**, a vonalak a gráf **élei**. Jelölje a *G* gráf pontjainak halmazát $V(G)$, éleinek halmazát $E(G)$, és jelöljük az *U* és *V* pontokat összekötő élt az (U,V) és (V,U) szimbólumok egyikével. Például az ábrán látható bal oldali gráfban $V(G) = \{U,V,W,X\}$és $E(G) = \{(U,V),(U,W),(V,W),(W,X)\}$.





Általában egy gráfban két pontot több él is összeköthet, ezeket **többszörös éleknek** nevezzük. A gráfban lehet **hurokél** is, azaz olyan él, melynek két végpontja azonos. A jobb oldali ábrán a V_1 és V_3 pontokat két él köti össze, V_2-t és V_3-at pedig három él. A gráfban három hurokél is van.

$V(G)$ és $E(G)$ rendszerint véges halmaz; ellenkező esetben a gráfot **végtelen gráfnak** nevezzük.

gráf éle, élhalmaz

Lásd gráf.

gráfelmélet

A matematikának az a területe, amely gráfok tulajdonságaival foglalkozik.

grafikon

$y = f(x)$ függvény **grafikonja** (vagy **gráfja**) azon $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ett párok halmaza, melyekre $x \in \mathcal{D}_f$, ahol *x* benne van a függvény értelmezési tartományában: . Sok fontos valós függvény esetében ez a ponthalmaz valamilyen görbe a síkon, ami állhat több részből is. Lásd még leképezés.

grafikon szimmetriája

Az f függvény grafikonjának két gyakran előforduló szimmetriája: lehet szimmetrikus a második tengelyre, azaz páros függvény, vagy szimmetrikus az első tengelyre, azaz páratlan függvény.

grafikus módszer

Grafikus úton egy két egyenletből álló kétismeretlenes egyenletrendszert úgy oldunk meg, hogy ábrázoljuk az egyes egyenleteket kielégítő pontok halmazát a síkon, majd megállapítjuk a két halmaz közös pontjait. Mivel az egyik halmaz pontjai kielégítik az egyik egyenletet, a másik halmaz pontjai pedig a másikat, ezért közös pontjuk vagy pontjaik nyilván kielégíti(k) mindkettőt.

gráf komponense

Egy gráf „számos darabból” állhat, amiket a **gráf komponenseinek** nevezünk: két pont akkor és csak akkor tartozik a gráf ugyanazon komponenséhez, ha vezet út az egyik pontból a másikba. Precízebb definíció adható a gráf pontjainak halmazán definiált ekvivalenciareláció segítségével: az *u* pont ekvivalens a *v* ponttal, ha van út *u*-ból *v*-be. Ekkor a komponensek a megfelelő ekvivalenciaosztályok.

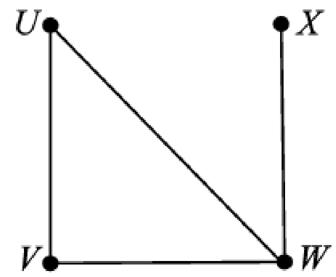
gráf pontja

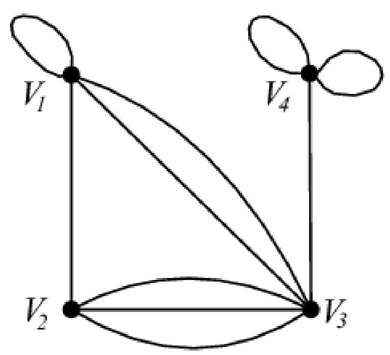
Lásd gráf.

gráf pontjának fokszáma

A gráf V pontjának **fokszáma** a V pontra illeszkedő élek száma. (Hurokél kettővel növeli a fokszámot.)

A baloldali gráfban az *U,V,W,X* pontok fokszámai rendre *2,2,3,1*. A jobboldali gráf V_1, V_2, V_3, V_4 pontjai rendre *5,4,6,5* fokszámúak.





gramm

Az SI mértékegységrendszerben a tömeg mérésére szolgáló alapegység a kilogramm. A **gramm** a kilogramm ezredrésze.

Gram–Schmidt-féle ortogonalizálás

Ha a $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \ldots, \mathbf{b}_n$ vektorok bázist alkotnak, akkor ezeknek a felhasználásával egy $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n$ ortonormált bázist a következőképpen kapunk:

$$\widetilde{\mathbf{u}}_j := \mathbf{b}_j - \sum_{k=1}^{j-1} \left(\frac{\widetilde{\mathbf{u}}_j^\top \mathbf{b}_k}{\widetilde{\mathbf{u}}_j^\top \widetilde{\mathbf{u}}_j} \right) \widetilde{\mathbf{u}}_j, \quad \mathbf{u}_j := \frac{\widetilde{\mathbf{u}}_j}{|\widetilde{\mathbf{u}}_j|}.$$

gravitáció

A Föld felszínének közelében egy testre a Föld által kifejtett, állandónak tekinthető gravitációs erő hat. Ennek hatására egy elhajított test $-g\mathbf{k}$ gyorsulással mozog, ahol ***k*** a Föld síknak tekintett felszínére merőleges, felfelé mutató egységvektor. A *g* állandó a gravitációs gyorsulás nagysága, amelynek értéke $\frac{\gamma M}{R^2}$, ahol γ a gravitációs állandó, *M* a Föld tömege, *R* pedig a Föld sugara. A Föld felszínének közelében *g* értéke közelítőleg $9.81\mathrm{ms}^{-2}$. A gravitációs gyorsulás azonban nem azonos nagyságú a Föld felszínének különböző pontjain: értéke az Egyenlítőn $9.78\mathrm{ms}^{-2}$, a sarkokon pedig $9.83\mathrm{ms}^{-2}$.

gravitációs állandó

A Newton-féle gravitációs törvényben szereplő arányossági tényező. Jele μ_0. Értéke függ attól, hogy a részecskék súlyos tömegének és tehetetlen tömegének értékét azonosnak választjuk-e. A **gravitációs állandó** hosszúság a harmadikon szorozva tömeg a mínusz elson szorozva idő a mínusz másodikon dimenziójú, értéke SI egységrendszerben $6.672 \times 10^{-11}\mathrm{Nm}^2\mathrm{kg}^{-2}$.

gravitációs erő

Az a vonzóerő, mely bármely két test között fellép, és amelyet a Newton-féle gravitációs erőtörvény ír le. Lásd még gravitáció.

gravitációs potenciális energia

A gravitációs erőhöz rendelt potenciális energia. Ha $\mathbf{F} = -\frac{\gamma Mm}{r^3}\mathbf{r}$, mint a gravitációs erő esetén, (lásd Newton-féle gravitációs erőtörvény), akkor megmutatható, hogy a gravitációs potenciális energia az ***r*** helyvektorú pontban $E_p = -\frac{\gamma Mm}{r} + C$, ahol *C* tetszőleges, energia dimenziójú állandó. Ha $\mathbf{F} = -mg\mathbf{k}$ (a Föld felszínének közelében ez közelítőleg teljesül), akkor $E_p = mgz + C$. (Itt ***k*** a Föld síknak tekintett felszínére merőleges, felfelé mutató egységvektor, *z* a Föld felszínétől mért magasság, *C* pedig tetszőleges, energia dimenziójú állandó.)

Green, George

(1793–1841) Brit matematikus, aki továbbfejlesztette az elektromágnesség matematikai elméletét. Egy 1828-as tanulmányában Poisson nyomán a potenciál fogalmát használta, és bebizonyította a Green-tételként ismert és a témakörben gyakorta alkalmazott állítást. Pékmunkásként dolgozott, és matematikusként autodidakta volt. Negyvenévesen iratkozott be a Cambrigde-i Egyetemre, de már ezelőtt több jelentős cikket tett közzé.

Gregory, James

(1638–1675) Skót matematikus, aki Olaszországban folytatott tanulmányokat, mielőtt az edinburgh-i St. Andrews Egyetem tanárává kinevezték. Végtelen sorok használatával meg tudta határozni bizonyos trigonometrikus függvények, például arctg értékeit, és az elsők között volt, akik a konvergens és divergens sorok közötti különbséget felismerték. Newton elődje, valószínűleg lényegében már ismerte az Newton–Leibniz-tételt, és Taylor publikációja előtt negyven évvel már a Taylor-sorokat is alkalmazta. 36 éves korában halt meg.

Gregory–Newton előremutató differenciák

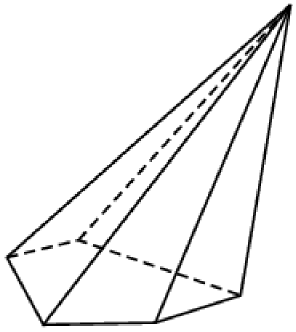
Lásd Newton-féle interpolációs képlet.

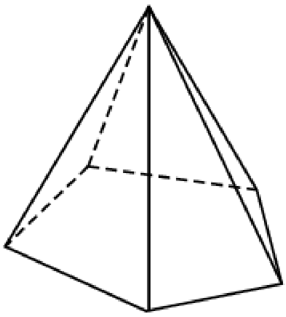
Grelling-paradoxon

Bizonyos melléknevek saját magukra is alkalmazhatók, míg mások nem. Például a „rövid” szó rövid, a „többtagú” kifejezés több szótagból áll. Ugyanakkor a „hosszú” nem nagyon hosszú szó, az „egy szótagú” kifejezés sem csak egy szótagból áll, és a „zöld” sem írja le saját magát. Nevezzük heterologikusnak azokat a szavakat, amelyek nem jellemzik saját magukat. Grelling német matematikus vetette fel azt a kérdést, amely ma **Grelling-paradoxon** néven ismert, azaz heterologikus-e a heterologikus szó. Ez az ellentmondás bizonyos értelemben hasonlít a Russell-paradoxonhoz.

gúla

Konvex poliéder, **alaplapja** konvex sokszög, az alap minden csúcsa éllel kapcsolódik egy az alaplapon kívül fekvő csúcshoz, az **tetőponthoz**; így az oldallapok mind háromszögek. A **szabályos egyenes gúla** alapja egy szabályos sokszög, oldallapjai pedig egyenlőszárú háromszögek.





gúla alapja

Lásd gúla.

9. Gy

gyakoriság

Egy rögzített érték vagy egy esemény előfordulásainak száma a megfigyelés során. Ha például 20 alkalommal földobunk egy kockát, és négyszer kapunk hatost, akkor a hatosok gyakorisága 4, relatív gyakoriságuk $\frac{4}{20}$. Csoportosított adatoknál a csoporthoz tartozó gyakoriság a csoportba tartozó értékek megfigyeléseinek a száma. Ha a számadatokat intervallumokba (ún. osztályközökbe) soroljuk, az osztályközökhöz tartozó gyakoriság az adott intervallumba eső megfigyelések számát jelenti. A gyakoriságok meghatározásának célja rendszerint a (gyakorisági) hisztogramm elkészítése. Lásd még: relatív gyakoriság.

gyakoriságeloszlás

Diszkrét adatokra azon információ, mely a lehetséges értékekből és a megfelelő kumulatív gyakoriságokból áll. Csoportosított adatokra az az információ, amely a csoportokból és a megfelelő kumulatív gyakoriságokból áll. Ezt táblázattal vagy egy hisztogrammhoz hasonló diagrammal áblázolhatjuk.

gyakorisági eloszlás

(Nominális vagy diszkrét) tapasztalati adatok és gyakoriságuk együttesét **gyakorisági eloszlásnak** nevezzük. Csoportosított adatoknál ez megadja azt az információt, ami a csoportokból és a megfelelő gyakoriságokból áll. Ábrázolhatjuk oszlopdiagrammon, hisztogrammon, vagy száras-leveles ábrával.

gyanús korreláció

Előfordul, hogy két változó között korrelációt állapítunk meg, pedig nincs közöttük közvetlen (még kevésbé okokozati) kapcsolat, hanem egy harmadik változó kapcsolja őket össze, például az idő vagy a méret. Például a feljegyzett betörések száma és a tanárok száma között szoros pozitív korrelációt találhatunk, aminek a magyarázata az, hogy mindkettő szorosan korrelál az adott város méretével.

gyors Fourier-transzformáció

Lásd diszkrét Fourier-transzformáció.

gyorsrendezés

Ez a rendezési algoritmus gyorsabb, mint a szabványos buborékrendezés, mivel csak kis csoportokat rendez. A módszer lényege, hogy minden listából vagy részlistából kiválasztunk egy-egy fő elemet, rendszerint lista közepéről (vagy a két középső elem egyikét páratlan sok elemet tartalmazó lista esetén), majd a kiválasztott elemnél kisebbeket balra, a nagyobbakat pedig jobbra helyezzük, a következő fázisban pedig a létrehozott két csoportot tekintjük feldolgozandó listának. A folyamat végetér, amikor már minden részlista egyelemű.

gyorsulás

Tegyük fel, hogy egy részecske egyenes vonal mentén mozog, melyen kijelöltünk egy *O* origót és egy pozitívnak tekintett irányt! Jelölje $x(t)$ a részecske kitérését a *t* pillanatban! A részecske **gyorsulása** egyenlő $\ddot{x}(t)$-vel vagy $\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$-tel, a sebesség időbeli változásának ütemével. Pozitív sebesség esetén (azaz ha a részecske a pozitív irányban mozog) a gyorsulás pozitív, ha a részecske gyorsul, és negatív, ha a részecske lassul. Ha a sebesség negatív, akkor a pozitív gyorsulás a részecske fékeződését jelenti, a negatív gyorsulás pedig a részecske felgyorsulását.

Az előző bekezdésben az általános szokást követve elhagytuk az ***i*** egységvektort, mely az egyenes mentén a pozitív irányba mutat. A gyorsulás valójában vektormennyiség, és a fent leírt egydimenziós esetben $\ddot{x}\mathbf{i}$-vel egyenlő. Két- vagy háromdimenziós mozgás esetén explicit módon használják a vektorokat. Egy részecske ***a*** gyorsulása olyan vektor, mely a ***v*** sebesség időbeli változásának ütemével egyenlő, azaz $\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$. Ha a részecske helyvektora ***r***, akkor $\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}^2\mathbf{r}}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{\mathbf{r}}$. Descartes-féle koordinátákkal kifejezve $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ és $\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{x}\mathbf{i} + \ddot{y}\mathbf{j} + \ddot{z}\mathbf{k}$

Egy körvonal mentén állandó sebességgel haladó részecskének is nullától különböző a gyorsulása a sebesség irányának változása miatt. Ez a gyorsulás a kör középpontja felé mutat és $\frac{v^2}{r}$ nagyságú, ahol *v* a részecske sebessége és *r* a kör sugara.

A gyorsulás dimenziója hosszúság szorozva idő a mínusz másodikon, SI egységrendszerben mértékegysége a méter per másodperc per másodperc, rövidítve $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

gyorsulás-idő grafikon

Olyan grafikon, mely egy egyenes vonal mentén mozgó részecske gyorsulását ábrázolja az idő függvényében. Jelölje $v(t)$ és $a(t)$ a részecske sebességét, illetve gyorsulását a *t* pillanatban! A gyorsulás-idő grafikon ekkor az *a* függvény képe, ahol az első (*t*-)tengely vízszintes, a második tengely függőleges, és felfelé van irányítva. Figyelembe véve azt a konvenciót, hogy a vízszintes tengely alatt lévő minden terület negatív, a grafikon alatti terület a t_1 és t_2 időpont között $v(t_2) - v(t_1)$-vel egyenlő. (Itt az általános szokást követve elhagytuk az ***i*** egységvektort, mely az egyenes mentén a pozitív irányba mutat. A részecske sebessége és gyorsulása valójában vektormennyiség, értéke a *t* időpontban $v(t)\mathbf{i}$, illetve $a(t)\mathbf{i}$.)

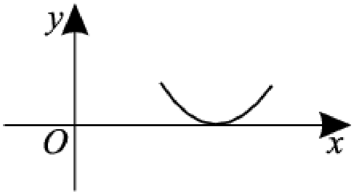
gyök

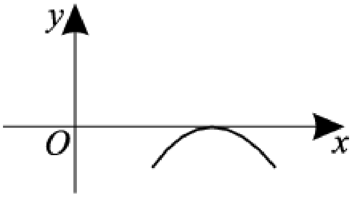
Legyen $f(x) = 0$ olyan egyenlet, amely tartalmazza az *x* ismeretlent. Az egyenlet **gyöke** az összes olyan *h* érték, amelyre $f(h) = 0$. Az ilyen értékeket az *f* függvény **nullahelyének** is szokták hívni. Némely szerző a „gyök” és a „nullahely” szavakat felcserélhetőnek tekinti.

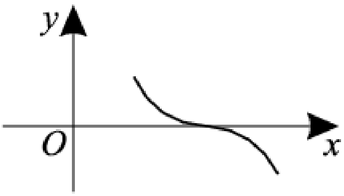
Ha $f(x)$ polinom, akkor $f(x) = 0$ polinomegyenlet. A gyöktényezős alak alapján *h* pontosan akkor gyöke ennek az egyenletnek, ha $x - h$ osztója $f(x)$-nek. A *h* szám egyszeres gyök, ha $x - h$ osztója, de $(x-h)^2$

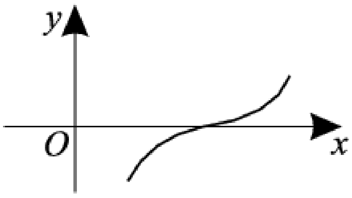
már nem osztója $f(x)$-nek; továbbá *h* *n*-szeres (vagy *n*-szeres **multiplicitás**ú) gyök, ha $(x-h)^n$ osztja $f(x)$ -t, de $(x-h)^{n+1}$ nem. Egy *n*-szeres gyököt, ahol $n \geq 2$ **többszörös gyök**nek hívunk.

Ha *h* az $f(x)=0$ polinomegyenlet kétszeres gyöke, akkor az $x=h$-hoz közel az *f* grafikonja ahhoz hasonló, mint az ábra első sorának egyik görbéje. Ha *h* háromszoros gyök, akkor a gráf úgy néz ki, mint a második sor valamelyik görbéje. A *h* érték legalább *n*-szeres gyök pontosan akkor, ha $f(h)=0, f'(h)=0, \ldots, f^{(n-1)}(h)=0$.









Ha α és β az $ax^2+bx+c=0$ másodfokú egyenlet gyökei, ahol $a \neq 0$, akkor $\alpha+\beta=-b/a$ és $\alpha\beta=c/a$. Ha α, β és γ az $ax^3+bx^2+cx+d=0$ harmadfokú egyenlet gyökei, ahol $a \neq 0$, akkor $\alpha+\beta+\gamma=-b/a$, $\beta\gamma+\gamma\alpha+\alpha\beta=c/a$ és $\alpha\beta\gamma=-d/a$. Hasonló eredmények vannak magasabb fokú polinomokra is.

gyökér

Lásd fa.

gyökjel

A $\sqrt{}$ jel a négyzetgyökökkel, köbgyökökkel és *n*-edik gyökökkel (*n* nagyobb értékeire) kapcsolatban használatos. A $\sqrt{a}$, $\sqrt[3]{a}$ és $\sqrt[n]{a}$ jelölés rendre az *a* szám négyzetgyökét, köbgyökét és *n*-edik gyökét jelenti. A jelölések megfelelő használatának részletesebb magyarázatához lásd négyzetgyök és *n*-edik gyök.

gyök multiplicitása

Lásd gyök.

gyöktelenít

Eltávolítja a gyököket egy kifejezésből vagy annak egy részéből, anélkül, hogy megváltoztatná az egész kifejezés értékét. Például az $1/(2-\sqrt{x})$ kifejezésben a nevező gyökteleníthető a számláló és a nevező $2+\sqrt{x}-$val való beszorzásával: $\frac{2+\sqrt{x}}{4-x}$. Megjegyzendő, hogy ha a fenti kifejezéseket *x* függvényének tekintjük, akkor a gyöktelenítés megváltoztathatja az eredeti kifejezés értelmezési tartományát.

gyöktényezős alak

Tétel. Legyen $f(x)$ polinom. Ekkor $x-h$ pontosan akkor osztója $f(x)$-nek, ha $f(h)=0$.

A tétel segítségével meghatározhatjuk polinomok gyöktényezőit. Például ha szeretnénk felírni a $2x^3+3x^2-12x-20$ polinom gyöktényezős alakját, először keressünk olyan lehetséges $x-h$ gyöktényezőket, ahol *h* egész szám. Szükségképpen *h* osztója 20-nak, tehát keressünk lehetséges *h* értékeket, és számoljuk ki $f(h)$-t. Például azt találjuk, hogy $f(-2)=-16+12+24-20=0$, így $x+2$ egy gyöktényező. Elosztva ezzel a polinomot, egy másodfokú polinomot kapunk, amely esetleg további tényezőkre bontható.

gyűrű

Halmaz két művelettel, melyeket gyakran összeadásnak és szorzásnak neveznek, különböző helyzetekben fordulnak elő a matematikában, és néha sok hasonló tulajdonságon osztoznak. Hasznos dolog felismerni ezeket a hasonlóságokat bizonyos közös jellemzők azonosításával. Tulajdonságok egy ilyen halmaza a gyűrű definíciójában van összegyűjtve: az *R* halmaz **gyűrű**, ha zárt az összeadás és a szorzás – szokásos módon jelölt – műveletére nézve, és ha teljesülnek az alábbiak:

1. minden *R*-beli a, b és *c*-re $a+(b+c)=(a+b)+c$,
2. minden *R*-beli *a* és *b*-re $a+b=b+a$,
3. van *R*-ben egy 0 elem, amelyre minden *R*-beli *a*-ra $a+0=a$,
4. minden *R*-beli *a*-hoz van olyan *R*-beli $-a$ elem, amelyre $a+(-a)=0$,
5. minden *R*-beli a, b és *c*-re $a(bc)=(ab)c$,
6. minden *R*-beli a, b és *c*-re $a(b+c)=ab+ac$.

A harmadik pontban garantált elem az összeadásra nézve neutrális elem. Megmutatható, hogy egy gyűrűben ez az elem egyértelmű, és minden *R*-beli *a*-ra fennáll, hogy $a0=0$, így rendszerint nulla elemnek hívjuk. Úgyszintén minden *a*-ra a negyedik pontban garantált $a+(b+c)=(a+b)+c$ egyértelmű, ennek neve: *a* ellentettje. A gyűrű **kommutatív gyűrű**, ha fennáll rá, hogy

- minden *R*-beli *a*-ra és *b*-re $ab=ba$, és **kommutatív egységelemes gyűrű**, ha még az is igaz, hogy
- van olyan nullától különböző elem, 1, amelyre $a1=a$, minden *R*-beli *a*-ra.

Ha bizonyos további tulajdonságokat is bevezetünk, akkor az integritási tartomány, illetve a algtest definícióját kapjuk. Tehát minden integritási tartomány és minden test gyűrű. További példák gyűrűkre (amelyek nem tartoznak az előbbi osztályokba) a 2×2-es valós mátrixok halmaza, az összes páros egész halmaza, mindegyik a megfelelő összeadással és szorzással. Egy másik példa gyűrűre $\mathbb{Z}_n$: a $\{0,1,2,\ldots n-1\}$ halmaz összeadással és szorzással modulo *n*.

Egy gyűrűt jelölhetünk $\langle R,+,\times\rangle$ -vel, egy másikat mondjuk $\langle R',\oplus,\otimes\rangle$ -val, ha szükséges megkülönböztetnünk az egyik gyűrűbeli műveleteket a másik gyűrűbeliektől. De elegendő egyszerűen az *R* gyűrűre hivatkozni, ha világos, hogy milyen műveletekkel akarunk dolgozni.

gyűrűk izomorfizmusa

Leg :omorfizmus olyan f bijektív leképezés az R-ről

$$\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (x \neq \pm 1),$$

$$\arccos'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (x \neq \pm 1),$$

$$\operatorname{arctg}'(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad \operatorname{arcctg}'(x) = -\frac{1}{1+x^2}.$$

halmazba, melyre minden $a, b \in R$ esetén $f(a+b) = f(a) \oplus f(b)$ és $f(a \times b) = f(a) \otimes f(b)$ teljesül. Ha két gyűrű között létezik izomorfizmus, akkor azt mondjuk, hogy **izomorfak**; ekkor szerkezetük lényegében megegyezik.

10. H

Haar Alfréd

(1885–1933) Magyar matematikus, topológikus csoportokon értelmezett mértékekkel foglalkozott, amivel lehetővé tette ezeken a struktúrákon az integrálást. Foglalkozott parciális differenciálegyenletekkel, variációszámítással és ortogonális sorokkal is.

Hadamard, Jacques

(1865–1963) Francia matematikus, aki 1896-ban (Charles de la Vallée Poussinnel egy időben igazolták, de tőle függetlenül) bizonyítást adott a prímszámtételre. Többek között foglalkozott variációszámítással és a funkcionálanalízis elemeivel is.

hajítási szög

Az a szög, amelyet egy elhajított részecske elhajításának iránya bezár a vízszintessel, tehát a részecske kezdősebessége és a vízszintes által bezárt szög.

hajlásszög

Lásd egyenesek hajlásszöge a síkon, egyenesek hajlásszöge a térben, síkok hajlásszöge, vektorok hajlásszöge.

hajlítónyomaték

Az eredő forgatónyomatéknak a pontban adott valamilyen felületelemmel párhuzamos összetevője, míg a merőleges összetevő a csavarónyomaték.

Hajós György

(1912–1972) Magyar geométer, legfontosabb munkája Minkowski sejtésének bizonyítása csoportelméleti eszközökkel. Kiválóan megírt könyvéből (*Brevezetés a geometriába*) nemzedékek tanultak.

haladvány

Olyan sorozat, amelyben minden elemet az előző elemből kapunk valamilyen szabály alapján, tulajdonképpen elsőrendű differenciaegyenlet. A legismertebb haladványok a számtani sorozat, a mértani sorozat és a harmonikus sorozat.

Halley, Edmond

(1656–1742) 1687-ben közzétette a déli égbolt csillagainak katalógusát. Vizsgálta a bolygók pályáit, és helyesen jósolta meg a róla elnevezett üstökös 1758-as visszatérését. 1693-ban kiadta a Breslaui (Boroszló, ma Wrocław) Halálozási Táblázatot, amely megvetette az alapját az életbiztosítási díjak és évjáradékok számításának.

Halley módszere

Az $f(x) = 0$ egyismeretlenes (egyváltozós) egyenlet megoldására szolgáló módszer, amely egy x_0 kezdeti értékből kiindulva a következő közelítéseket adja:

$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - \left(\frac{f(x_n)f''(x_n)}{f'(x_n)}\right)} \quad (n = 0, 1, 2, \ldots)$. Ez a módszer gyorsabban konvergál, mint a Newton-módszer, de az egyes iterációs lépések több számítást igényelnek, így egyikről sem állítható, hogy univerzálisan hatékonyabb lenne.

halmaz

Objektumok jóldefiniált összessége. Egy véges halmaz definiálható az elemeinek felsorolásával: $\{a, e, i, o, u\}$ az angol ábécé magánhangzóinak halmaza, $\{1, 2, \ldots, 100\}$ az első száz pozitív egész szám halmaza. Az összes pozitív egész szám halmaza jelölhető így: $\{1, 2, \ldots\}$. Halmazt úgy is definiálhatunk, hogy egy univerzális alaphalmazból kiválasztunk bizonyos tulajdonságú elemeket. így az egynél nagyobb valós számok halmaza $\{x | x \in \mathbb{R}, x > 1\}$ vagy $\{x : x \in \mathbb{R}, x > 1\}$, esetleg $\{x ; x \in \mathbb{R}, x > 1\}$ alakan adható meg, és ezek a definíciók így olvashatók: azoknak az *x*-eknek a halmaza, amelyek elemei a valós számok $\mathbb{R}$ halmazának és nagyobbak egynél. Ugyanezt a halmazt néha így is írják: $\{x \in \mathbb{R}, x > 1\}$.

halmazalgebra

Valamely *E* alaphalmaz összes részhalmazának halmaza (hatványhalmaza) zárt az $\cup$ (egyesítés) és a $\cap$ (metszet) kétváltozós és a ^{C} (komplementerképzés) egyváltozós műveletére. Az alábbiakban megadunk néhány tulajdonságot vagy törvényt, amelyek érvényesek *E* tetszőleges *A*,*B* és *C* részhalmazára.

1. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ és $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$, az asszociativitások;
2. $A \cup B = B \cup A$ és $A \cap B = B \cap A$, a kommutativitások;
3. $A \cup \emptyset = A$ és $A \cap \emptyset = \emptyset$, ahol $\emptyset$ az üres halmaz;
4. $A \cup E = E$ és $A \cap E = A$;
5. $A \cup A = A$ és $A \cap A = A$;
6. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ és $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$, a disztributivitások;
7. $A \cup A^C = E$ és $A \cap A^C = \emptyset$;
8. $E^C = \emptyset$és $\emptyset^C = E$;
9. $(A^C)^C = A$;
10. $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$ és $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$, a De Morgan-féle szabályok (azonosságok).

Az *E* halmaz részhalmazai a fenti műveletekkel és szabályokkal **halmazalgebrát** alkotnak. A számok algebrájával mutatott bizonyos hasonlóságok ellenére van néhány fontos és meglepő különbség is.

halmazcsalád

Olyan halmazt, amelynek elemei halmazok, szokás **halmazcsaládnak** vagy **halmazrendszernek** nevezni. Ilyen például egy tetszőleges halmaz hatványhalmaza.

halmazelmélet

A halmazok és a közöttük fennálló kapcsolatok tanulmányozása, amit Cantor kezdett kiépíteni.

halmazok egyenlősége

Az A és B halma $A \subset B$ ő, $B \subset A$ nazokból az elemekből állnak. $f(x)$ belátására jó módszer annak megmutatása, hogy és .

halmazok összege

Lásd halmazok egyesítése.

halmazrendszer

Lásd halmazcsalád.

Halmos Pál

(1916–2006) Magyarországon született amerikai matematikus, aki jelentős eredményeket ért el a funkcionálanalízisben, mértékelméletben, az ergodelméletben és az operátorelméletben is, de talán legismertebb arról a sokak által irigyelt, de kevesek által birtokolt képességéről, hogy kiváló matematikai tankönyveket tud írni.

hálózat

Olyan irányított gráf, amelyben minden élhez **súlyt** (rendszerint nemnegatív számot) rendelünk. Néhány alkalmazásban úgy lehet gondolni, hogy valami áramlik, vagy valamit szállítunk a hálózat pontjai (vagy **csomópontjai**) között, és az élhez rendelt súly adja meg annak „kapacitását”. Más esetekben a hálózat pontjai egy folyamat lépései, az élhez rendelt súly pedig az az idő, amelynek az él két végpontjának megfelelő lépés között el kell telnie.

hálózati folyam

Egy hálózat éleihez rendelt olyan nemnegatív számok halmaza, amelyek mindegyike kisebb vagy egyenlő, mint az illető él kapacitása, és amelyre teljesül, hogy minden pontból ugyanannyi megy ki, mint amennyi belép. Sok optimalizálási feladat jellemezhető olyan hálózatokkal, amelyekben a **hálózati folyamot** kell maximalizálni.

Hamilton, William Rowan

(1805–1865) írország legnagyobb matematikusa, aki legjelentősebb eredményeit a geometriai optikában érte el, amelynek általa véghezvitt elméleti megalapozása a kvantumelmélet előrejelzésével határos. Az általános mechanika terén is jelentőset alkotott. Matematikusként elsősorban a komplex számok algebrai elmélete, a kvaterniók bevezetése és a nemkommutatív algebrák alkalmazásai tették híressé. Csodagyerek volt, aki 13 éves korában állítólag 13 nyelven beszélt. 22 éves korában a Dublini Egyetem csillagászprofesszora és írország királyi csillagásza lett.

Hamilton-függvény

A klasszikus mechanikában alkalmazott függvény, amelynek segítségével leírható kényszereknek alávetett testek rendszerének mozgása. Ha a vizsgált rendszer teljes mechanikai energiája időben állandó, akkor a Hamilton-függvény értékét a rendszer helyzetét megadó általános koordináták és az azokhoz tartozó úgynevezett **kanonikus impulzusok** határozzák meg. A Hamilton-függvény segítségével egy f szabadsági fokú rendszer mozgása $2f$ számú elsőrendű differenciálegyenlettel – az úgynevezett **kanonikus egyenletekkel** – írható le.

Hamilton-gráf

A gráfelmélet egyik területe a gráfok bejárhatóságával foglalkozik, vagyis azzal a kérdéssel, hogy bejárható-e egy gráf az élei mentén úgy, hogy minden egyes pontba pontosan egyszer jutunk el. Ezzel kapcsolatban a következő definíciók használatosak. A **Hamilton-kör** olyan kör a gráfban, amely minden csúcsot pontosan egyszer tartalmaz. A gráf **Hamilton-gráf**, ha van benne Hamilton-kör. Az elnevezés onnan származik, hogy Hamiltont érdekelte, hogy egy dodekaéder gráfjában léteznek-e ilyen körök.

Hamilton-operátor

A kvantummechanikában alkalmazott önadjungált operátor, melynek segítségével leírható a mikrofizikai részecskék állapotának változása.

hamis negatív

Amikor azt ellenőrizzük, hogy egy egyed rendelkezik-e valamilyen jellemzővel, speciálisan például azt, hogy egy páciens rendelkezik-e egy betegséggel, és azt kapjuk, hogy nem, pedig valójában rendelkezik vele.

hamis pozitív

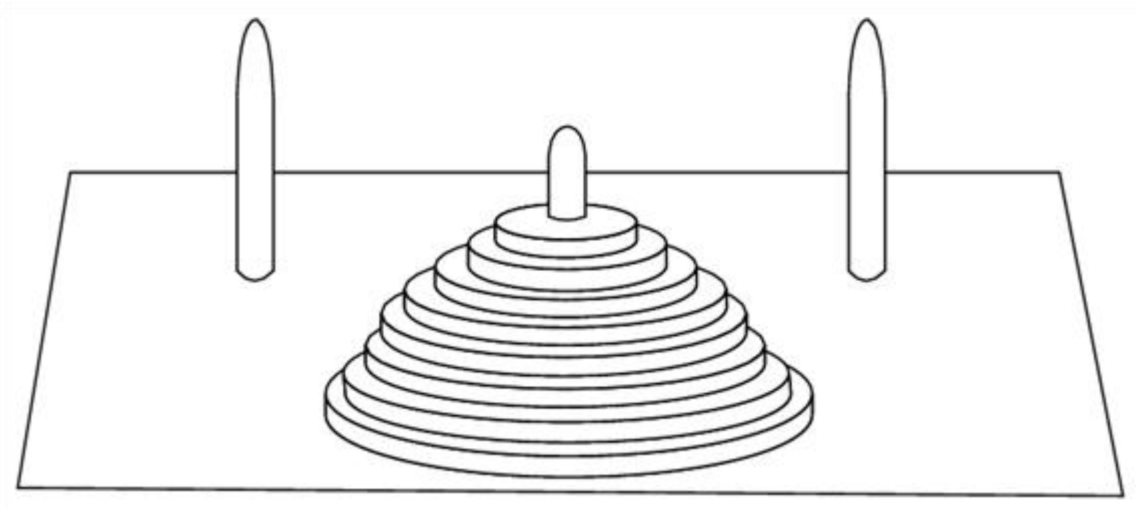
Amikor azt ellenőrizzük, hogy egy egyed rendelkezik-e valamilyen jellemzővel, speciálisan például azt, hogy egy páciens rendelkezik-e egy betegséggel, és azt kapjuk, hogy igen, pedig valójában nem rendelkezik vele.

Hamming-távolság

Két egyenlő hosszúságú karaktersorozat Hamming-távolsága azoknak a helyeknek a száma, amelyeknél a két sorozatban különböző karakterek állnak. Ha egy olyan karaktersorozatot kapunk, amelyik nem szerepel a szótárunkban, akkor ezt az ezzel azonos hosszúságú karaktersorozattal helyettesítjük, amelynek a kapott szótól való Hamming-távolsága a legkisebb. Vesd össze kódszavak távolsága.

Hanoi-torony

Képzeljünk el három rudat, melyek közül kettő üres, míg a harmadikra különböző méretű korongok vannak ráhelyezve, úgy, hogy nagyobb korong felett csak kisebbek vannak. A cél az, hogy helyezzük át az összes korongot valamelyik másik kiválasztott rúdra úgy, hogy minden lépésben csak egy korongot rakhatunk át, és semelyik közbenső állapotban sem fordulhat elő, hogy kisebb korongra nagyobb kerülne. A játék 8-korongos változatát 1883 óta Lucas találmányaként árulják, noha az ötlet sokkal régebbi. A Brahma tornya elrendezésben már 64 korong szerepel. A legenda szerint ezt papok rakosgatják, és amikor befejezik, elkövetkezik a világvége.



Ha t_n jelöli a legkevesebb lépésszámot, mellyel *n* korog áthelyezhető az egyik rúdról a másikra, akkor a $t_1 = 1$ és $t_{n+1} = 2t_n + 1$ rekurziót kapjuk, melynek megoldása $t_n = 2^n - 1$. A 8-korongos változat tehát legkevesebb 255, míg a Brahmatorony-változat minimum 18446744073709551615 lépésben oldható meg.

hányados

Lásd mértani sorozat.

hányados

Lásd maradékos osztás tétele.

hányadoskritérium

Az $\{a_n\}$ végtelen sorozat konvergenciájának vagy divergenciájának eldöntésére szolgáló kritérium. Ha $|\frac{a_{n+1}}{a_n}| \to k$, amint $n \to +\infty$, akkor, ha $k < 1$, a sorozat abszolút konvergens, ha pedig $k > 1$, a sorozat divergens. Ha $k = 1$, a hányadoskritérium nem megfelelő a sorozat konvergenciájának meghatározására.

haranggörbe

Lásd normális eloszlás.

hardware

Lásd számítógép.

Hardy, Godfrey Harold

(1877–1947) Angol matematikus, a cambridge-i matematikai élet egyik vezető alakja. Számos cikket írt a prímszámokkal, a számelmélet egyéb területeivel és az analízissel kapcsolatban, gyakran Littlewooddal együttműködve. Igen nagy érdeme Ramanujan felfedezése és támogatása. Szinte mulatságos, és (az *Egy matematikus védőbeszéde* című könyvecskéjében kifejtett) elvei ellen való, hogy nevét leginkább egy popoulációgenetikai szempontból fontos matematikai trivialitás, a Hardy–Weinberg-szabály révén ismerik.

Hardy–Weinberg-szabály

A genotípusok gyakoriságának megoszlása olyan populációban, ahol az egyedek véletlenszerűen párosodhatnak egymással. Abban az esetben, amikor csak két tulajdonságot tekintünk – legyenek ezek *A* és *B* –, melyek *p* és $1-p$ arányban fordulnak elő a populációban, az utódokban a három lehetséges génpár megjelenésének aránya egyszerű kombinatorikai megfontolások alapján meghatározható. Eszerint az *AA*, *AB* és *BB* pár megjelenésének aránya az első utódnemzedékben $p^2 : 2p(1-p) : (1-p)^2$.

harmadfokú egyenlet

Harmadfokú polinomegyenlet.

harmadik derivált

Lásd magasabb rendű derivált.

harmadik egységgyök

Olyan *z* komplex szám, melyre $z^3 = 1$. A három **harmadik egységgyök**: $1, \omega$ és ω^2, ahol

$$\omega := e^{i2\pi/3} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\omega^2 = e^{i4\pi/3} = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

ω a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

1. $\omega^2 = \overline{\omega}$ (lásd komplex szám konjugáltja),

2. $1 + \omega + \omega^2 = 0$.

hármas számrendszerbeli alak

Egy valós szám ábrázolása hármas számrendszerben.

hármasszorzat

Lásd vegyesszorzat és vektori hármasszorzat.

harmonikus

Sokszor arra utal, hogy valami a szinusz- és koszinuszfüggvények segítségével kifejezhető. **Harmonikus függvénynek** az olyan többváltozós, kétszer differenciálható függvényt nevezzük, amely eleget tesz a Laplace-egyenletnek.

harmonikus analízis

A matematikának az a területe, amely trigonometrikus függvények összegeként vagy integráljaként kifejezhető függvényekkel foglalkozik.

harmonikus haladvány

Lásd harmonikus sorozat.

harmonikus közelítés

Valamely részecske mozgásának közelítése egyszerűbbel, például az inga mozgásának közelítése egyszerű harmonikus rezgőmozgással.

harmonikus közép

Lásd közép.

harmonikus rezgőmozgás

Lásd egyszerű harmonikus rezgőmozgás.

harmonikus sor

Az $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$ sor **harmonikus sor**, ha $a_1, a_2, a_3, \ldots$ harmonikus sorozat. Leggyakrabban ezt a kifejezést az $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots$ sorra használják, melynek *n*-edik tagja $a_n = 1/n$. Ennél a sornál $a_n \to 0$, a sor azonban divergens („összege végtelen”), ugyanis ha s_n-nel jelöljük az első *n* tag összegét, akkor belátható, hogy $s_n \to +\infty$. Nagy *n* értékekre $s_n \approx \ln(n) + \gamma$, ahol γ az Euler–Mascheroni-féle állandó.

harmonikus sorozat

Olyan $a_1, a_2, a_3, \ldots$ sorozat, melyre $1/a_1, 1/a_2, 1/a_3, \ldots$ számtani sorozat. A leggyakrabban előforduló harmonikus sorozat az $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \cdots$ sorozat.

háromdimenziós tér

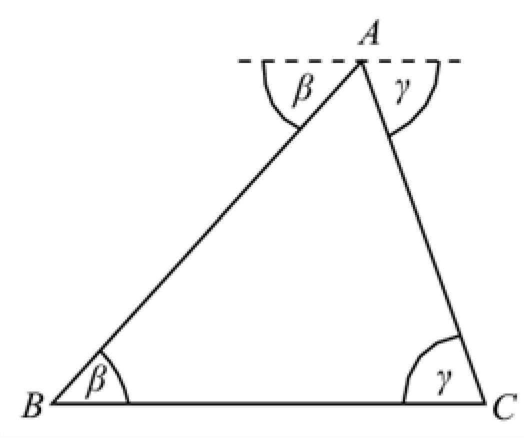
Az (x, y, z) Descartes-féle koordináták által definiált háromdimenziós tér.

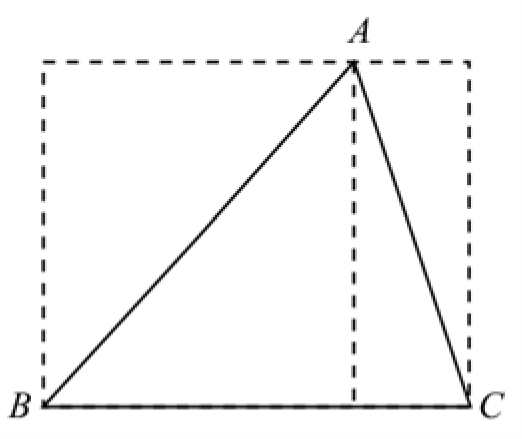
háromszoros gyök

Lásd gyök.

háromszög

Három csúcsú (vagy három élű) sokszög. A közönséges síkgeometriában a háromszög belső szögeinek összege $180°$, lásd a baloldali illusztrációt.





A jobboldali ábra átdarabolással azt mutatja be, hogy a háromszög területe a felrajzolt téglalap területének éppen a fele, azaz a háromszög területe kifejezhető a jól ismert „alap szorozva magasság osztva kettővel” képlettel.

Jelölje α, β és γ rendre az *a*, *b* és *c* oldallal szemközti szöget, ekkor fennállnak például az alábbi összefüggések.

1. A háromszög területe $\frac{1}{2}bc\sin(\alpha)$.
2. A **szinusztétel** szerint

   $$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} = 2R,$$

   ahol *R* jelenti a háromszög köré írt kör sugarát.
3. A **koszinusztétel** szerint $a^2 = b^2 + c^2 - 2c\cos(\alpha)$, vagy, átrendezve,

   $$\cos(\alpha) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}.$$

4. Héron képlete szerint: ha *s* jelöli a háromszög félkerületét, vagyis $s = \frac{a+b+c}{2}$, akkor a háromszög területe nem más, mint $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

háromszög alapja

Célszerű lehet a háromszög egyik oldalát **alapnak** tekinteni. Az alappal szemközti csúcspont ekkor a **tetőpont**, ennek távolsága az alaptól a háromszög **magassága**. Lásd még egyenlőszárú háromszög.

háromszög-egyenlőtlenség

Lásd háromszög-egyenlőtlenség komplex számokra, háromszög-egyenlőtlenség a síkon, háromszög-egyenlőtlenség vektorokra.

háromszög-egyenlőtlenség a síkon

A sík három tetszőleges A, B és *C* pontja esetén fennáll, hogy $|AC| \leq |AB| + |BC|$, másszóval, a háromszög két oldala hosszának összege nem lehet kisebb, mint a harmadik oldal hossza.

háromszög-egyenlőtlenség komplex számokra

Tetszőleges z_1, z_2 komple P_1, P_2 ok esetén fennáll, hogy $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ z_1, z_2 $z_1 + z_2$. Az elnevezést az magya $|OQ| \leq |OP_1| + |P_1Q|$, illetve Q pontja képviseli a , illetve komplex számokat, akkor .

háromszög-egyenlőtlenség vektorokra

Tetszőleges ***a*** és ***b*** vektorokra fennáll, hogy $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$, ahol az $|\cdot|$ abszolút érték a vektor hosszát jelenti. Ha a szereplő vektorok kétdimenziósak (vagyis síkvektorok), akkor az egyenlőtlenség éppen a sík pontjaira vonatkozó háromszög-egyenlőtlenséget fejezi ki.

háromszögelés

Egy pont helyzetének meghatározása oly módon, hogy megadjuk, két másik pontból milyen irányban látszik, tehát a három pont alkotta háromszög felhasználásával.

háromszög hozzáírt köre

Olyan kör, amely a háromszögön kívül fekszik, és érinti az egyik oldalt és a másik kettő meghosszabbítását. Egy háromszögnek három hozzáírt köre van. Minden hozzáírt kör középpontja az egyik csúcsnál lévő belső szög szögfelezőjének, illetve a másik két csúcsnál lévő külső szögek szögfelezőjének metszéspontjában van.

háromszög hozzáírt körének középpontja

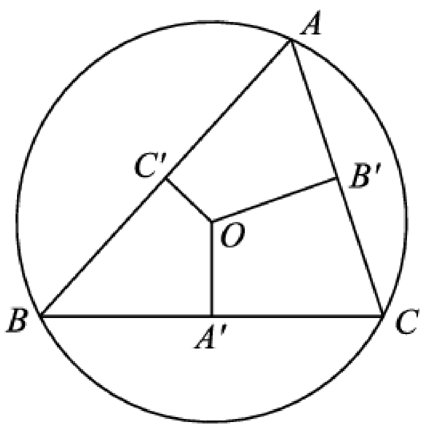
Lásd háromszög hozzáírt köre.

háromszög köré írt kör

A **háromszög köré írt kör** olyan kör, amely átmegy a háromszög csúcsain. A középpontja a háromszög köré írt kör középpontja.

háromszög köré írt kör középpontja

Az az O pont, amelyben a háromszög oldalaira állított felező merőlegesek metszik egymást: a háromszög köré írt kör középpontja.



háromszögmátrix

Olyan négyzetes mátrix, amely alsó- vagy felső háromszögmátrix. Egy mátrix **alsó**, (illetve **felső**) **háromszögmátrix**, ha a főátló felett (illetve alatt) minden eleme nulla.

háromszög súlypontja

Az ABC háromszög G **súlypontjának** geometriai definíciója: olyan pont, melyben a súlyvonalak metszik egymást. Ez a pont „a csúcstól mérve, kétharmadnyira van minden súlyvonalon”, például, ha a BC oldal felezőpontja A' , akkor $AG = 2GA'$. Ez a pont valójában az egyenletes sűrűségű háromszöglap tömegközéppontja. Ez a pont a tömegközéppontja a három olyan egyenlő tömegű pontszerű testből álló rendszernek is, amelyek a háromszög csúcsaiban helyezkednek el. Ha az *A*, *B* és *C* pontoknak a síkban a derékszögű koordinátái rendre (x_1, y_1), (x_2, y_2) és $(x_3, y_3))$, akkor *G* koordinátái:

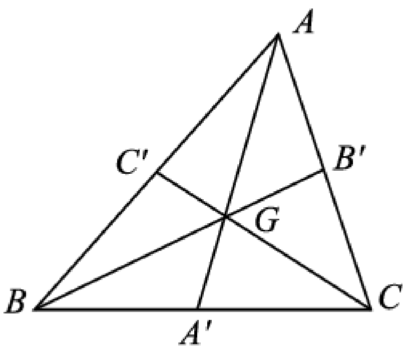
$$\left(\frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3), \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3)\right).$$

A háromdimenziós tér *A*, *B* és *C* pontjára a súlypont definíciója hasonló, ha ezek Decartes-féle koordinátái rendre (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) és (x_3, y_3, z_3), akkor a súlypontéi:

$$\left(\frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3), \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3), \frac{1}{3}(z_1 + z_2 + z_3)\right).$$

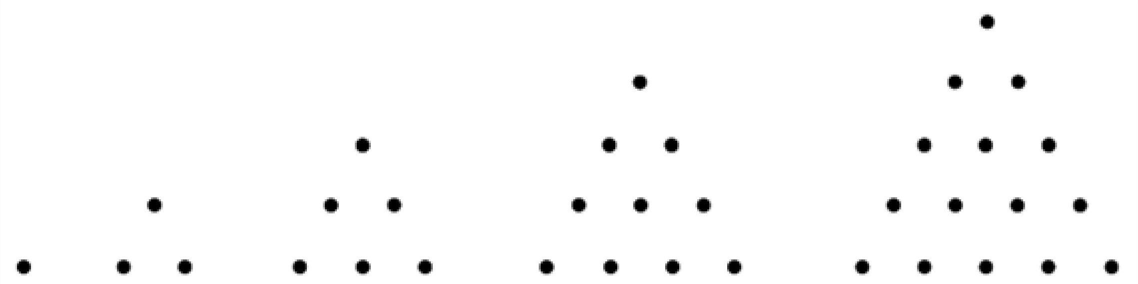
Ha *A*, *B* és *C* helyzetvektorai vektorai rendre $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ és ***c***, akkor *G* helyzetvektora

$$\frac{1}{3}(\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}).$$



háromszögszám

$\frac{1}{2}n(n+1)$ alakú egész szám, ahol *n* pozitív egész szám. Az első néhány háromszögszám tehát az $1, 3, 6, 10$ és 15. Az elnevezés oka az ábráról olvasható le.



háromtag

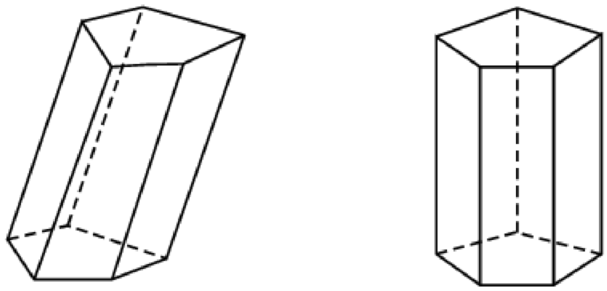
A háromtagú kifejezés vagy **háromtag** összevonás után három összeadandóból áll, például $a + b + c$ vagy $ax^2 + bx + c$ egyaránt háromtagú kifejezések.

háromváltozós reláció

Lásd reláció.

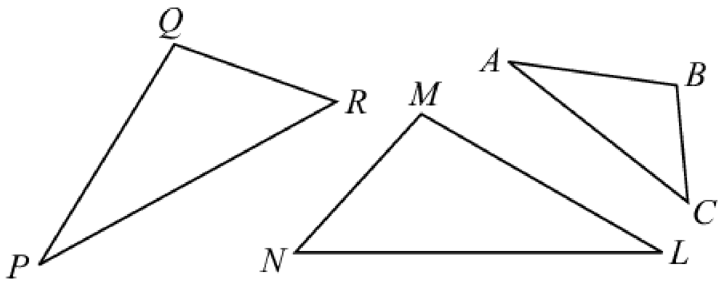
hasáb

Konvex poliéder két egybevágó konvex sokszöggel, mint alaplappal, amelyek párhuzamos síkokban fekszenek, és a megfelelő csúcsokat úgy kötik össze élek, hogy a kimaradó oldalak parallelogrammák. Egy **egyenes szabályos hasábban** a két alaplap szabályos sokszög és a kimaradó oldalak téglalapok. Az olyan egyenes szabályos hasábot, amelyben a derékszögű oldalak négyzetek, **félig szabályos hasábnak** nevezünk (lásd arkhimédészi test).



hasonló

Két geometriai alakzat **hasonló**, ha ugyanolyan alakúak, de nem feltétlenül ugyanakkora méretűek. Ez azt az esetet is magába foglalja, amikor az egyik a másik tükörképe, így az ábrán látható mindhárom háromszög hasonló. Két hasonló háromszög esetén csúcsaik megfeleltethetők egymásnak úgy, hogy a megfelelő szögek egyenlők, és a megfelelő oldalak aránya állandó. Az ábrán $A\measuredangle = P\measuredangle, B\measuredangle = Q\measuredangle, C\measuredangle = R\measuredangle,$ és $QR/BC = RP/CA = PQ/AB = 3/2.$



hasonló tagok

Polinomok rendezésénél az azonos változók azonos hatványából álló szorzatokat tartalmazó tagok együtthatóját összevonjuk. így például a $3x^2y + 6xy - 5xy^2 - 2xy$ kifejezésben a második és a negyedik tag hasonló, mert ugyanazon változók ugyankkora hatványkitevővel szerepelnek, ezért rendezés után ebből a $3x^2y + 4xy - 5xy^2$ kifejezést kapjuk.

hasznossági függvény

Olyan függvény, amely a lehetséges kimenetek esetén megadja a haszon nagyságát. Ha az egyes kimenetekre eloszlásfüggvény ismert, vagy megbecsülhető, akkor a várható haszon értéke kiszámítható.

haszon

Valamely tevékenység kimeneteléból vagy folyamán keletkezett nyereség, amelynek értéke negatív is lehet. Ha például egy olajkutató társaság egy vizsgálat során kimutatja egy területről, hogy onnan nem lehet olajat kinyerni, akkor a vizsgálat költségét negatív haszonnak tekinthetjük.

határ

Azon pontok halmaza, amelyek benne vannak egy halmaz lezártjában és a halmaz komplementerének lezártjában is. A nyílt, illetve zárt (a, b), illetve $[a, b]$ intervallumoknál a két határpont az *a* és *b* szám.

határeloszlás

Valószínűségi változók végtelen sorozatának határel $Y_n := \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$ ertebb példa erre a központi vagy centrális $\{X_i\}$ határeloszlás-tétel, amely azt mc $\mu := E(X_i)$ ha $\sigma^2 := D^2(X_i)$ getlen, azonos eloszlású $\frac{Y_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ nűségi változók sorozata várható értékkel és szórásnégyzettel, akkor $n \to +\infty$ eloszlása a standard normális eloszláshoz tart, ha .

határérték

Lásd bal oldali és jobb oldali határérték, függvény határértéke, sorozat határértéke.

határozatlan alak

Tegyük fel, hogy $\lim_a f = 0$ $\lim_a g = 0$. Ekkor azt mondjuk, hogy a $\lim_a \frac{f}{g}$ határérték **határozatlan alakú**, és ezt az alakot régebben szokás volt így jelölni: $0/0$. Előfordulhat azonban, hogy a fenti határérték valamilyen módszerrel, például a l'Hospital-szabállyal mégis meghatározható.

Ehhez hasonló esettel talákozunk akkor is, ha $\lim_a f = +\infty$ $\lim_a g = +\infty$, ekkor a $\lim_a \frac{f}{g}$ határérték ismét határozatlan alakú, régies jelöléssel $+\infty/+\infty$. Ha pedig $\lim_a f = 0$ $\lim_a g = +\infty$, ekkor a $\lim_a fg$ határérték $0 \times +\infty$ alakú.

határozatlan integrál

Lásd integrál.

határozatlansági reláció

Lásd Heisenberg-féle határozatlansági reláció.

határozott integrál

Lásd integrál.

hatékonyság

Lásd egyszerű gép.

hatékonyság

(statisztikai) Az *A* statisztika a ϑ paraméter hatékonyabb (efficiensebb) becslése, ha kisebb a szórásnégyzete. Lásd becslés.

hátizsákfeladat

A feladat arról szól, hogy egy ládába vagy hátizsákba különböző méretű dolgokat pakolunk bele figyelembe véve, hogy mindegyik tárgynak valamilyen értéke is van, és célunk az, hogy maximalizáljuk a berakott tárgyak összértékét. Számos korlátozott forráselosztási probléma modellezhető ezzel a feladattal a pénzügyben, az időbeosztáásnál, a munkaerő szétosztásánál stb. Egy megoldási módszer a feladatra a szétválasztás és korlátozás módszere.

hatótávolság

Egy lövedék **hatótávolsága** a kilövés helyének és a becsapódás helyének távolsága.

hátramutató differencia

Legyen az egyenlő közű $\frac{dv(t)}{dt} = 3t^2 + 4t - kv(t)$ $(i = 1, 2, \ldots)$ osztópontokban az f függvény értéke $f_i := f(x_i)$ $(i = 0, 1, 2, \ldots)$, akkor a **hátramutató differencia** definíciója:

$$f_i - f_{i-1} = f(x_i) - f(x_{i-1}) \quad (i = 1, 2 \ldots).$$

hat σ szabály

A minőségellenőrzés egyik alapvető elve, ami onnan ered, hogy normális eloszlás esetén annak a valószínűsége, hogy a változó értéke a várható értéktől a szórás hatszorosánál jobban eltér, kisebb mint 1 a $250\ 000$-hez. Más szavakkal: ahhoz, hogy egy termelési folyamatban a tolerancia hat σ legyen, a selejtaránynak kisebbnek kell lennie, mint 1 a $250\ 000$-hez.

hatvanas

Számrendszer; az idő beosztása órákra, percekre, másodpercekre, és a szögek beosztása fokokra, percekre és másodpercekre a (babilóniai eredetű) hatvanas számrendszert veszi alapul.

hatvány

Lásd mátrix hatványa, valós szám hatványa.

hatványhalmaz

Az *S* halmaz összes részhalmazának halmaza *S* **hatványhalmaza**, $\mathcal{P}(S)$ jelöli. Tegyük fel, hogy *S*-nek *n* eleme van: $a_1, a_2, \ldots, a_n$, valamint legyen *A* *S* részhalmaza. Az *S* halmaz minden egyes a_i elemére két eset lehetséges: vagy $a_i \in A$ vagy $a_i \notin A$. Az összes *n* elemet figyelembe véve összesen 2^n lehetőséghez jutunk. így *S*-nek 2^n részhalmaza van; vagyis $\mathcal{P}(S)$-nek 2^n eleme van. Ha $S = \{a, b, c\}$, a $\mathcal{P}(S)$ hatványhalmaz $8(= 2^3)$ eleme: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$ és $\{a, b, c\}$.

hatványhalmaz számossága

Bármely halmaz összes részhalmazának halmaza nem feleltethető meg kölcsönösen egyértelműen a halmaz elemeivel. Ennek következménye, hogy bármely halmaz hatványhalmazának több eleme van, mint magának a halmaznak, ennélfogva sokféle végtelen számosság létezik.

hatványoz

Egy számot hatványra emel.

hatványozás

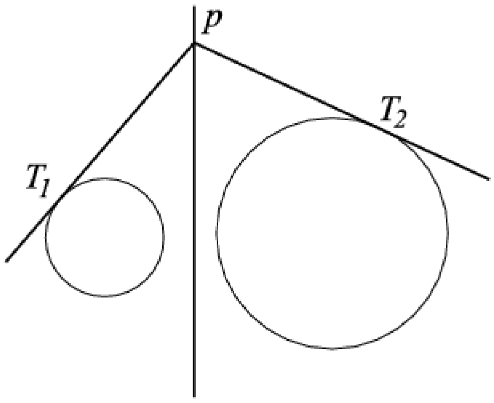
A hatványozást (pozitív egész kitevő esetén) úgy végezzük, hogy az alapot önmagával megszorozzuk a kitevő által megadott számszor, így $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ és $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

hatványsor

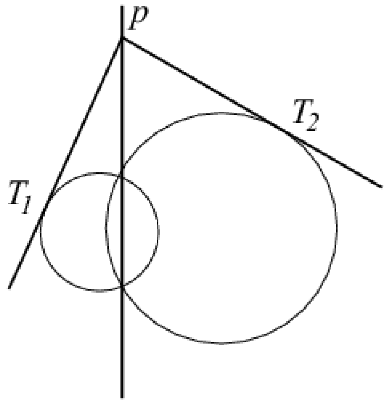
Az *x* emelkedő hatványaiból az $a_0, a_1, a_2, \ldots$ együtthatókkal képzett $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots + a_n x^n + \ldots$ függvénysor hatványsor *x*-ben. Például, az $1 + x + x^2 + \cdots + x^n + \ldots$ mértani sor hatványsor; ennek az összege pontosan akkor véges (lásd sor), ha $-1 < x < 1$. Hatványsorokra vonatkozó további példák a 4. Függelékben találhatók. Vegyük észre, hogy meg kell mondani, hogy *x* mely értékeire vesszük a sor összegét; ez a helyzet minden hatványsorral.

hatványvonal

Két kör **hatványvonala** az az egyenes, amely tartalmaz minden olyan *P* pontot, amelytől a körökhöz húzott érintők hossza megegyezik. Mindkét lenti ábra egy-egy *P* pontot mutat a hatványvonalon, továbbá olyan érintőket, amelyek a köröket a T_1 és a T_2 pontban érintik, ahol $PT_1 = PT_2$. Ha a körök két pontban metszik egymást, ahogy a jobb oldali ábrán, akkor a hatványvonal a két metszésponton átmenő egyenes lesz. Ebben az esetben a hatványvonal néhány pontja a körökön belül lesz, amelyektől nem tudunk érintőt húzni a körökhöz. Az $x^2 + y^2 + 2g_1 x + 2f_1 y + c_1 = 0$ és a $x^2 + y^2 + 2g_2 x + 2f_2 y + c_2 = 0$ egyenletű körök esetén a hatványvonal egyenlete $2(g_1 - g_2)x + 2(f_1 - f_2)y + (c_1 - c_2) = 0$.



(a)



(b)

Hausdorff, Felix

(1868–1942) Német zsidó matematikus, aki meghatározó módon hozzájárult a topológiához és a metrikus terek elméletéhez. A második világháborúban családjával együtt öngyilkosságot követtek el, hogy a szörnyűséges koncentrációs tábort elkerüljék.

Hawking, Stephen William

(1942–) Brit elméleti fizikus és alkalmazott matematikus, a Cambridge-i Egyetem „Lucas” matematikaprofesszora. Felnőtt életének nagy részét súlyos mozgatóideg-betegséggel élte le, de ennek ellenére Nagy Britannia egyik leghíresebb tudósává vált, és a kozmológia népszerű kifejtését tartalmazó könyve, mely **Az idő rövid története** címen jelent meg, minden idők egyik legnagyobb példányszámban kiadott tudományos műve lett. Főbb tudományos eredményei a fekete lyukak természetének megértéséhez járulnak hozzá. Kimutatta, hogy a fekete lyukak kibocsáthatnak sugárzást, és hogy léteznek parányi méretű, de óriási tömegű mini-feketelyukak, melyeknek gravitációs vonzása az általános relativitáselmélet segítségével, méretük pedig a kvantummechanika segítségével vizsgálható. 1988-ban Roger Penrose-zal megosztva fizikai Wolf-díjat kapott.

Hawthorne-effect

Az a jelenség, amikor egy kísérlet résztvevői a kísérletben a szokványostól eltérő módon viselkednek, mert tudják, hogy kísérletben vesznek részt.

hegyesszög

A derékszögnél kisebb szög. A háromszög **hegyesszögű**, ha összes szöge hegyesszög.

Heisenberg, Werner Karl

(1901–1976) Német elméleti fizikus, aki megkezdte azt a munkát, amelyből később a kvantummechanika kinőtt, és akit ezért 1932-ben fizikai Nobel-díjjal tüntették ki. Leginkább a Heisenberg-féle határozatlansági relációról ismert.

Heisenberg-féle határozatlansági reláció

Werner Heisenberg által 1927-ben felállított kvantummechanikai elv, mely szerint lehetetlen egy részecske helyét és impulzusát egyidejűleg meghatározni.

hektár

A földterület méréséhez használt egység, 1 hektár = 10 000 m^2. Jele: ha.

helyettesítés

Egy kifejezés vagy egy egyenlet valamely része helyébe egy másik, vele egyenlőnek a beírása. Ez magába foglalja azt az esetet is, amikor egy képlet kiszámításához a változókat numerikus értékükkel helyettesítjük. Lásd még: integrálás.

helyettesítések csoportja

Lásd permutációcsoport.

helyettesítéses integrálás

Lásd integrálás.

helyettesítő kapcsolás

Egy áramköri elem **helyettesítő kapcsolása** olyan áramköri elem, mely az eredetitől a „külvilág” szempontjából megkülönböztethetetlen, azaz ha $\Phi = \Phi^*$, ahol $\Phi(u_1, u_2, \ldots, u_n, i_1, i_2, \ldots, i_n) = 0$ az eredeti n-pólusú áramköri elem karakterisztikája, $\Phi^*(u_1, u_2, \ldots, u_n, i_1, i_2, \ldots, i_n) = 0$ a helyettesítő kapcsolás karakterisztikája, ahol $u_1, u_2, \ldots, u_n$ az egyes pólusok feszültségei egy referenciponthoz képest, $i_1, i_2, \ldots, i_n$ pedig az egyes pólusokon folyó áramok rögzített mérőiránnyal.

helyi érték

Egy olyan számábrázolási rendszer alapjának hatványa, amely a helyiértékes jelölést használja.

helyiértékes jelölés

Számok sorozatba rendezett számjegyekkel való ábrázolásának olyan rendszere, ahol mind a számjegyet, mind annak helyét ismernünk kell az érték meghatározásához. Például 5 az 53 számban ötvenet jelöl, mivel a tízes helyértéknél szerepel, de 5 a 35 számban csak 5 egység. Ma a bináris és a decimális a két leggyakrabban használt helyiértékes rendszer.

helyvektor

Tegyük fel, hogy az *O* pont az origó (a síkban vagy a háromdimenziós térben). Bármely adott *P* pontra, a ***p*** **helyvektor** az $\overrightarrow{OP}$ irányított egyenesszakasszal reprezentált vektor. Azon szerzők, akik $\overrightarrow{OP}$-t vektornak mondják, $\overrightarrow{OP}$-t a *P* pont helyvektorának nevezik.

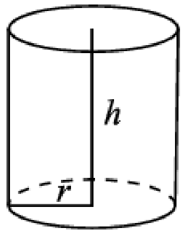
A mechanikában egy részecske *t* időpontbeli helyvektorát gyakran $\mathbf{r}(t)$ jelöli, ami megadja a részecske helyét, ahogyan az mozog. Ha Descartes-féle koordinátákat használunk, akkor $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, ahol *x*,*y* és *z* az idő függvényei.

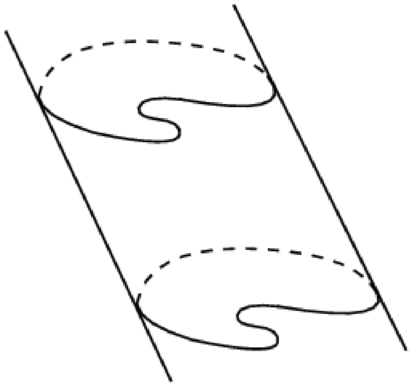
helyzeti energia

Lásd potenciális energia.

henger

Elemi munkákban egy – mondjuk, a tengelyével függőlegesen álló – hengert egy kör alakú alaplap, egy ezzel egybevágó fedőlap, és egy $r^2h\pi$eket összekötő szakaszokból á$2rh\pi$bült felület alkotja. Egy *r* sugarú, *h* magasságú henger térfogata , a görbült felület felszíne pedig .

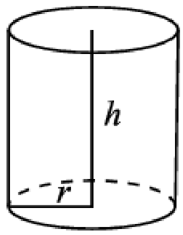


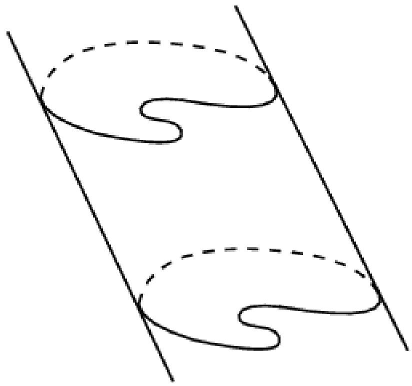


A magasabb matematikában: ha egy síkbeli, zárt görbe minden pontján át párhuzamost (ezek az **alkotók**) húzunk egy olyan egyenessel, mely a görbe síkjával nem párhuzamos, akkor egy végtelen hengerfelület keletkezik. Ha ezt a felületet az eredetileg adott síkkal és egy ezzel párhuzamos síkkal elmetsszük, akkor **hengert** kapunk. Ha a zárt görbe körvonal, és az alkotók merőlegesek a kör síkjára, akkor **egyenes körhengerről** beszélünk. Egy egyenes körhenger **tengelye** a kör középpontján átmenő és az alkotókkal párhuzamos (tehát a kör síkjára merőleges) egyenes.

hengerkoordináták

Tegyük fel, hogy a koordináta-rendszert a páronként merőleges *Ox,Oy* és *Oz* egyenesek alkotják, melyek az *O* pontban metszik egymást, és jobbsodrású rendszert alkotnak. Tetszőleges *P* pontra legyen *P* vetülete az *xy*-síkra és a *z*-tengelyre *M* és *N*. Ekkor $ON = PM = z$ a *P* pont *z* koordinátája. Legyen $\varrho := |PN|$ a *P* pont *z*-tengelytől vett távolsága, és legyen φ az $xOM\measuredangle$ szög radiánban $(0 \leq \varphi < 2\pi)$. Ekkor (ϱ, φ, z) a *P* pont **hengerkoordinátái**. (Vegyük észre, hogy a *z*-tengely pontjaira φ nincs egyértelműen meghatározva.) A (ϱ, φ) pár tekinthető úgy, mint *M* polárkoordinátákban adott koordinátái, és mint ahogy az polárkoordinátáknál szokásos, φ helyett $\varphi + 2k\pi$ is írható, ahol *k* egész szám.





A P pont (x,y,z) Descartes-féle koordinátái a (ϱ,φ,z) koordinátákból így kaphatók meg: $x=\varrho\cos(\varphi),\ y=\varrho\sin(\varphi),\ z=z$. Megfordítva, az (x,y,z) Descartes-féle koordinátákból a hengerkoordináták a következőképpen kaphatók: $\varrho=\sqrt{x^2+y^2}$, φ -re az igaz, hogy $\cos(\varphi)=x/\sqrt{x^2+y^2}$ és $\sin(\varphi)=y/\sqrt{x^2+y^2}$ és $z=z$. A hengerkoordináták jól használhatók hengerszimmetrikus problémák kezelésénél. Az az egyenes körhenger, melynek tengelye a *z*-tengellyel egybeesik, a ϱ=állandó egyenletnek tesz eleget.

henger tengelye

Lásd henger.

Hermite, Charles

(1822–1901) Francia matematikus, aki algebrával és analízissel foglalkozott. 1873-ban bebizonyította, hogy *e* transzcendens szám. Nevezetes az a tétele is, mely szerint az általános ötödfokú egyenlet elliptikus függvények segítségével megoldható.

Hérón

(I. sz. I. század) Görög tudós, aki érdeklődött az optika, a mechanikai találmányok és a gyakorlatban alkalmazható matematika iránt. Régen elveszett könyve, a *Metrica*, amelyet 1896-ban találtak meg, tartalmaz példákat területmérésre, megmutatva, hogyan számítsuk ki szabályos sokszögek területét vagy különböző poliéderek térfogatát. A könyv tartalmazza a Hérón-képlet legrégebbi ismert bizonyítását is.

Hérón-képlet

Lásd háromszög.

Hérón-módszer

Iterációs eljárás egy szám négyzetgyökének a meghatározására. Ha $\sqrt{k}$ értékét szeretnénk kiszámítani, akkor egy x_0 kezdeti értékből kiindulva az $x_{n+1}=\frac{\left(x_n+\frac{k}{x_n}\right)}{2},\quad (n=0,1,2,\dots)$ rekurzióval definiált sorozat *k* négyzetgyökéhez fog konvergálni. Például 5 négyzetgyökének kiszámításához a 2 kezdeti értékből kiindulva azt kapjuk, hogy $x_1=\frac{2+2.5}{2}=2.25,\quad x_2=2.23611111\dots,\quad x_3=2.236067978\dots,\quad x_4=2.236067978\dots$ és $\sqrt{5}=2.236067978\dots$. Ez az eljárás már a harmadik iterációs lépésnél nagy pontosságú közelítést ad.

hertz

A frekvencia SI mértékegysége, rövidítve Hz. Egy ciklikus mozgás (például rezgés) 1 hertz frekvenciájú, ha egy másodperc alatt egy ciklus zajlik le.

heteroszkedasztikus

Lényegében azt jelenti, hogy valamilyen értelemben különböző szórásnégyzetű. Például valahány valószínűségi változó szórásnégyzete különböző. Két- vagy többdimenziós valószínűségi vektorváltozókra gondolva jelentheti, hogy a függő változó szórásnégyzete változik, ahogy a független változó változik, például mert a változékonyság arányos a valószínűségi változó méretével.

heurisztikus

Olyan problémamegoldási módszer, amely azon alapul, hogy a megoldandó problémához (amelyre nincs algoritmus) hasonlókat tapasztalatból már ismerünk. Jó heurisztikus eljárások alkalmazásával lerövidíthetjük a problémamegoldáshoz szükséges időt azáltal, hogy felismerjük, mely lehetséges megközelítések sikertelenek. A heurisztika fogalmát Pólya György tette ismertté a széles nagyközönség számára *A gondolkodás iskolája* című könyvében, amelynek második angol kiadása 1957-ben jelent meg, és amelyet még fél évszázaddal később is kiadtak.

hexa-

Szóösszetételek előtagjaként a vele összetett fogalomnak a hatszorosát jelenti; hat-.

hexadecimális számábrázolás

A **tizenhatos (alapú) számrendszer** 16 számjegyet tartalmaz, ezek a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F; ahol a betűk a 10, 11, 12, 13, 14, 15 tízes számrendszerbeli (decimális) számoknak felelnek meg. Például a 712 decimális szám hexadecimális alakja a következő:

$$712 = 2 \times 16^2 + 12 \times 16^1 + 8 \times 16^0 = (2\mathrm{C}8)_{16}.$$

A kettes alapú (bináris) és a tizenhatos alapú számrendszer közötti átváltás különösen egyszerű: a kettes számrendszerben felírt számban jobbról kezdve négyesével csoportosítva a számjegyeket, az így kapott blokkok megfeleltethetők egy-egy tizenhatos számrendszerbeli számjegynek, és fordítva, például

$$(101101001001101)_2 = (101\ 1010\ 0100\ 1101)_2 = (5\mathrm{A}4\mathrm{D})_{16}.$$

Nemcsak az egész, hanem a valós számok is felírhatók hexadecimális alakban, ahol a „tizenhatodospont” után hexadecimális számjegyeket használunk, hasonlóan a valós számok tízes számrendszerbeli alakjához. A hexadecimális jelölésmódnak fontos szerepe van a számítástechnikában, mert könnyen átalakítható bináris jelöléssé, de tömörebb és könnyebben olvasható.

hexaéder

Hat síklappal határolt test. Szabályos hexaéder a kocka. Lásd szabályos test.

hiányos szám

Olyan egész szám, amely nagyobb, mint pozitív osztóinak összege, önmagát nem beleértve. Minden prímszám ilyen a definícióból adódóan, valamint minden prímhatvány is. További példa a 10 szám, melynek osztói *1,2,5,* ezek összege $8 < 10$. Vesd össze bővelkedő szám.

hiba

Legyen *x* az *X* pontos érték becslése. Egyes források $X - x$ kifejezéssel definiálják a hibát; például, ha 1.9-del közelítjük 1.875-öt, akkor a hiba -0.025. Egy másik definíció szerint a hiba $x - X$. A fenti definíciók bármelyike megenged pozitív és negatív hibát egyaránt. Megint más források az $|X - x|$ definíciót használják, ekkor a hiba nyilván mindig nagyobb vagy egyenlő nulla. Ha meg akarjuk különböztetni a relatív hibától, akkor **abszolút hibának** hívjuk a fenti mennyiséget.

hibajavító és hibajelző kód

Egy kódot **hibajelzőnek** mondunk, ha egy kódszóban meghatározott számúnál kevesebb hiba bekövetkezése olyan szót eredményez, ami nem kódszó, így a vevő tudni fogja, hogy hiba következett be az átvitel során. Egy kód **hibajavító**, ha hibás kódszó vétele esetén meghatározható az adó által kibocsájtott eredeti kódszó. A hibajavító kódok csak meghatározott számú hibánál kevesebb hibát képesek kijavítani. Lásd még kódszavak távolsága.

hidrodinamika

A mechanikának az a területe, amely mozgásban lévő folyadékokkal foglalkozik.

hidrosztatika

A mechanikának az a területe, amely nyugalomban lévő folyadékokkal foglalkozik.

Hilbert, David

(1862–1943) Német matematikus, a XX. századi elméleti matematika egyik megteremtője, akinek fontos szerepe volt a XX. század matematikáját uraló formalista matematikai filozófia kialakításában. Königsbergben (ma Kalinyingrád) született; 1895-ban lett professzor Göttingában; élete hátralévő részében ott is maradt. Meghatározó módon járult hozzá a formalizmus kialakításához 1899-ben megjelent (ábrát nem tartalmazó!) *Grundlagen der Geometrie (A geometria alapjai)* című könyve, amely megfelelő axiomatikus alapokra helyezte a geometriát szemben Eukleidész intuitív „axiomatizálásával". Jelentősen hozzájárult a matematikai analízis fejlődéséhez is. Az 1900-as nemzetközi matematikai kongresszuson azzal nyitotta meg az új évszázadot, hogy közzétette 23 híres problémáját – olyan problémákról van szó, melyekkel a matematikusok azóta is foglalkoznak, és amelyek az eltelt évszázad kutatásainak jelentős részét generálták. (V. ö. Neumann János problémáival.) Hilbertet éppen ezért elsősorban szigorú elméleti matematikusként tartják számon, de ő volt az elnöke a híres göttingai atomfizikai szemináriumnak is, amely nagy befolyással volt a kvantumelmélet fejlődésére.

Hilbert-féle paradoxon

A paradoxont D. Hilbert a megszámlálhatóan végtelen halmazok természetének illusztrálására készítette. Ilyen érdekes tulajdonsága a megszámlálhatóan végtelen halmazoknak például az, hogy a 0 és 1 közötti racionális számok száma egyenlő az összes racionális szám számával. A paradoxon a következő: képzeljük el, hogy egy szállodában végtelen sok szoba van, és ezek mindegyike foglalt. Ha egy új vendég érkezik, akkor ez a vendég elszállásolható úgy, hogy minden vendéget megkérünk, költözzön az eggyel nagyobb sorszámú szobába, így az első szoba az új érkező számára felszabadul. Ha végtelen sok vendég érkezne, őket is el lehetne szállásolni, mégpedig úgy, hogy megkérünk minden vendéget, költözzön abba a szobába, melynek száma az ő szobaszámának kétszerese. Ezáltal végtelen sok páratlan sorszámú szoba maradna üresen az új érkezők számára.

Hilbert-tér

A $\langle \cdot, \cdot \rangle$ skaláris szorzattal ellátott *H* vektortér **Hilbert-tér**, ha teljes metrikus tér a $||f|| := \sqrt{\langle f, f \rangle} \quad (f \in H)$ normával.

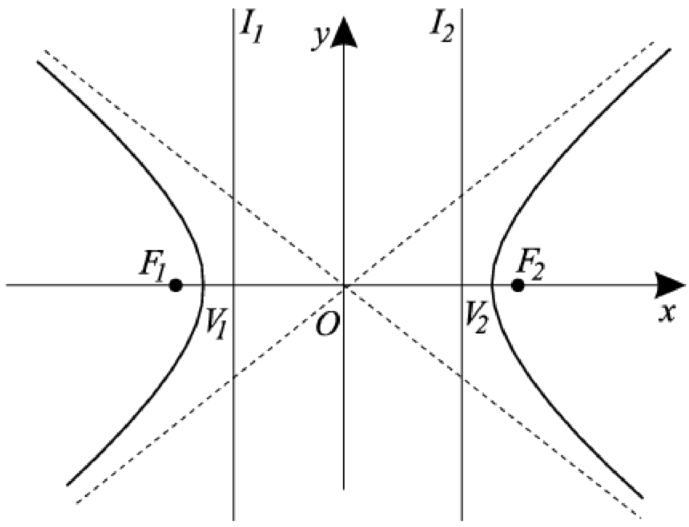
Hilbert tizedik problémája

A D. Hilbert által kitűzött feladat úgy szól, találjunk algoritmust annak meghatározására, hogy egy adott diophantoszi egyenletnek létezik-e megoldása. 1970-ben Y. Matijaszevics bebizonyította, hogy nem létezik ilyen algoritmus.

hiperbola

Olyan kúpszelet, melynek excentricitása 1-nél nagyobb. A hiperbola definiálható úgy, mint azon *P* pontok halmaza a síkban, amelyeknek egy rögzített F_1 ponttól (a **fókusztól**) mért távolsága ε-szorosa egy adott e_1 egyenestől (**vezéregyenes** vagy **direktrix**) mért távolságuknak. Belátható, hogy ekkor létezik a síkban egy olyan F_2 pont és e_2 egyenes, hogy ha ezeket tekintjük fókusznak és vezéregyenesnek, akkor szintén az előző ponthalmazt kapjuk. A hiperbola továbbá olyan kúpszelet is, amelyet egy kettős kúpból olyan metszetként kapunk, amelyik két különálló részből áll.

Az F_1 és F_2 pontokon átmenő egyenes a **valós tengely**, amely a hiperbolát a V_1 és V_2 **tengelypontokban** (**csúcspontokban**) metszi. A $|\overrightarrow{V_1V_2}|$ hosszt rendszerint *2a*-val jelöljük, *a* a **valós féltengely**.



A $\overrightarrow{V_1V_2}$ szakasz felezőpontja a hiperbola **középpontja**, az ezen átmenő, a valós tengelyre merőleges egyenes pedig a **képzetes egyenes**. A hiperbola két különálló részét a hiperbola ágainak nevezzük. Annak ellenére, hogy a hiberbolaágak nem metszik a képzetes tengelyt, (az ellipszishez hasonlóan) itt is célszerű tekinteni a $(0, -b)$ és a $(0, b)$ pontokat a képzetes tengelyen, ahol a $b > 0$ számra (ami a **képzetes féltengely**) $b^2 = a^2(\varepsilon^2 - 1)$, azaz $\varepsilon^2 = 1 + b^2/a^2$.

A hiperbola tulajdonságainak vizsgálatánál érdemes olyan koordináta-rendszert felvenni, melynek origója a hiperbola középpontja, az első (*x*-)tengely pedig a valós tengely. Ekkor a fókuszok koordinátái $(a\varepsilon, 0)$ és $(-a\varepsilon, 0)$, a vezéregyenesek egyenlete $x = a/\varepsilon$ és $x = -a/\varepsilon$, a hiperbola egyenlete pedig

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Használatos az $x(\vartheta) := a\sec(\vartheta), y(\vartheta) := b\,\mathrm{tg}(\vartheta) \quad (0 \leq \vartheta < 2\pi, \vartheta \neq \pi/2, 3\pi/2)$ paraméterezés is. Hasonló paraméteres megadás még: $|\overrightarrow{V_1V_2}|$ (lásd hiperbolikus függvények), de ezek csak a hiperbola egyik ágát adják meg.

Az $y^2/a^2 - x^2/b^2 = 0$ egyenletű parabolának két aszimptotája van, ezek egyenlete $y = (b/a)x$ és $y = (-b/a)x$. A hiperbola alakját az excentricitás határozza meg, vagy ami ezzel egyenértékű, a b/a arány. Abban az esetben, amikor $\varepsilon = \sqrt{2}$, azt kapjuk, hogy $b = a$. Ekkor az aszimptoták merőlegesek egymásra, a hiperbola pedig derékszögű hiperbola.

hiperbola ága

A hiperbola két elkülönülő részét a hiperbola két **ágának** hívjuk.

hiperbolikus függvények

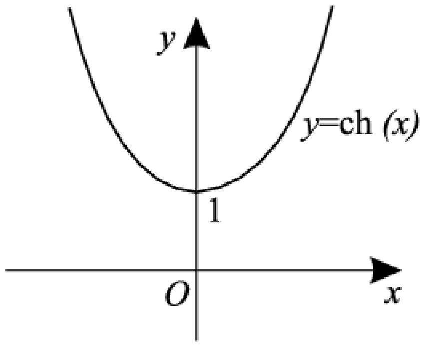
A következő valós-valós (vagy akár komplex-komplex) függvényeket nevezzük így:

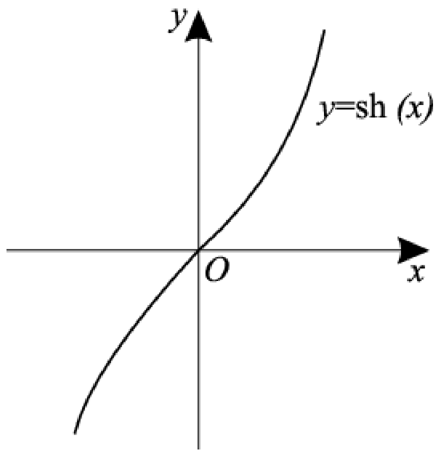
$$\begin{array}{llllll} \mathrm{ch}(x) & = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}), & \mathrm{sh}(x) & = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}), & & \\ (x) & = \frac{\mathrm{sh}(x)}{\mathrm{ch}(x)}, & \mathrm{cth}(x) & = \frac{\mathrm{ch}(x)}{\mathrm{sh}(x)} & & (x \neq 0), \\ \mathrm{sech}(x) & = \frac{1}{\mathrm{ch}(x)}, & \mathrm{cosech}(x) & = \frac{1}{\mathrm{sh}(x)} & & (x \neq 0 \end{array}$$

$x(t) := a\,\mathrm{ch}(t), y(t) := b\,\mathrm{sh}(t) \quad (t \in \mathbb{R})$ hiperbola egy ágának paraméteres megadása felírható alakban. A hiperbolikus függvényekre hasonló tulajdonságok teljesülnek, mint a trigonometrikus függvényekre, csak az előjeleknél van különbség. Például:

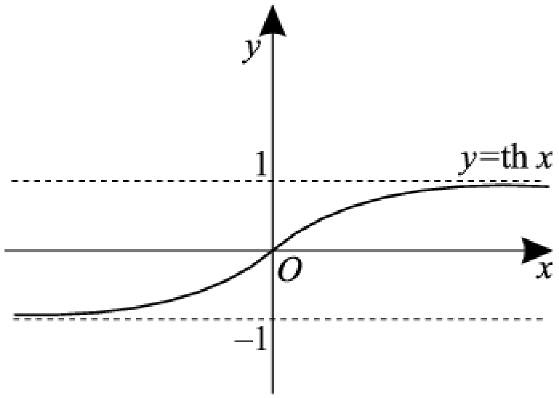
$$\mathrm{ch}^2(x) = 1 + \mathrm{sh}^2(x),$$
$$\mathrm{sech}^2(x) = 1 - {}^2(x),$$
$$\mathrm{sh}(x+y) = \mathrm{sh}(x)\,\mathrm{ch}(y) + \mathrm{ch}(x)\,\mathrm{sh}(y),$$
$$\mathrm{ch}(x+y) = \mathrm{ch}(x)\,\mathrm{ch}(y) + \mathrm{sh}(x)\,\mathrm{sh}(y),$$
$$\mathrm{sh}(2x) = 2\,\mathrm{sh}(x)\,\mathrm{ch}(x),$$
$$\mathrm{ch}(2x) = \mathrm{ch}^2(x) + \mathrm{sh}^2(x).$$

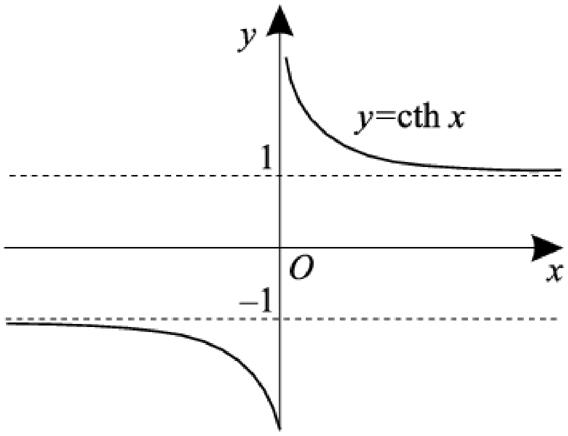
Mivel $\mathrm{ch}(-x) = \mathrm{ch}(x)$ és $\mathrm{sh}(-x) = -\,\mathrm{sh}(x)$, ezért ch páros, sh pedig páratlan függvény. Grafikonjuk az alábbi ábrán látható. Célszerű ezeket úgy is felrajzolni, hogy ugyanabban a koordináta-rendszerben ábrázoljuk $x \longrightarrow e^x$ és $x \longrightarrow e^{-x}$ grafikonját is.

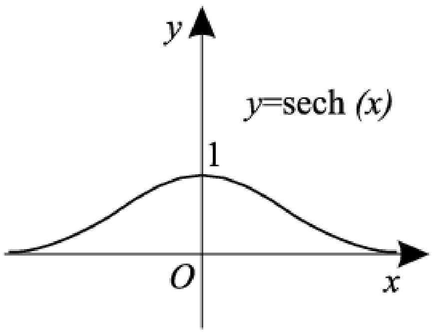


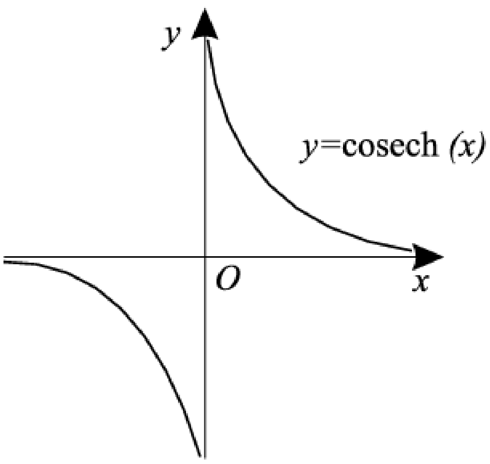


A többi hiperbolikus függvény grafikonja:


y
1
y=th x
O
x
–1


y
y=cth x
1
O
x
–1


y
y=sech (x)
1
O
x


y
y=cosech (x)
O
x

Könnyen igazolható, hogy ezek deriváltjaira teljesül:

$$\mathrm{ch}'(x) = \mathrm{sh}(x), \quad \mathrm{sh}'(x) = \mathrm{ch}(x), \quad {}'(x) = \mathrm{sech}^2(x)$$

Lásd még hiperbolikus függvények inverze.

hiperbolikus függvények inverze

A hiperbolikus függvények közül az sh (vagy szinusz hiperbolikusz) és th (tangens hiperbolikusz) függvény az egész $\mathbb{R}$ halmazon szigorúan monoton növő, a cth (kotangens hiperbolikusz) függvény pedig szigorúan monoton a $(-\infty, 0)$ és $(0, +\infty)$ intervallumon, így mindháromnak létezik inverze. A ch függvény esetében az inverz értelmezéséhez a függvényt például a $[0, +\infty)$ intervallumra szűkítjük le. Az inverz függvények értelmezési tartománya minden esetben az eredeti függvény értékkészlete lesz. A hiperbolikus függvények inverzei, melyeket **area függvényeknek** is nevezünk, a következők:

$$\begin{aligned}
\mathrm{arsh}(x) &:= \mathrm{sh}^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1}), \quad \text{minden} \quad x \in \mathbb{R} \quad \text{esetén};\\
\mathrm{arch}(x) &:= \mathrm{ch}^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2-1}), \quad \text{ha} \quad x \in [1, +\infty);\\
\mathrm{arth}(x) &:= {}^{-1}(x) = \ln\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right), \quad \text{ha} \quad x \in (-1, 1);\\
\mathrm{arcth}(x) &:= \mathrm{cth}^{-1}(x) = \ln\left(\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}\right), \quad \text{ha} \quad x \in \mathbb{R} \setminus [-1, 1].
\end{aligned}$$

Nem meglepő, hogy ezek a logaritmusfüggvény segítségével kifejezhetők, ugyanis az eredeti függvényeket az exponenciális függvényekkel definiáltuk. Az inverz függvények deriváltjai a következők:

$$\begin{aligned}
\mathrm{arsh}'(x) &= \frac{1}{\sqrt{x^2+1}};\\
\mathrm{arch}'(x) &= \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}, \quad \text{ha} \quad x > 1;\\
\mathrm{arth}'(x) &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \text{ha} \quad x \in (-1, 1);\\
\mathrm{arcth}'(x) &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \text{ha} \quad x \in \mathbb{R} \setminus (-1, 1).
\end{aligned}$$

hiperbolikus geometria

Lásd nemeukleidészi geometria.

hiperbolikus henger

Olyan henger, melynek vezérvonala hiperbola, alkotói pedig a hiperbola síkjra merőlegesek. Ez egy másodrendű felület, megfelelő koordináta-rendszerben az egyenlete

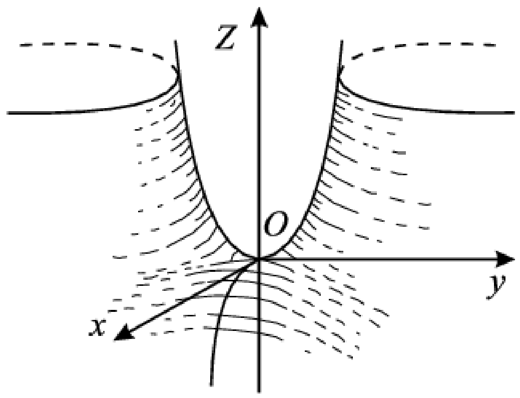
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

hiperbolikus paraboloid

Olyan másodrendű felület, melynek egyenlete alkalmas koordinátarendszerben

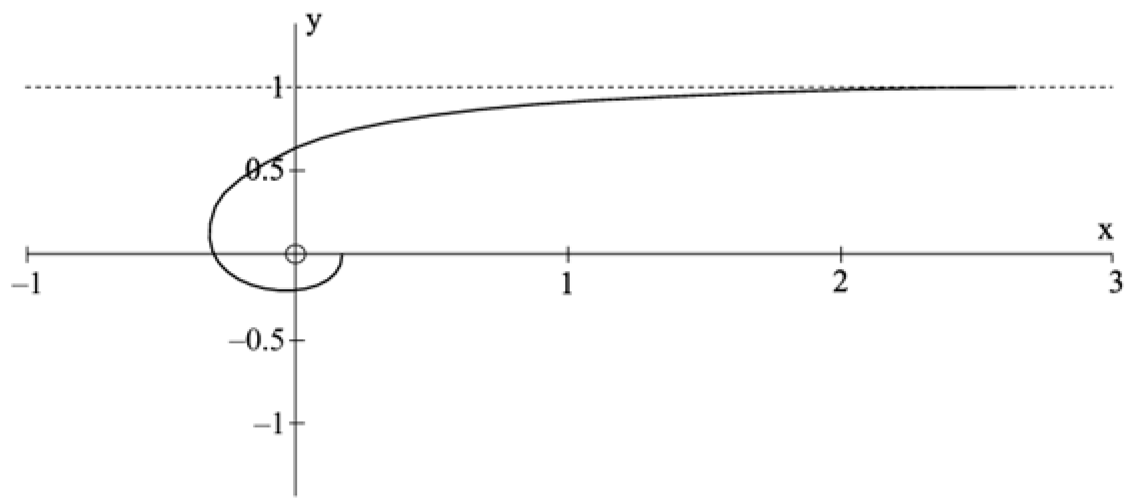
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \frac{2z}{c}.$$

Ez a felület szimmetrikus az *yx*- és a *zx*-síkokra. Ha az *xy* síkkal párhuzamos síkkal metsszük el, akkor hiperbolát kapunk, ha pedig magával az *xy*-síkkal, akkor két egyenest. A többi koordinátasíkkal párhuzamosan elmetszve, a metszet parabola. A *z*-tengelyen átmenő sík olyan parabolát metsz ki a felületből, melynek csúcsa az origóban van. Az origó e felületnek nyeregpontja.



hiperbolikus spirális

Olyan görbe, melynek egyenlete polárkoordinátákkal $b = a$. Az ábrán az az eset látható, amikor $k = 1$.



hiperboloid

Lásd egyköpenyű hiperboloid, kétköpenyű hiperboloid.

hipergeometriai eloszlás

Tegyük fel, hogy egy *N* elemű halmazban *M* elemet megkülönböztetünk a többi $N - M$ elemtől. Ebből a halmazból visszatevés nélkül egy *n* elemű mintát veszünk. Legyen az *X* valószínűségi változó értéke a mintában lévő megkülönböztetett elemek száma. Ekkor *X* eloszlása: $P(X = r) = \frac{C_r^M C_{n-r}^{N-M}}{C_n^N} = \frac{\binom{M}{r}\binom{N-M}{n-r}}{\binom{N}{n}}$, ahol $0 \le r \le \min\{n, M\}$. Ezt az eloszlást **hipergeometriai eloszlásnak** nevezzük. Várható értéke $\frac{nM}{N}$, szórásnégyzete $\frac{nM(N-M)(N-n)}{N^2(N-1)}$.

hiperkocka

A kétdimenziós négyzet és a háromdimenziós kocka általánosítása. Geometriailag nehezen írható le, mert háromnál több dimenziót nem tudunk megjeleníteni. Az egységoldalú hiperkockát leggyakrabban a következőképpen adják meg.

A síkban az egységnégyzet csúcsainak derékszögű koordinátái: $(0,0), (1,0), (0,1)$ és $(1,1)$. Háromdimenziós térben az egységnyi oldalú kocka nyolc csúcsának koordinátái: $(0,0,0), (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1), (0,1,1), (1,0,1), (1,1,0)$ és $(1,1,1)$. így *n* dimenziós térben az egységnyi oldalú hiperkocka 2^n számú csúcspontjának koordinátái olyan $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ vektorok, ahol minden x_i koordináta 0 vagy 1. A hiperkockában két csúcsot akkor köt össze él, ha pontosan egy koordinátában különböznek. Az *n* dimenziós hiperkocka csúcsai és élei alkotják az *n*-kocka gráf pontjait és éleit.

hipermátrix

Lásd blokkmátrix.

hipersík

Lásd n-dimenziós tér.

hipociklois

Az a görbe, amelyet egy rögzített kör belsejében végiggördülő kör kerületének egy pontja leír. Ennek speciális esete az asztroid. Vö. epiciklois.

hipotézisvizsgálat

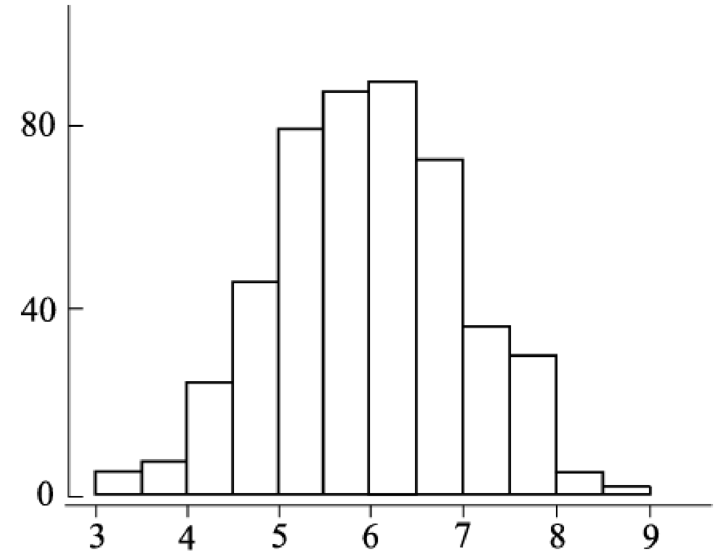
A matematikai statisztikában a **hipotézis** valamilyen alapsokaságra vonatkozó állítás. A **nullhipotézis** (alaphipotézis), melyet rendszerint H_0 jelöl, olyan állítás, melyet szeretnénk elfogadni vagy elutasítani. A H_1-gyel jelölt **ellenhipotézis** H_0 valamilyen alternatívája. Ahhoz, hogy eldöntsük, vajon elfogadjuk-e vagy elutasítsuk a H_0 hipotézist, megvizsgáljuk egy **szignifikanciapróba** segítségével, hogy a kapott minta előfordulhatott-e véletlenül azon feltevés mellett, hogy H_0 igaz.

A minta alapján elkészítünk egy statisztikát. A próba a lehetséges értékek halmazát két tartományra, az **elfogadási tartományra** és a **kritikus** (vagy **elutasítási**) **tartományra** osztja. Ezek az α **szignifikanciaszinttől** függnek, ami annak a valószínűsége, hogy a próbastatisztika értéke H_0 fennállása esetén a kritikus tartományba esik. Az α értéket leggyakrabban 5%-nak választják. Ha a próbastatisztika értéke a kritikus tartományba esik, akkor a H_0 hipotézist elutasítjuk; ellenkező esetben arra tudunk következtetni, hogy nincs okunk elvetni H_0-t, és így azt mondjuk, hogy elfogadjuk H_0-t.

Elsőfajú hibát akkor követünk el, ha elutasítjuk a H_0 hipotézist, holott az igaz. Az elsőfajú hiba valószínűsége α, így ez a szignifikanciaszint megválasztásától függ. **Másodfajú hibát** akkor követünk el, ha elfogadjuk H_0-t, holott az nem igaz. Ha a másodfajú hiba valószínűsége β, akkor definíció szerint $1-\beta$ a próba ereje. Ez függ attól, hogyan választjuk meg az ellenhipotézist. A nullhipotézis rendszerint arra vonatkozik, hogy egy adott paraméter felvesz-e egy meghatározott értéket. Ha a H_1 ellenhipotézis szerint a paraméter nem egyenlő ezzel a konkrét értékkel, akkor **kétoldalú** próbát alkalmazunk. Ha H_1 azt jelenti, hogy a paraméter nagyobb (vagy kisebb), mint ez a konkrért érték, akkor pedig **egyoldalú** próbát alkalmazunk. Lásd még *p*-érték.

hisztogramm

Osztályközökbe sorolt adatok gyakoriságeloszlását ábrázoló diagramm. Téglalapokból áll, ahol a téglalapok alapja az intervallumok hossza, magasságuk pedig olyan, hogy területük a gyakorisággal arányos. Ha az intervallumok egyenlő hosszúságúak, akkor a téglalapok magassága arányos a gyakoriságokkal. (Egyes szerzők a „hisztogramm” kifejezést olyan oszlopdiagramm esetén használják, ahol a téglalapok érintik egymást.) Az ábrán egy 500 megfigyelésből álló mintához tartozó hisztogramm látható.



holomorf

Lásd analitikus függvény.

homeomorf

Inverzével együtt folytonos bijektív leképezés.

homogén

Szó szerint azt jelenti: „ugyanolyan fajta vagy ugyanolyan természetű”. Egy homogén populációban az egyedek hasonló tulajdonságokkal rendelkeznek. Ha ez nem áll fenn, akkor statisztikai vizsgálathoz megfelelőbb a reprezentatív minta, ilyet kaphatunk például csoportos mintavétel vagy rétegezett mintavétel alkalmazásával.

homogén differenciálegyenlet

Olyan $y'(x) = f(x, y(x))$ elsőrendű differenciálegyenlet, ahol a kétváltozós f függvénynek megvan az a tulajdonsága, hogy

$$\forall k \in \mathbb{R}\ \forall(x,y), (kx, ky) \in \mathcal{D}f \text{ és } f(kx,ky) = f(x,y).$$

Ilyen függvények például

$$(x,y) \to \frac{x^2+3y^2}{2x^2-5xy}, \quad (x,y) \to 1 + e^{x/y}, \quad (x,y) \to \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

Minden ilyen f függvény felírható egyetlen változó, v függvényeként, ahol $v = y/x$. A homogén elsőrendű differenciálegyenlet a $v(x) := y(x)/x$ helyettesítéssel a v függvényre vonatkozó szétválasztható változójú differenciálegyenletté alakítható, ha felhasználjuk, hogy $y'(x) = xv'(x) + v(x)$.

homogén gravitációs erőtér

Olyan gravitációs erőtér, melyben egy adott testre ható gravitációs erő független a test helyétől. Közelítőleg ilyen a gravitációs erőtér a bolygók felszínének közelében egy olyan tértartományban, melynek átmérője sokkal kisebb a bolygó sugaránál.

Például egy m tömegű testre, mely a Föld vízszintes síknak tekintett felszínének közelében van, közelítőleg $-mg\mathbf{k}$ értéku gravitációs erő hat, ahol $\boldsymbol{k}$ a függőlegesen felfelé mutató egységvektor, g pedig a nehézségi gyorsulás nagysága.

homogén lineáris differenciálegyenlet

Lásd elsőrendű lineáris differenciálegyenlet.

homogén lineáris egyenletrendszer

Az *m* egyenletből álló, *n* ismeretlenes lineáris egyenletrendszer általános alakja:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= 0, \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= 0, \end{aligned}$$

ahol az ismeretlenek $x_1, x_2, \dots x_n$. Itt – eltérően az inhomogén esettől – az egyenletek jobb oldalán álló számok mind zérusok. Mátrixokkal felírva az egyenletrendszer $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ alakú, ahol az ismeretlenek alkotják az ***x*** oszlopmátrixot. így $\mathbf{A} = [a_{ij}]\, m \times n$-es mátrix, és

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Ha ***x*** megoldása a homogén lineáris egyenletrendszernek, akkor ennek bármely $k\mathbf{x} \quad (k \in \mathbb{R})$ számszorosa is az. Az egyenletrendszernek mindig megoldása az $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ún. triviális megoldás. Általában az az érdekes kérdés, hogy van-e ezen kívül más megoldás is. Ha egy homogén egyenletrendszernél az egyenletek és az ismeretlenek száma megegyezik, akkor az ***A*** együtthatómátrix négyzetes mátrix, és az egyenletrendszernek pontosan akkor van a triviálistól különböző megoldása, ha $\det \mathbf{A} = 0$.

homogén polinom

Olyan polinom, melyben minden tag fokszáma megegyezik. Például $(x, y) \to x^3 + 5x^2y - y^3$ (kétváltozós) harmadfokú **homogén polinom**.

homomorfizmus

Művelettartó leképezés két hasonló algebrai struktúra között. Tehát, ha *f* homomorfizmus, és $*$, illetve $\circ$ jelöli a megfelelő műveleteket a két algebrai struktúrában, akkor $f(x * y) = f(x) \circ f(y)$.

homorú

Egy sokszög valamely belső szöge homorú, ha nagyobb, mint két derékszög.

homoszkedasztikus

Lényegében azt jelenti, hogy valamilyen értelemben azonos szórásnégyzetű. Például valahány valószínűségi változó szórásnégyzete megegyezik. Két- vagy többdimenziós valószínűségi vektorváltozókra gondolva jelentheti, hogy a függő változó szórásnégyzete nem változik, ahogy a független változó változik.

homotópia

Folytonos transzformáció, amely egy leképezést ugyanazon két tér közötti másik leképezésbe visz. Úgy is mondhatjuk, hogy a homotópia az egyik függvény folytonos deformációja a másikba.

Hooke-törvény

A **Hooke-törvény** szerint egy rugóban vagy egy megnyújtott rugalmas szálban fellépő húzóerő arányos a megnyúlással. Jelölje *l* egy rugó vagy rugalmas szál hosszát nyugalmi állapotban, *x* pedig a rugó vagy rugalmas szál hosszát a megnyújtás után! A húzóerő *F* nagyságát az $F = k(x - l)$ képlet adja meg, ahol *k* a rugó vagy rugalmas szál direkciós ereje.

Tegyük fel, hogy egy rögzített pontra rugóval felfüggesztett részecske függőleges egyenes mentén mozog, melynek egyik pontja a részecske egyensúlyi helyzete! A részecske tömegét jelölje *m*, a rugó nyújtatlan állapotban felvett hosszát *l*, direkciós erejét *k*! Jelölje $x(t)$ a rugó hosszát a *t* pillanatban! A Hooke-törvény szerint a mozgásegyenlet $m\ddot{x} = mg - k(x - l)$ alakú. Egyensúlyi helyzetben a rugó hosszát az $mg - k(x - l) = 0$ egyenlet adja meg, tehát a rugó hossza egyensúlyi állapotban $x = l + \frac{mg}{k}$. Az $X = x - l - \frac{mg}{k}$ függvénytranszformáció elvégzése után az $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ egyenletet kapjuk, ahol $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. A részecske tehát egyszerű harmonikus rezgőmozgást végez.

hópehelygörbe

A Koch-görbe, vagy bármely hasonló módon szerkesztett görbe.

Horner-elrendezés

A (példaként vett) $f(x) := 2x^3 - 7x^2 + 5x + 11$ polinomnak az $x = h$ helyen vett helyettesítési értékét úgy határozhatjuk meg, hogy kiszámoljuk a h^2 és a h^3 hatványokat, ezeket a megfelelő együtthatókkal megszorozzuk, és az így kapott tagokat összeadjuk. Ezt az értéket azonban kevesebb művelet elvégzésével is megkaphatjuk, ha a polinomot a

$$\big((2x - 7)x + 5\big)x + 11$$

alakban értékeljük ki. Hasonló módon tetszőleges polinom helyettesítési értékeit is hatékonyabban lehet kiszámítani, ezért ezt az eljárást ajánlatos használni akár kézzel, akár géppel. Az eljárást **Horner-elrendezésnek** szokás nevezni. Például az ötödfokú

$$a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

polinomot az

$$((((a_5x + a_4)x + a_3)x + a_2)x + a_1)x + a_0$$

alakra írjuk át a fenti célból.

Horner-féle elrendezés

Az $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$ polinom felírható $f(x) = a_0 + x(a_1 + x(a_2 + x(a_3 + \ldots x(a_{n-1} + a_nx)\ldots)))$ alakban. Ebben az elrendezésben kevesebb szorzást kell végezni a polinom helyettesítési értékének kiszámításához, mit az eredetiben.

Horner-módszer

Iterációs módszer polinomok valós gyökeinek meghatározására. Hatékony módszer, de meglehetősen lassú és számolásigényes. Lényegében azon alapul, hogy a gyök tizedes tört alakját helyiértékek szerint egyesével, a nagyobb helyiértékű számoktól kezdve határozzuk meg úgy, hogy minden lépésnél új változóra térünk át. Ezeket a változókat úgy kapjuk, hogy az előzőekből a kapott tizedes tört alakokat levonjuk. A módszert a következő példával szemléltetjük. Tekintsük az $f(x) := x^2 - x - 1$ polinomot. Ennek van 1 és 2 közötti gyöke, ugyanis $f(1) = -1$ és $f(2) = 1$. Áttérve az $f_1(x) = f(x - 1) = (x - 1)^2 - (x - 1) - 1 = x^2 - 3x + 1$ polinomra, kiszámítható, hogy ennek van 0.6 és 0.7 közötti gyöke, ami azt jelenti, hogy az eredeti egyenlet (egyik) gyöke 1.6 és 1.7 közé esik. Ezután az $f_2(x) = f_1(x - 0.6)$ stb. polinomokat felírva, egyre nagyobb pontossággal tudjuk meghatározni a gyököt.

hossz

Lásd bináris kód hossza, bináris szó hossza, ívhossz, nagytengely és kistengely hossza, sor hossza, sorozat hossza, szakasz hossza, vektor hossza.

hosszúsági kör

Lásd délkör.

hozzárendelési probléma

Olyan feladat, amelyben bizonyos számú egyik fajta dolgot ugyanannyi számú másfajta dologgal kell párosítanunk valamely előre meghatározott értelemben a lehető legjobb módon. Ha például *n* számú munkást párosítunk össze *n* számú munkával, akkor azt mondhatjuk, hogy a cégnek v_{ij} értéket ér meg, ha az *i*-edik munkás a *j*-edik munkát kapja meg. A v_{ij} értékek egy $n \times n$-es mátrixba rendezhetők. Alkalmas változók bevezetésével a munkások és a munkák optimális (a cég számára a lehető legértékesebb) egymáshoz rendelését lineáris programozási feladatként lehet megfogalmazni.

hozzátartozik

Ha *x* eleme az *S* halmaznak, akkor azt mondjuk, hogy *x* az *S* halmazhoz **tartozik**, és ezt a tényt így írjuk: $x \in S$. Természetesen, $x \notin S$ azt jelenti, hogy *x* nem tartozik az *S* halmazba.

Huffman-kód

Üzenetküldéshez szükséges bináris jelsorozatok hosszának minimalizálására szolgáló kódolás, amely a betűk és szimbólumok előfordulási gyakoriságán alapul. Az 1-es felel meg a leggyakoribb, vagyis az *e* betűnek, az összes többi karakter kódja pedig 0-k és 1-esek olyan sorozatából áll, amelyeknek megvan az a tulajdonságuk, hogy egyetlen betű kódja sem kezdődik olyan sorozattal, ami egy másik betűt definiál. Például ha az *n* betűnek 000 felel meg, akkor a többi karakter nem kezdődhet 000-val.

húr

Legyen egy görbe két pontja *A* és *B*. Az *A* és *B* pontot összekötő egyenesszakaszt **húrnak** hívjuk. Használata különösen fontos, amikor különbséget akarunk tenni az *AB* húr és az *AB* ív között.

húr

Lásd rugalmas szál és nyújthatatlan szál.

hurokél

Lásd gráf.

húrsokszög

Olyan sokszög, melynek csúcsai egy körön vannak. A körre vonatkozó tételekből következően egy konvex húrnégyszög szemközti szögeinek összege $180°$.

Huygens, Christiaan

(1629–1695) Holland matematikus, csillagász és fizikus. Elsősorban az ingaórákkal kapcsolatos munkásságáról és a dinamika területén elért eredményeiről tartják számon. Ezek – egyebek mellett – a matematikai inga rezgésidejével és az egyenletes körmozgásnál fellépő centrifugális erővel kapcsolatosak.

húzóerő

Egy megnyújtott szál vagy rugó minden *P* pontjában fellép két azonos nagyságú, ellentétes irányú erő, mellyel a szálnak vagy a rugónak a *P* pont által elválasztott két része egymásra hat. Ezeket az erőket **húzóerőknek** nevezik. Húzóerőnek nevezik azt az erőt is, melyet a szál vagy a rugó a végéhez erősített testre kifejt. Ha egy rögzített pontra egy könnyű szál segítségével egy részecskét függesztünk, akkor a szál a részecskére felfelé mutató húzóerőt fejt ki, a felfüggesztési pontra pedig ugyanakkora nagyságú, lefelé mutatót.

Hüpatia

(370–415) Görög filozófusnő, az alexandriai neoplatonikus iskola vezetője. Természettudományos műveltségét széles körben elismerték. Diophantosz és Apollóniosz munkáihoz írt magyarázatokat. Nagy tudása miatt magukat veszélyeztetve érző keresztények meggyilkolták. Halála az alexandriai szellemi élet hanyatlásának kezdetét jelezte.

11. I, Í

i

Lásd komplex szám

I

Az 50-es szám római számjeggyel írva.

i

A logikában és igazságtáblázatokban az „igaz” logikai érték rövidítése.

i

Általában így jelölik az első (*x*-)tengely mentén a pozitív irányba mutató egységvektort, valamint így jelölik azt az egységvektort is, amely egy lövedék pályasíkjában vízszintes irányba mutat.

id

Az identitásfüggvény jele: $\mathrm{id}(x) := x$. Más jelölések: $j, \vartheta,$ #&. Ha nem a valós számok identitásfüggvényéről van szó, hanem valamely *A* halmazéról, akkor az id_A jelölést szokás használni.

ideál

Az *R* gyűrű *I* részgyűrűjét **ideálnak** nevezzük, ha minden $a \in R$ és minden $x \in I$ esetén *ax* és *xa* is benne van *I*-ben. Olyan gyűrűben, ahol a szorzás nem kommutatív, előfordulhat, hogy a két feltétel közül csak az egyik teljesül. Azt mondjuk, hogy *I* **balideál**, illetve **jobbideál**, ha minden esetben teljesül, hogy $ax \in I$, illetve $xa \in I$. Ha nem teszünk megkülönböztetést, akkor feltesszük, hogy mindkét tulajdonság teljesül. Ideált alkotnak például egy egész szám többszörösei az egész számok gyűrűjében.

ideális elem

Olyan elem, mellyel egy matematikai struktúrát kibővítünk, hogy az ellentmondásokat vagy a kivételeket kiküszöböljük. Ideális elem például az $i = \sqrt{-1}$ képzetes egység. Ezzel a valós számok halmaza kibővíthető a komplex számok halmazává, és minden algebrai egyenlet megoldható anélkül, hogy ezt a rendszert tovább bővítenénk.

ideális pont

Ideális elem, speciálisan végtelen távoli pont.

identitásfüggvény

Az a függvény, mely egy halmaz minden eleméhez saját magát rendeli.

identitásleképezés

Lásd identitásfüggvény.

identitásmátrix

Lásd egységmátrix.

idő

Világunkban mindenki tapasztalja az **idő** múlását, amit különféle órákkal mérünk. Matematikai modellekben az időt valós változó képviseli, amit a leggyakrabban *t* jelöl, ahol a $t = 0$ értéket kezdőpillanatnak is hívjuk. Egy megfigyelő valamely vonatkoztatási rendszer mérni tudja bizonyos események között eltelt időintervallumok hosszát.

Az idő dimenziója T, mértékegysége az SI rendszerben a másodperc.

idősor

Bizonyos idő alatt (legtöbbször azonos időközönként) elvégzett megfigyelés- vagy méréssorozat. Az idősoranalízis keretein belül megpróbáljuk azonosítani azokat a tényezőket, amelyek a változásokat befolyásolják, például azért, hogy ebből a jövőre nézve előrejelzéseket tehessünk. Számos idősor esetén az egyik ilyen fontos tényező az **évszakonkénti (vagy szezonális) változás**, ami például éves szintű ciklikus változást jelent, illetve a **trend**, amely az értékek hosszútávú változását jelenti, ha az évszakonkénti változást már figyelembe vettük.

igazságérték

Egy logikai változó vagy állítás igazságértéke a hagyományos logikában *i*, ha az állítás igaz, és *h*, ha az állítás hamis.

igazságtáblázat

Egy összetett állítás igazságértéke az összetevők igazságértékéből számítható ki. **Igazságtáblázatnak** nevezzük az olyan táblázatot, amelyben az egyes összetevők igazságértéke és a belőlük képzett valamely (összetett) állítás igazságértéke van feltüntetve. Például a $\neg$ (negáció) igazságtáblázata az alábbi.

p	$\neg p$
i	h
h	i

Itt a *p* logikai változó lehetséges értékei mellett tüntettük fel *p* negáltjának értékeit. Az $\wedge$ (és), a $\vee$ (megengedő vagy) és az $\Rightarrow$ (implikáció) igazságtáblázata látható alább.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$
i	i	i	i	i
i	h	h	i	h
h	i	h	i	i
h	h	h	h	i

Ebből már bonyolultabb állítások táblázata is felírható. Tekintsük például a $(p \wedge q) \vee (\neg r)$ állítást. Az egyes részállítások igazságértékét az alábbi táblázat mutatja.

p	q	r	$p \wedge q$	$\neg r$	$(p \wedge q) \vee (\neg r)$
i	i	i	i	h	i
i	i	h	i	i	i
i	h	i	h	h	h
i	h	h	h	i	i
h	i	i	h	h	h
h	i	h	h	i	i
h	h	i	h	h	h
h	h	h	h	i	i

ikerprímek

Ikerprímeknek olyan prímszámokat nevezünk, amelyek között 2 a különbség. Például 29 és 31, 71 és 73, vagy 10006427 és 10006429 mind ikerprímek. Máig megoldatlan az a sejtés, hogy vajon végtelen sok ikerprím létezik-e.

ikoza-

20-at jelentő előtag.

ikozaéder

Olyan poliéder, melynek 20 oldallapja van. A szabályos ikozaéder lapjai szabályos háromszögek. A testnek 12 csúcsa és 30 éle van. Lásd még szabályos test.

ikozidodekaéder

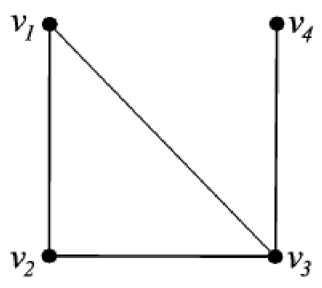
Az egyik arkhimédészi test, melyet 12 ötszög és 20 háromszög határol. Származtatható úgy, hogy levágjuk egy dodekaéder sarkait oly módon, hogy a kapott poliéder csúcsai az eredeti dodekaéder éleinek felezőpontjai legyenek. Megkapható úgy is, hogy egy ikozaéder csúcsait vágjuk le hasonlóképpen, azaz az új poliéder csúcsai az eredeti ikozaéder éleinek felezőpontjai lesznek.

illeszkedés

A valós világ leírására determinisztikus vagy sztochasztikus modelleket használunk. Az **illeszkedés** a megfigyelések és ezen modellek által nyújtott előrejelzések közti megfelelés fokmérője.

illeszkedési mátrix

A $v_1, v_2, \ldots, v_n$ pontú *G* egyszerű gráf ***A*** **illeszkedési mátrixa** az az $n \times n$-es $[a_{ij}]$ mátrix, amelyre $a_{ij} = 1$, ha v_i össze van kötve v_j-vel, és $a_{ij} = 0$ egyébként. Az ***A*** mátrix szimmetrikus mátrix, és az átlós elemei nullák. Egy sorban (vagy oszlopban) az egyesek száma egyenlő a megfelelő pont fokszámával. Alább mutatunk egy példát egy gráfra és incidenciamátrixára.

	$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$

illeszkedésvizsgálat

Lásd χ^2-próba.

Im

Egy komplex szám képzetes részét megadó, valós értékű függvény.

implicit

Akkor mondjuk, hogy egy függvény vagy egyenlet implicit alakban van megadva, ha az egyenlet egyik oldalán nem csak a függő változó szerepel. Például $3x + 5f(x) - 1 = 0$ implicit alakban definálja az *f* függvényt, míg az ezzel ekvivalens $f(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$ explicit alakú egyenlet.

implicite adott függvény differenciálási szabálya

Ha bizonyos $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ pontokra fennáll, hogy $F(x,y)=0$, akkor alkalmas feltételek teljesülése esetén létezik olyan differenciálható valós-valós *f* függvény, hogy a fenti egyenletnek eleget tevő párokra $y=f(x)$ teljesül. Ennek a függvénynek a deriváltja *y* deriváltja az **implicit függvény differenciálási szabálya** alapján – ismét implicit alakban – kiszámítható, felhasználva a láncszabályt is. Például ha $xy^2+x^2y^3-1=0$, akkor

$$2xf(x)f'(x)+f^2(x)+3x^2f^2(x)f'(x)+2xf^3(x)=0,$$

így azokban az (x,y) pontokban, ahol $2xy+3x^2y^2\neq 0$,

$$f'(x)=-\frac{f^2(x)+2xf^3(x)}{2xf(x)+3x^2f^2(x)}.$$

implikáció

Ha *p* és *q* állítások, akkor a „*p*-ből következik *q*”, vagy „ha *p*, akkor *q*” állítás **implikációk**. Jelölése: $p\Rightarrow q$. Ez az összetett állítás csak abban az esetben hamis, ha *p* igaz és *q* hamis. Igazságtáblázata a következő:

p	q	$p\Rightarrow q$
i	i	i
i	h	h
h	i	i
h	h	i

Azt az állítást, hogy „*p*-ből következik *q* és *q*-ból következik *p*”, a $p\Leftrightarrow q$ szimbólummal jelöljük, és úgy olvassuk, hogy „*p* akkor és csak akkor, ha *q*” vagy „*p* ekvivalens *q*-val”.

improprius integrál

Kétféle esetben értelmezzük az improprius intergált. Az egyik fajta improprius integrálnál az integrandus értelmezési tartománya végtelen intervallum, például

$$\int_a^\infty f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Azt mondjuk, hogy az integrál konvergens és értéke *l*, ha az *a*-tól *X*-ig vett integrál értéke *l*-hez tart, amikor $X\to+\infty$. Például

$$\int_1^X \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x=1-\frac{1}{X},$$

így ha $X\to+\infty$, akkor a jobb oldal határértéke 1. Ezért

$$\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x:=1.$$

Hasonló definíció adható a $-\infty$-től *a*-ig vett improprius integrálra is. Ha pedig az

$$\int_{-\infty}^a f(x)\,\mathrm{d}x \quad \text{és az} \quad \int_a^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x$$

integrál(ok) is konvergens(ek) és értékük l_1, illetve l_2, akkor azt mondjuk, hogy az *f* függvény $-\infty$-től ∞-ig integrálható, és az integrál értéke l_1+l_2.

A másik fajta improprius integrálnál az integrandus egy pontban nem korlátos, például

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x.$$

Az $x \to \frac{1}{\sqrt{x}}$ függvény nem korlátos a $[0,1]$ intervallumon, így a szokásos módon nem értelmezhető az integrálja. Ez a függvény azonban korlátos a $[\delta, 1]$ intervallumon, ahol $0 < \delta < 1$, és

$$\int_\delta^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x = 2 - 2\sqrt{\delta}.$$

Ha $\delta \to 0$, akkor a jobb oldal 2-höz konvergál, így a fenti integrál definíció szerint 2-vel egyenlőnek vehető. Ugyanígy, bármely ilyen integrál értéke a megfelelő határértékkel egyenlő, ha az létezik. Hasonlóan definiálható azon függvények improprius integrálja, amelyek az intervallum jobb végpontjában nem korlátosak.

Végül pedig abban az esetben, ha a függvény az intervallum egy belső pontjában nem korlátos, akkor az integrál két integrál összegeként írható fel, ahol a függvény az első intervallum jobb végpontjában és a második intervallum bal végpontjában nem korlátos. Ha mindkét integrál konvergens, akkor azt mondjuk, hogy az eredeti integrál is konvergens, és ilyen módon értéke meghatározható.

impulzus

Egy részecske tömegének és sebességének szorzatát nevezik a részecske **impulzusának**. Az impulzus vektormennyiség, melyet általában ***p*** vagy ***I*** jelöl, tehát $\mathbf{p} := m\mathbf{v}$. Lásd még impulzusmegmaradás.

Az impulzus tömeg szorozva hosszúság szorozva idő a mínusz elsőn dimenziójú, SI mértékegysége ennélfogva kilogramm szorozva méter szorozva másodperc a mínusz elsőn.

impulzusmegmaradás

Ha a testre ható erők összege zérus, a rendszer impulzusa időben állandó. Ezt a tényt nevezik az **impulzusmegmaradás elvének**.

Ez az elv alkalmazható egy elsütött fegyver visszarúgásának értelmezésére. A lövés előtt a töltény és a fegyver impulzusa zérus, így a teljes impulzus a lövés után is zérus. Ezért a fegyver tömegének sokkal nagyobbnak kell lennie a töltény tömegénél, mert így érhető el, hogy a fegyver visszarúgásának sebessége sokkal kisebb legyen a töltény sebességénél. Az elv egy másik alkalmazása lehet például két biliárdgolyó ütközésének vizsgálata.

impulzusmomentum

Tegyük fel, hogy egy *m* tömegű és ***r*** helyvektorú részecske ***v*** sebességgel mozog. Ekkor a részecskének az $\mathbf{r}_A$ helyvektorú *A* pontra vonatkoztatott ***L*** **impulzusmomentuma** az $\mathbf{L} := (\mathbf{r} - \mathbf{r}_A) \times m\mathbf{v}$ képlettel definiált vektor. Ez az *A* pontra vonatkoztatott lendület nyomatéka. Lásd még impulzusmomentum-megmaradás.

Képzeljünk el egy rögzített tengely körül ω szögsebességgel forgó merev testet, és legyen ***L*** a merev testnek a rögzített tengely egy pontjára vonatkoztatott impulzusmomentuma. Ekkor $\mathbf{L} = I\omega$, ahol *I* a merev testnek a rögzített tengelyhez tartozó tehetetlenségi nyomatéka.

Általános esetben jelölje ω és ***L*** a merev test szögsebességét, illetve a merev testnek egy rögzített pontra (vagy a tömegközéppontra) vonatkoztatott impulzusmomentumát reprezentáló oszlopvektorokat! Ekkor $\mathbf{L} = \mathbf{I}\omega$, ahol ***I*** egy 3×3-as mátrix, amelyet **tehetetlenséginyomaték-tenzornak** neveznek, és amelynek elemei a rögzített ponton (vagy a tömegközépponton) átmenő tengelyekre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékok és tehetetlenségi szorzatok.

A merev test forgó mozgása a test impulzusmomentumától függ. Nevezetesen, egy rögzített pontra (vagy a tömegközéppontra) vonatkoztatott impulzusmomentum változási üteme egyenlő a merev testre ható erők – a rögzített pontra (vagy a tömegközéppontra) vonatkoztatott – forgatónyomatékainak összegével.

impulzusmomentum-megmaradás

Ha egy részecskére centrális erő hat, a részecskének az erőtér középpontjára vonatkoztatott impulzusmomentuma időben állandó. Ezt a tényt nevezik az **impulzusmomentum-megmaradás** elvének.

Hasonlóképpen, ha egy merev testre ható erőknek egy rögzített pontra (vagy a tömegközéppontra) vonatkoztatott forgatónyomatékai zérus összeget adnak, akkor a merev testnek a rögzített pontra (vagy a tömegközéppontra) vonatkoztatott impulzusmomentuma állandó.

impulzusnyomaték

Lásd impulzusmomentum.

impulzusnyomaték-megmaradás

Lásd impulzusmomentum-megmaradás.

index

(statisztikában) Valamely mennyiség időbeli változását jellemző szám a (leíró) statisztikában, amit rendszerint valamely bázisértékhez viszonyítanak, s ezek után az index értékét százalékban adják meg, az alapot tekintve 100%-nak, Például a fogyasztói árindexet arra használják, hogy a háztartások kiadásainak változását mérjék vele. Indexeket gyakran úgy számolnak, hogy az alkotó elemek súlyozott közepét számolják.

indexhalmaz

Tegyük fel, hogy az *S* halmaz minden eleme megfeleltethető az *I* halmaz elemeinek. Ekkor *I*-t **indexhalmaznak** nevezzük, és azt mondjuk, hogy *S* az *I* halmazzal van indexelve. Például álljon az *S* halmaz az a_i elemekből, ahol $i \in I$. Ez úgy is írható, hogy $S = \{a_i | i \in I\}$.

indifferenciagörbe

A hasznossági függvény szintvonala. Mivel ennek pontjaihoz a hasznossági függvény azonos értékei tartoznak, semmi okunk nincs arra, hogy a görbe bármelyik pontját előnyben részesítsük a többiekkel szemben.

indirekt bizonyítás

Egy $p \Rightarrow q$ alakú állítás úgy is bizonyítható, hogy kontrapozícióját bizonyítjuk, azaz feltesszük, hogy $\neg q$ teljesül, és megmutatjuk, hogy ebből $\neg p$ következik. Ezt a módszert nevezzük **indirekt bizonyításnak**.

indukció

Lásd teljes indukció.

induló kockázat

Egy időszak kezdetekor, vagy sajátos feltételek mellett fellépő kockázat.

inerciaerő

Lásd tehetetlenségi erő.

inerciális vonatkoztatási rendszer

Lásd vonatkoztatási rendszer.

inerciarendszer

Lásd vonatkoztatási rendszer.

inf

Az infimum rövidítése.

infimum

Legnagyobb alsó korlát. Lásd korlát.

infinitezimális

Egy nullához tartó változó, mely rendszerint valamely függvény növekményeiből áll. Régebben a differenciálszámításban volt használatos ilyen fordulatokban: ’A $\frac{\delta y}{\delta x}$ hányados az $y'(x)$ differenciálhányadoshoz tart, ha $\delta x \to 0$.’

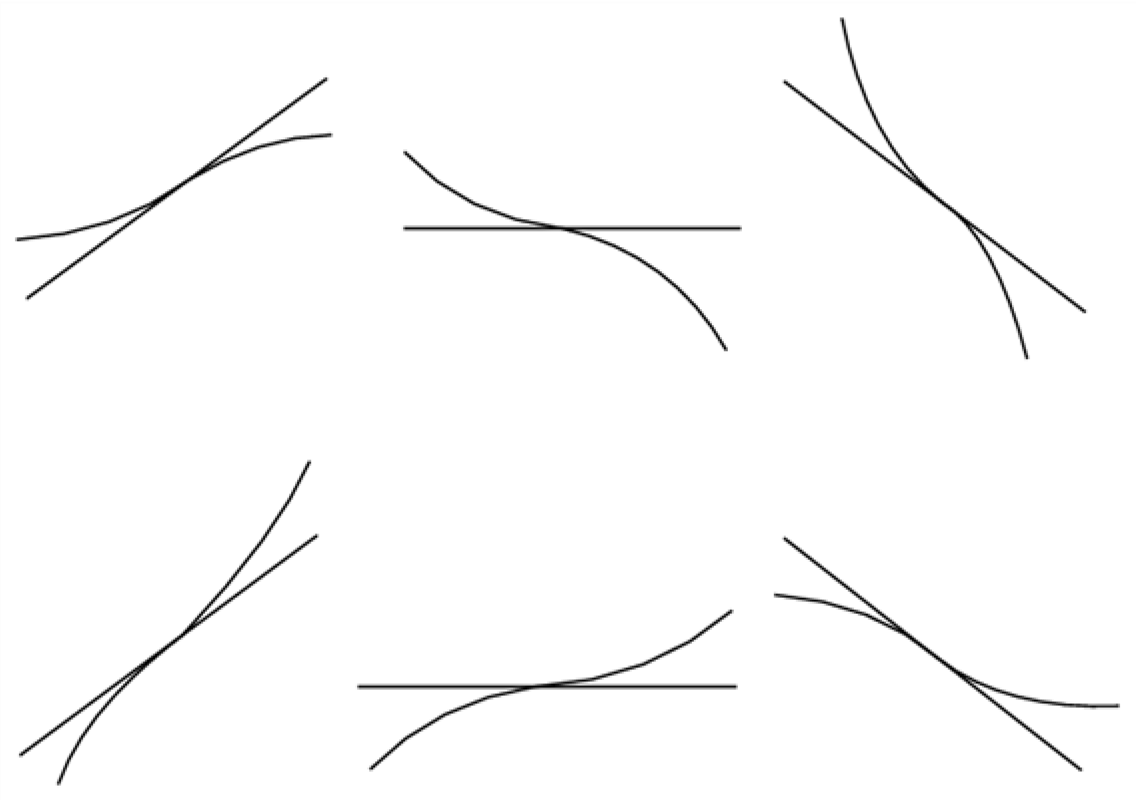
inflexió

Lásd inflexiós pont.

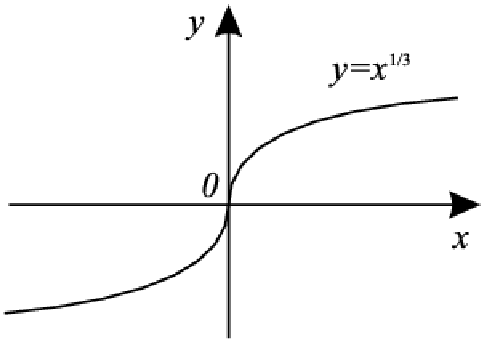
inflexiós pont

Az *f* függvény grafikonjának olyan pontja, amelyben a konvexitás megváltozik. így a kétszer differenciálható *f* függvénynek az *a* pontban inflexiós pontja van, ha valamely $\delta > 0$-ra $f''(x)$ pozitív az $(a - \delta, a)$ nyílt intervallumon, továbbá $f''(x)$ negatív az $(a, a + \delta)$ nyílt intervallumon, vagy fordítva.

Ha a görbe *x* növekedtével konvexből konkávba változik, akkor a gráf és az inflexiós pontbeli érintője úgy néz ki, mint az ábra első sorának valamelyik esete. Ha a görbe *x* növekedtével konkávból konvexbe változik, akkor a gráf és az inflexiós pontbeli érintője úgy néz ki, mint az ábra második sorának valamelyik esete. A középső diagramm mindkét sorban olyan inflexiós pontot ábrázol, amely egyben stacionárius pont is, mivel az érintő vízszintes.



Ha f'' folytonos *a*-ban, akkor ahhoz, hogy az *f* görbének legyen inflexiós pontja az *a*-ban szükséges, hogy $f''(a) = 0$ legyen, ez a megszokott módszer a lehetséges inflexiós pontok megkeresésére. Azonban az $f''(a) = 0$ feltétel nem elégséges ahhoz, hogy az *a* pont inflexiós pont legyen: meg kell mutatni, hogy $f''(x)$ pozitív *a* egyik oldalán és negatív a másikon. Például, ha $f(x) = x^4$, akkor $f''(0) = 0$; de $x \to x^4$-nek nincs inflexiós pontja a 0-ban, mivel $f''(x)$ pozitív a 0 mindkét oldalán. Végül lehet inflexiós pont olyan pont is, amelyben $f''(x)$ nem létezik, például az origóban az $x \to x^{1/3}$ görbén, ahogy azt a lenti ábra mutatja.



információ

Egy állítás vagy valamely adatok tartalma.

információelmélet

A matematikának az a területe, amely információ közvetítésével és feldolgozásával foglalkozik, elsősorban kódolással, dekódolásal, az információ tárolásával és visszakeresésével, és azzal, hogy a folyamatok során a pontosság milyen valószínűséggel marad meg.

inga

Lásd matematikai inga, kúpinga, fizikai inga és Foucault-inga.

inhomogén

Nem homogén.

inhomogén lineáris differenciálegyenlet

Lásd lineáris differenciálegyenlet.

inhomogén lineáris egyenletrendszer

Lásd lineáris egyenletrendszer.

inicializál

Beállítja a paraméterek vagy a változók értékét egy algoritmus indulásakor.

injektív leképezés

Az $f : S \to T$ függvény **injektív** (vagy **invertálható**) leképezés, ha különböző *S*-beli s_1 és s_2 elemek $f(s_1)$ és $f(s_2)$ képe különböző, azaz ha az $f(s_1) = f(s_2)$ egyenlőségből következik, hogy $s_1 = s_2$.

inkompatíbilis

Lásd összeegyeztethetetlen.

instabilis egyensúly

Lásd egyensúly.

instabilis egyensúlyi helyzet

Lásd egyensúly.

integrációs állandó

Ha F az f folytonos függvény primitív függvénye, akkor f bármely prim[illegible]stansban különbözik. Ennél fogva bevett gyakorlat, hogy a következőt írjuk: $\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + C,$ ahol C tetszőleges állandó, az **integrációs állandó**. A pontosabb írásmód – amely kifejezi, hogy a határozatlan integrál primitív függvények **halmaza**, – ez lenne:

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = \{F + C | C \in \mathbb{R}\}.$$

integrációs tartomány

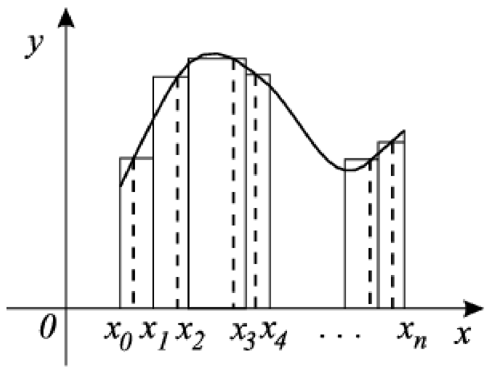
Azon értékek halmaza, amelyek fölött valamely többszörös integrált definiálunk.

integrál

Legyen f az $[a,b]$ zárt intervallumon értelmezett függvény. Legyenek $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n$ olyan osztópontok, melyekre $a = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{n-1} < x_n = b$, és válasszunk egy c_i pontot minden $[x_i, x_{i-1}]$ részintervallumban. Az f függvény ezen felosztáshoz tartozó **Riemann-féle közelítő összege**

$$\sum_{i=0}^{n-1} f(c_i)(x_{i+1} - x_i),$$

azaz $f(c_0)(x_1 - x_0) + f(c_1)(x_2 - x_1) + \cdots + f(c_{n-1})(x_n - x_{n-1})$. Geometriailag ez n téglalap területének összege, mely az f függvény grafikonja alatti területhez közelít.



Az f függvény $[a,b]$ intervallumon vett **Riemann-integrálja** definíció szerint az az I valós szám, amelyre igaz, hogy létezik olyan felosztás, hogy az ahhoz tartozó közelítő összegnek az I-től való eltérése bármely pozitív számnál kisebb.

Az I számot, azaz az f függvény integrálját az

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \text{ vagy } \int_a^b f$$

szimbólummal jelöljük. Az integrál értéke az f függvény grafikonja alatti területtel egyenlő. Ilyen tulajdonságú I valós szám nem mindig létezik, de belátható, hogy például zárt intervallumon értelmezett folytonos függvények esetében igen.

Az $[a,b]$ intervallumon az

$$F(x) := \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$$

képlet $F'(x) = f(x)$ggvényt $x \in [a, b]$**függvényének** nevezzük. Ha f folytonos az $[a, b]$ intervallumon, akkor minden esetén teljesül, így F az f -nek primitív függvénye is.

A Newton–Leibniz-tétel szerint, ha f az $[a, b]$ intervallumon értelmezett folytonos függény és Φ az f függvény egy primitív függvénye, akkor

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \Phi(b) - \Phi(a).$$

Az $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ integrált f **határozott integráljának** nevezzük.

integrálás

Általában azt jelenti, hogy egy adott függvény primitív függvényét megtaláljuk, vagy ennek segítségével határozott integrálját a Newton–Leibniz-tétel alapján kiszámítsuk. (Lásd integrál.) Sok függvénynek azonban nem létezik olyan primitív függvénye, mely az elemi függvények segítségével kifejezhető, így a határozott integrál kiszámításához más módszert kell alkalmazni, ilyen módszer például a numerikus integrálás.

Milyen módon határozható meg a primitív függvény? Ha felismerjük, hogy egy adott függvény mely függvény deriváltja, akkor ezzel meghatároztuk egy primitív függvényét. Néhány ismert függvény határozatlan integrálját a 3. Függelék tartalmazza, de léteznek ennél bővebb táblázatok is. Vannak különböző **integrálási módszerek** is, ilyenek például a következők.

Integrálás helyettesítéssel. Ha az **integrandus** alkalmas g függvény segítségével felírható $f(g(x))g'(x)$ alakban, akkor az $u = g(x)$ helyettesítéssel a határozatlan integrál kiszámítható, ugyanis

$$x \rightarrow [x]$$

E képlet a láncszabály alapján levezethető. Tekintsük például a következő integrált:

$$\int 2x(x^2+1)^8\,\mathrm{d}x,$$

és legyen $u = g(x) = x^2 + 1$. Ekkor $g'(x) = 2x$, és felhasználva a fenti formulát, ahol $f(u) = u^8$, az integrál értéke

$$\int (x^2+1)^8 2x\,\mathrm{d}x = \int u^8\,\mathrm{d}u = \frac{1}{9}u^9 = \frac{1}{9}(x^2+1)^9.$$

Az

$$\int \frac{1}{(1+x^2)^{3/2}}\,\mathrm{d}x$$

integrál kiszámításához a fenti képletet írjuk fel

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int f(g(u))g'(u)\,\mathrm{d}u$$

alakban, és alkalmazzuk az $x = g(u) = \mathrm{tg}(u)$ helyettesítést. Ekkor $g'(u) = \frac{1}{\cos^2(u)}$, így az integrál a következő lesz:

$$\int \frac{1}{(1+\mathrm{tg}^2(u))^{3/2}}\frac{1}{\cos^2(x)}\,\mathrm{d}u = \int \cos(u)\,\mathrm{d}u = \sin(u) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}.$$

(Itt felhasználtuk, hogy $1+\mathrm{tg}^2(u)=1/\cos^2(u)$ és $\sin^2(u)=\mathrm{tg}^2(u)/(1+\mathrm{tg}^2(u))$.)

Parciális integrálás. A szorzatfüggvény deriválási szabálya alapján vezethető le a következő képlet:

$$\int f(x)g'(x)\,\mathrm{d}x = f(x)g(x) - \int g(x)f'(x)\,\mathrm{d}x.$$

Akkor érdemes alkalmazni, ha a g'-nek tekintett függvény integrálja ismert, *f* deriváltja pedig könnyen meghatározható, és a jobb oldali integrált könnyebb kiszámítani, mint a bal oldalit. Tekintsük például az

$$\int x\cos(x)\,\mathrm{d}x$$

integrált. Legyen $f(x)=x$ és $g'(x)=\cos(x)$. Ekkor $g(x)=\sin(x)$ és $f'(x)=1$, így

$$\int x\cos(x)\,\mathrm{d}x = x\sin(x) - \int \sin(x)1\,\mathrm{d}x = x\sin(x)+\cos(x).$$

Lásd még elemi tört, szétválasztható változójú differenciálegyenlet.

integrálási határok

Az

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f$$

határozott integrálnál az integrálás **alsó határa** *a*, **felső határa** *b*.

integrálási módszerek

Lásd integrálás.

integrálegyenlet

Olyan egyenlet, melyben az ismeretlen függvények integráljai szerepelnek.

integrálfüggvény

Lásd integrál.

integrálható

Azt a függvényt nevezzük integrálhatónak, melynek létezik integrálja.

integrálközép

Legyen *f* az $[a,b]$ zárt intervallumon értelmezett folytonos függvény. Az *f* függvény **integrálközepe** ekkor

$$\bar{y} := \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Az integrálközépnek megvan az a tulajdonsága, hogy az *f* függvény grafikonja alatti terület ugyanannyi, mint annak a téglalapnak a területe, melynek alapja $b-a$, magassága $\bar{y}$.

Például, ha az *f* függvény értékei egy 24 órán át mért hőmérsékletértékeknek felelnek meg, akkor *f* integrálközepe tekinthető úgy, mint az ezen időtartamra vonatkozó átlaghőmérséklet.

integráló tényező

Más néven **multiplikátor**, elsőrendű lineáris differenciálegyenlet, egzakt differenciálegyenlet.

integrálszámítás

Az integrálszámítás kialakulásához az a probléma vezetett, hogy meghatározzuk egy függvénygörbe alatti területet. Általában ezt olyan közelítéssorozattal számítjuk ki, amelynek minden tagja fokozatosan egyre jobban közelíti a terület értékét. Az integrál ennek az intuitív megközelítésnek a pontossá tételével definiálható. Alapvető volt annak felfedezése, hogy kapcsolat van e között és a differenciálszámítás között.

integrálszámítás alaptétele

Lásd integrál.

integráltranszformáció

Ha két függvény közötti kapcsolat felírható $f(x) = \int K(x,y)F(x)\,\mathrm{d}y$ alakban, akkor *f* az *F* függvény integráltranszformáltja, *K* a transzformáció magja. Ha *F* az *f* függvény ismeretében egyértelműen meghatározható, akkor ez a transzfomáció invertálható. Az integráltranszformáció különösen hasznos módszer ahhoz, hogy bizonyos egyenleteket egyszerűbb alakra hozzunk, melyeket azután már könnyebb megoldani. Alkalmazásával például differenciálegyenletek lineáris algebrai egyenletekké alakíthatók, melyek megoldása egyszerű, és ha az inverz transzormáció is létezik, akkor megkapjuk az eredeti probléma megoldását is. Példa integráltranszformációra a Fourier- és a Laplace-transzformáció.

integrandus

Az $f(x)$ kifejezés az

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \quad \text{vagy} \quad \int f(x)\,\mathrm{d}x$$

integrálokban, illetve az *f* kifejezés az

$$\int_a^b f \quad \text{vagy} \quad \int f$$

integrálokban.

integritási tartomány

így nevezzük az *R* kommutatív egységelemes gyűrűt, ha a következő tulajdonság is igaz rá:

9. Minden $a, b \in R$ esetén $ab = 0$ pontosan akkor teljesül, ha $a = 0$ vagy $b = 0$.

(Az axióma számozása a gyűrűnél megadott számozást folytatja.) így azt is mondhatjuk, hogy az integritási tartomány kommutatív egységelemes nullosztómentes gyűrű. (Lásd nullosztó.)

A legegyszerűbb példa az egész számok $\mathbb{Z}$ halmaza a szokásos összeadással és szorzással. Bármely test is integritási tartomány. További példák integritási tartományra (melyek nem testek): az $\mathbb{Z}$ alakú számok, ahol *a* és *b* egész, vagy a valós együtthatós polinomok halmaza a szokásos összeadással és szorzással.

interkvartilis félterjedelem

A szóródás mérésére szolgáló mennyiség, amely az első és harmadik kvartilis különbsége.

interpoláció

Tegyük fel, hogy ismerjük az *f* függvény $f(x_0), f(x_1), \ldots, f(x_n)$ értékeit. Az **interpoláció** olyan eljárás, melynek segítségével közelítést kapunk $f(x)$-re, ahol *x* valahol az $x_0, x_1, \ldots, x_n$ értékek között található. Ha $x_0 < x < x_1$, akkor **lineáris interpolációval** a következő becslés adhatjuk:

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}(f(x_1) - f(x_0)).$$

Ezt a képletet úgy kapjuk, hogy feltételezzük: az $(x_0, f(x_0))$ és $(x_1, f(x_1))$ pontok között az *f* függvény grafikonja egyenes. Ennél bonyolultabb interpolációs eljárások a becsléshez kettőnél több függvényértéket használnak fel.

intervallum

A **véges intervallumot** mint a valós számok részhalmazát az *a* és *b* végpontok segítségével definiáljuk. Mivel egy végpont vagy hozzátartozik, vagy nem tartozik hozzá a halmazhoz, a véges intervallumok négy típusba sorolhatók:

1. az $\{x|x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\}$ zárt intervallum, jele $[a, b]$;
2. az $\{x|x \in \mathbb{R}, a < x < b\}$ nyílt intervallum, jele $(a, b) \text{ vagy }]a, b[$;
3. az $\{x|x \in \mathbb{R}, a \leq x < b\}$ (balról zárt, jobbról nyílt nyílt) intervallum, jele $[a, b) \text{ vagy } [a, b[$;
4. az $\{x|x \in \mathbb{R}, a < x \leq b\}$ balról nyílt, jobbról zárt intervallum, jele $(a, b] \text{ vagy }]a, b]$.

Öt típusú **végtelen intervallum** van:

1. 5 . $\{x|x \in \mathbb{R}, a \leq x\}$, jele $[a, +\infty) \text{ vagy } [a, +\infty[$;
2. 6 . $\{x|x \in \mathbb{R}, a < x\}$, jele $(a, +\infty) \text{ vagy }]a, +\infty[$;
3. 7 . $\{x|x \in \mathbb{R}, x \leq a\}$, jele $(-\infty, a] \text{ vagy }]-\infty, a]$;
4. 8 . $\{x|x \in \mathbb{R}, x < a\}$, jele $(-\infty, a) \text{ vagy }]-\infty, a[$;
5. 9 . $\{x|x \in \mathbb{R}\}$, jele $(-\infty, +\infty) \text{ vagy }]-\infty, +\infty[$.

Itt a $+\infty$ (végtelen) és a $-\infty$ (mínusz végtelen) szimbólumok természetesen nem valós számok, de használatuk megkönnyíti a jelölést.

Ha *I* az 1–4. intervallumok valamelyike, az *I* által meghatározott nyílt intervallum $(a, b) \text{ vagy }]a, b[$; ha *I* az 5. vagy 6. szerinti nyílt intervallum, akkor $I = (a, +\infty) \text{ vagy }]a, +\infty[$, ha *I* a 7. vagy 8. szerinti, akkor $I = (-\infty, a) \text{ vagy }]-\infty, a[$.

intervallumbecslés

Lásd statbecs.

intervallumskála

Mérések összevetéséhez használatos olyan skála, ahol az értékek különbségének van jelentése, hányadosuknak nem. Következésképpen a skála nullapontja önkényes. Például a hőmérsékletet ilyen skálákon mérjük. A Fahrenheit-skálán vett 0 érték nem felel meg a Celsius-skálán vett 0 értéknek, és egyik mértékegység használata esetén sincs értelme azt mondani, hogy a 10° kétszer olyan meleg, mint az 5°.

intranzitív reláció

Olyan kétváltozós reláció, mely bármely három elem esetén nem tranzitív, azaz ha $a \sim b$ és $b \sim c$, akkor szükségképpen teljesül, hogy *a* nincs relációban *c*-vel. Vegyük észre, hogy ez sokkal erősebb tulajdonság, mint ha egy reláció nem tranzitív reláció, ami akkor áll fenn, ha a tranzitivitás bizonyos elemhármasokra teljesül, míg másokra nem.

invariáns

Olyan tulajdonság vagy mennyiség, amely egy vagy több művelet vagy transzformáció hatására nem változik meg. Például a

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

kúpszelet egyenletének együtthatóiból képzett $h^2 - ab$ mennyiség a koordinátatengelyek elforgatása után változatlan marad, azaz **invariáns**. Két pont távolsága eltolás és forgatás hatására nem változik meg, nagyítás és kicsinyítés hatására azonban igen, ugyanakkor két egyenes által bezárt szög mindhárom transzformáció során változatlan marad. (Lásd nyújtás.)

Fontos különbséget tennünk két eset között. Ha egy egyenes minden pontja invariáns, vagyis a transzformáció minden ponthoz saját magát rendeli, akkor ezek a pontok fix pontok, az egyenes pedig fix egyenes. Egy egyenest invariáns egyenesnek nevezünk, ha bármely pontjának képe rajta van az egyenesen, de nem föltétlenül teljesül, hogy minden pont képe önmaga. Például az *x*-tengelyre való tükrözésnél a tükörtengely fix egyenes, a rá merőleges egyenesek pedig invariáns egyenesek, ugyanis ha egy ilyen egyenes egyenlete $x = \alpha$, akkor az (α, k) pont képe $(\alpha, -k)$.

invertálható leképezés

Lásd injektív leképezés.

invertálható mátrix

Lasd mátrix inverze.

inverz elem

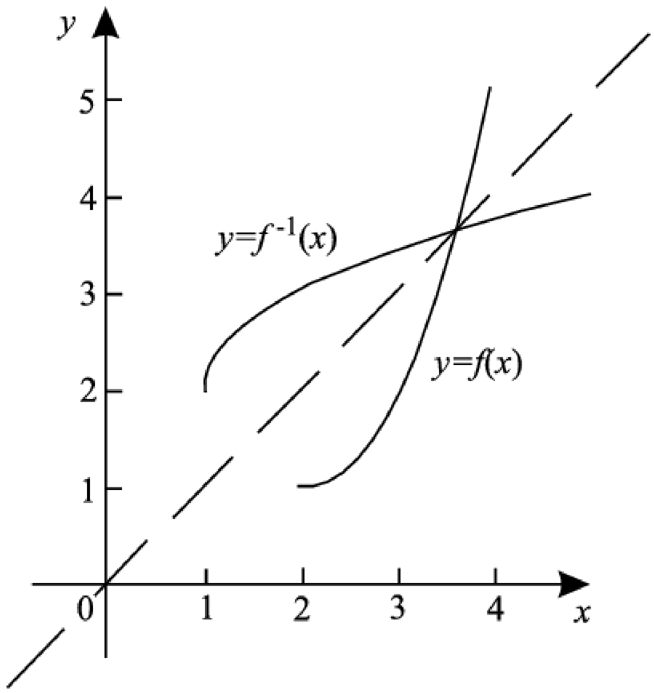
Tegyük fel, hogy az *S* halmazon értelmezett $\circ$kétváltozós reláció neutrális eleme *e*. Ekkor az a' elem *a* **inverze**, ha $a \circ a' = a' \circ a = e$. Ha a művelet szorzás, akkor a neutrális elem neve rendszerint **egységelem**, és jele 1. Ekkor az a' elemet *a* **multiplikatív inverzének** hívjuk, azaz $a \circ a' = a' \circ a = 1$ (vagy *e*). Ha a művelet összeadás, akkor a neutrális elem jele 0, és az a' elem *a* **additív inverze** vagy **ellentettje**. Jele $-a$, azaz $a + (-a) = (-a) + a = 0$. Lásd még csoport.

inverz függvény

Legyen az *f* függvény értelmezési tartománya *S*, értékkészlete *T*. Ha *f* injektív leképezés, akkor definiálható az az f^{-1} szimbólummal jelölt függvény, melynek értelmezési tartománya *T*, és minden $y \in T$ esetén $f^{-1}(y)$ azzal az $x \in S$ elemmel egyenlő, melyre $f(x) = y$. Ekkor f^{-1} az *f* függvény inverze. Az inverz függvény a következő tulajdonsággal rendelkezik: $f^{-1} \circ f = \mathrm{id}_S, \quad f \circ f^{-1} = \mathrm{id}_T$, ahol id_S illetve id_T az *S* illetve a *T* halmaz identitásfüggvénye, $\circ$ pedig a függvények kompozícióját jelöli.

Ha *f* az *I* intervallumon értelmezett valós függvény, mely szigorúan monoton, akkor injektív is, így létezik inverze. Ha *f* differenciálható, akkor $f'(x)$ előjele segítségével az inverz létezésére elégséges feltétel adható. Ha *f* folytonos az *I* intervallumon, melynek végpontjai *a* és *b*, továbbá *f* differenciálható az (a, b) intervallumon és minden $x \in (a, b)$ esetén $f'(x) > 0$ vagy $f'(x) < 0$, akkor *f* -nek az *I* intervallumon létezik inverze.

Ha egy adott *f* függvény inverzét szeretnénk meghatározni, akkor szükség lehet arra, hogy az *f* értelmezési tartománya helyett az *f* egy leszűkítésének az értelmezési tartományát vegyük. Tekintsük például az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) := x^2 - 4x + 5$ függvényt. Ez nem injektív, ugyanakkor mivel $f'(x) = 2x - 4$, látható, hogy $x > 2$ esetén $f'(x) > 0$. Jelölje most *h* azt a függvényt, melynek értelmezési tartománya $[2, +\infty)$ és $h(x) := x^2 - 4x + 5$. Ekkor *h* értékkészlete az $[1, +\infty)$ intervallum, az inverze pedig a $h^{-1} : [1, +\infty) \to [2, +\infty)$ függvény. Az h^{-1} függvényt megadó képletet az $y = x^2 - 4x + 5$ egyenletből kapjuk. Figyelembe véve, hogy $x \in [2, +\infty)$, $x = 2 + \sqrt{y - 1}$. így a változók felcserélésével $h^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x - 1}$, ha $x \geq 1$.



Ha az f függvénynek létezik inverze, akkor f és f^{-1} grafikonja egymásnak a koordinátatengelyek szögfelezőjére vett tükörképei. Az inverz függvény deriváltja a következőképpen határozható meg. Tegyük fel, hogy f deriválható, és jelölje g az f inverzét, azaz ha $y = f(x)$, akkor $x = g(y)$. így ha $f'(x) \neq 0$, akkor g is differenciálható y-ban, és

$$g'(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{f'(g(y))}.$$

Lásd még hiperbolikus függvények inverze, trigonometrikus függvények inverze.

inverz korreláció

Lásd negatív korreláció, korreláció.

involúció

Egy csoport vagy gyűrű, stb. olyan eleme, amelyik önmagának inverze, azaz egy olyan a elem, amelyre $a^2 = e$ teljesül. Az identitás mindig ilyen tulajdonságú, bármelyik tükrözés ilyen, és ilyen a $180°$-os forgatás is.

irány

Egy egyenes irányítása.

irányítás

Olyan változók hatásának kiküszöbölése vagy kézbentartása, melyek nem képezik a kísérlet tárgyát. Ez megvalósítható úgy, hogy bizonyos változók egyenlőségét biztosítjuk, vagy például a hőmérséklet közvetlen irányításával, vagy a kísérleti alanyok – például a súlyuk szerinti – párbaállításával. Ezek után rendszerint randomizálást alkalmazunk, hogy azoknak a zavaró változóknak, amelyeket ezekkel a módszerekkel nem kontrolláltunk, egyike se szerepeljen rendszeres torzítás forrásaként.

irányított egyenes

Meghatározott iránnyal rendelkező egyenes. Ezt a meghatározott irányt hívhatjuk **pozitív iránynak**, az ellenkezőjét **negatív iránynak**. Van, hogy megkülönböztetik az egyenes két pontját az x' és x jelöléssel, úgy, hogy a pozitív irány x'-ből *x*-be mutasson. Alternatív jelölés: *Ox*, ahol *O* az egyenes egy pontja, és a pozitív irány az *x* pont felé mutat.

irányított egyenesszakasz

Ha *A* és *B* egy egyenes két pontja, akkor az egyenes *A* és *B* közé eső pontjai az *A* és *B* ponttal és az egyenes mentén meghatározott iránnyal együtt az egyenes egy **irányított egyenesszakaszát** alkotják. így $\overrightarrow{AB}$ *A*-ból *B*-be vezető irányított szakasz, $\overrightarrow{BA}$ pedig *B*-ből *A*-ba vezető irányított szakasz. Lásd még vektor.

irányított egyenesszakaszok összeadása

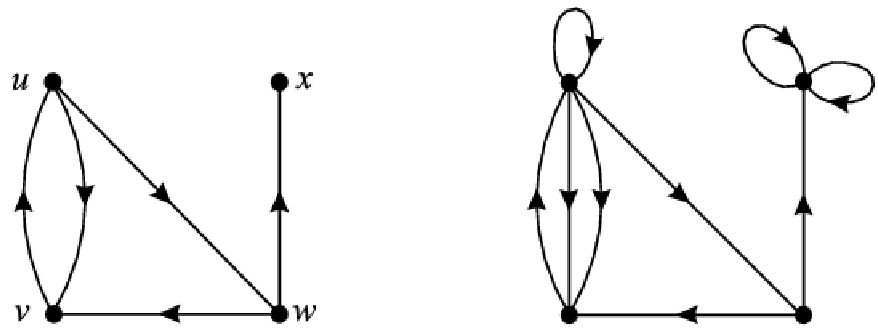
Lásd vektorok összeadása.

irányított esettanulmány

Olyan vizsgálat, amelyben bizonyos feltételeket teljesítő eseteket hasonlítunk össze olyan kontrollokkal, amelyek ezeket a feltételeket nem teljesítik, abból a célból, hogy lássuk, hogyan különböznek egy bennünket érdeklő magyarázó változóban. Amint az illeszkedő párok hasznosak kísérlettervezésnél, a valamely lehetséges magyarázó változó szerint összetartozó páciensek összepárosítása is megjavíthatja a vizsgálat hatékonyságát. Még mindig maradnak kiküszöbölhetetlen problémák a zavaró változók miatt, de – különösen az orvostudomány világában – etikai kérdések is felmerülnek, hogy szabad-e véletlenszerűen adni a potenciálisan jó hatású, illetve káros kezeléseket.

irányított gráf

Pontokból áll, melyek közül némelyeket **irányított élek** kötnek össze, minden irányított élen van egy nyíl, amely meghatározza az irányát. Az *u* pontból *v* pontba menő irányított élet az (u, v) rendezett párral jelöljük. A baloldali ábrán azt a gráfot látjuk, amelynek pontjai *u*,*v*,*w*,*x*, élei pedig $(u,v),(u,w),(v,u),(w,v),(w,x)$.



Éppúgy, mint a gráfoknál, itt is előfordulhatnak többszörös és hurokélek. A jobboldali ábrán olyan gráfot mutatunk, amelynek vannak többszörös és hurokélei.

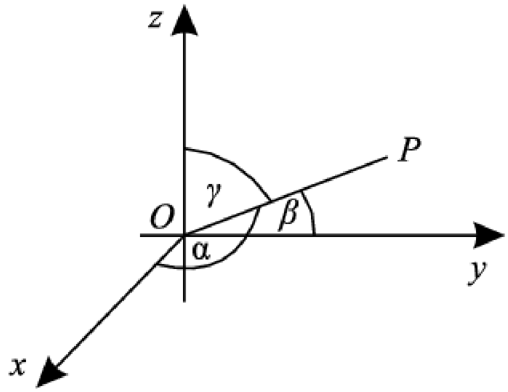
irányított gráf éle

Lásd irányított gráf.

iránykoszinusz

A háromdimenziós Descartes-féle koordináta-rendszerben a következőképpen adható meg egy irány. Vegyünk egy *P* pontot úgy, hogy $\overrightarrow{OP}$ a megadott irányba mutasson, és $|OP| = 1$ legyen. Legyen α, β, γ rendre az $xOP\measuredangle, yOP\measuredangle, zOP\measuredangle$ szög radiánban ($0 \le \alpha \le \pi, 0 \le \beta \le \pi, 0 \le \gamma \le \pi$). Ekkor $\cos(\alpha), \cos(\beta), \cos(\gamma)$ az adott irány vagy $\overrightarrow{OP}$ **iránykoszinuszai**. Ezek nem függetlenek, mivel $\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = 1$. A *P* pont koordinátái $(\cos(\alpha), \cos(\beta), \cos(\gamma))$; a szokványos, a tengelyek irányába mutató $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ egységvektorokat használva a *P* pont ***p*** helyvektora a következő:

$\mathbf{p} = \cos(\alpha)\mathbf{i} + \cos(\beta)\mathbf{j} + \cos(\gamma)\mathbf{k}$. Tehát az iránykoszinuszok ***p*** koordinátái. Az *x*-tengely iránykoszinuszai $1, 0, 0$; az *y*-tengelyéi *0,1,0*; a *z*-tengelyéi *0,0,1*.



iránymező

Egy közönséges differenciálegyenletből az egyenlet megoldása nélkül csupán az ismeretlen mennyiség változási sebessége – vagyis az ismeretlen függvény deriváltjának nagysága – olvasható ki, magának a mennyiségnek az értéke nem. Ilyen helyzetben hasznos az **iránymező** fogalma: az iránymező a megoldásgörbék pontbeli érintőjének irányát (és esetleg nagyságát) tüneteti fel nyilak (vagy vonalkák) segítségével. **Irányvonalaknak vagy izoklínáknak** az olyan görbéket nevezzük, amelyek mentén az érintők azonos meredekségűek. Az alábbi ábrán az $y'(x) = -y(x)$ differenciálegyenlet iránymezőjét tüntettük fel, ahol minden vízszintes egyenes irányvonal. Ennek az egyenletnek az általános megoldása egyébként $y(x) = ce^{-x}$ ($c \in \mathbb{R}$) alakú, melyek közül az ábrán a $c = -2$, $c = -0.5$ és $c = 1$ értékekhez tartozó görbéket tüntettük fel. Ha egy egyenletnek (mint amilyen a fenti is) ismert a szimbolikus megoldása, az iránymező nem ad új információt; hasznuk igazán akkor mutatkozik meg, amikor a differenciálegyenlet pontos megoldása képlettel nem határozható meg, az iránymező ugyanis az egyenlet megoldása nélkül is felvázolható.

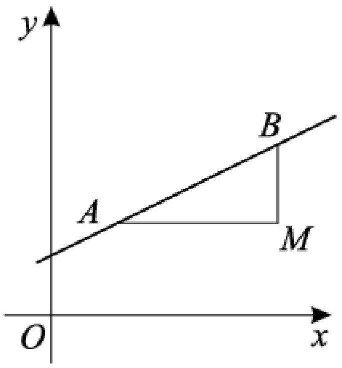
irányszögek

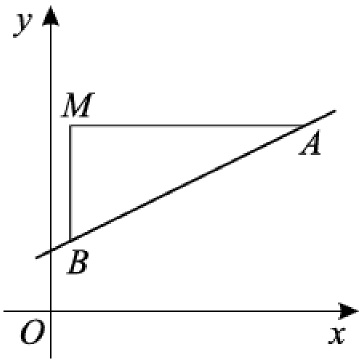
Azok a szögek, amelyeket iránykoszinuszok definiálására használnak.

iránytangens

Tegyük fel, hogy derékszögű koordináta-rendszerben adott az *A* és *B* pontokon átmenő egyenes, és legyen *M* az a pont, melyet *A*-val, illetve *B*-vel összekötve, a tengelyekkel párhuzamos szakaszokat kapunk.

Ekkor az egyenes **iránytangense** (vagy **meredeksége**) MB/AM-mel egyenlő. Itt *MB* az $\overrightarrow{MB}$ vektor hosszát jelenti, ahol ez a vektor pozitív irányban felfelé mutat. Másképpen megfogalmazva, *MB* az $|\overrightarrow{MB}|$ hosszúsággal egyenlő, ha *B* az *M* pont fölött van, és $-|\overrightarrow{MB}|$-vel egyenlő, ha *B* az *M* pont alatt van. Hasonlóan, $AM := |\overrightarrow{AM}|$, ha *M* az *A* ponttól jobbra van, és $AM := -|\overrightarrow{AM}|$, ha *M* az *A*-tól balra van. Az ábrán két esetet illusztráltunk.





Ha m_{AB}-vel jelöljük az *A* és *B* pontokon átmenő egyenes meredekségét, az *A* és *B* pont koordinátái pedig (x_1, y_1) és (x_2, y_2), ahol $x_1 \neq x_2$, akkor

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Bár a definíciót az egyenes *A* és *B* pontjára mondtuk ki, a meredekség független a pontok megválasztásától. Az ábrán látható mindkét egyenes meredeksége $\frac{1}{2}$.

A meredekség definiálható úgy is mint $\mathrm{tg}(\vartheta)$, ahol ϑ az egyenes és az első (*x*-)tengely pozitív fele által bezárt előjeles szög. Ha az *A* és *B* pontokon átmenő egyenes függőleges, azaz párhuzamos a második (*y*-) tengellyel, akkor vagy azt mondjuk, hogy az egyenes meredeksége végtelen, vagy azt, hogy nem létezik. Igazak a következő tulajdonságok:

1. Az *A*, *B* és *C* pont pontosan akkor esik egy egyenesre, ha $m_{AB} = m_{AC}$ (beleértve azt az esetet is, amikor a két meredekség egyaránt nem létezik).

2. Az m_1 és m_2 meredekségű egyenesek pontosan akkor párhuzamosak egymással, ha $m_1 = m_2$ (beleértve azt az esetet is, amikor a két meredekség egyaránt nem létezik).

3. Az m_1 és m_2 meredekségű egyenesek pontosan akkor merőlegesek, ha vagy $m_1 m_2 = -1$, vagy pedig ha az egyik egyenes meredeksége 0, a másiké pedig nem létezik.

irányvektor

Tegyük fel, hogy adott egy irány a $\cos(\alpha), \cos(\beta), \cos(\gamma)$ iránykoszinuszaival. Bármely *l*,*m*,*n* nem csupa 0 számhármast, melyre $l = k\cos(\alpha), m = k\cos(\beta), n = k\cos(\gamma)$ az adott irány **irányvektorának** nevezünk. Mivel

$$\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = 1,$$

ezért

$$\cos(\alpha) = \frac{\pm l}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}, \quad \cos(\beta) = \frac{\pm m}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}, \quad \cos(\gamma) = \frac{\pm n}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}},$$

végig azonos $+$ vagy $-$ előjelet véve. Tehát bármely nem csupa 0-ból álló számhármas két lehetséges iránykoszinuszvektort határoz meg, amelyek ellentétes irányoknak felelnek meg. Az *l,m,n* hármast egy egyenes irány-arányainak mondhatjuk, ha ezek az egyenes egyik irányvektorának arányai.

irracionális szám

Olyan valós szám, amely nem racionális szám. Indirekt módszer alapján, melyet Püthagorász iskolájának tulajdonítanak, belátható, hogy $\sqrt{2}$ irracionális, és hasonlóképpen mutatható meg, hogy például $\sqrt{3}$ és $\sqrt{7}$ is az. Innen következik, hogy az olyan számok mint $1+\sqrt{2}$ és $1/(1+\sqrt{2})$, szintén irracionálisak. Viszonylag egyszerű annak bizonyítása, hogy az *e* szám irracionális, és 1761-ben Lambert nemcsak ezt, hanem azt is igazolta, hogy π irracionális.

irreducíbilis

Felbonthatatlan, nem bontható tényezőkre, nem faktorizálható. így például az egész számok körében a prímszámok felbonthatatlanok. Az x^2+1 kifejezés is irreducíbilis, ha a valós számok halmazát tekintjük, ugyanakkor a komplex számok fölött felírható az $(x+i)(x-i)$ gyöktényezős alakban.

ismeretlen

Olyan függvény, amelyet, illetve olyan változó, amelynek értékét meg szeretnénk határozni.

ismeretlen állandó

Olyan állandó, amelynek az értéke (még) nincs rögzítve. (Az ilyeneket gyakran paramétereknek is hívjuk.) Például az egyenes $y = mx + b$ alakú egyenletében *x* és *y* a változókat, *m* és *b* pedig a paramétereket jelentik, amelyek minden egyenes esetén más és más értéket vesznek fel. A határozatlan integrál (elnevezésű függvényhalmaz) szokásos felírásában mint például az $\int x\,\mathrm{d}x = x^2/2 + c$ jelsorozatban *c* azt fejezi ki, hogy az $x \to x$ integrandusnak minden valós *c* szám mellett primitív függvénye az $x \to x^2/2 + c$ függvény. A *c* szám értéke a peremfeltételből határozható meg.

ismételt mérési terv

Olyan kísérleti terv, amelynek során ugyanazon résztvevők állapotát mérik ismételten különböző feltételek mellett. Mivel ugyanazon résztvevőket használjuk minden egyes feltételnél, ezzel az eredmények ingadozásának egy fő forrását szüntetjük meg.

ismétlés

Egy megtervezett kísérletben gyakran ugyanazt az eljárást hajtjuk végre egy bizonyos számú alanyon több információ szerzése céljából. Ha egy kísérletet minden egyes eljárás mellett háromszor megismétlünk, az hatásosabb, mintha egyedi megfigyeléseket végzünk az egyes eljárásokon.

ismétlődő tizedes jegy

Lásd decimális számábrázolás.

ismétlődő tizedes jegyek

Lásd decimális számábrázolás.

ítélet

(logikában) Lásd állítás.

iteráció

Az **iterációs módszer** valamely eljárás ismételt alkalmazásával a keresett érték eg közelítéseit adja. Példák iterációra a szukcesszív approximáció és a Newton-módszer, melyekkel az $f(x) = 0$ alakú egyenletek gyökei határozhatók meg.

ív

Egy görbe két pont közötti része.

ívhossz

Annak a szakasznak a hossza, melyet úgy kapunk, hogy az ívet megnyújtás s összenyomás nélkül kiegyenesítjük. Kivételes esetektől eltekintve, amikor a görbe egyszerű ismert alakzatnak része, az ívhosszt integrálással számítjuk ki.

1. Ha a görbe az *f* függvény grafikonjának *a* és *b* abszcisszájú pontja közé eső része, akkor az integrál alakja: $\int_a^b \sqrt{1+(y'(x))^2}\,\mathrm{d}x$.
2. Ha a görbe polárkoordinátás alakban adott, és az $r = u$ és $r = v$ értékek közötti szakaszának ívhosszát akarjuk kiszámolni, akkor az integrál: $\int_u^v \sqrt{1+r^2(\vartheta'(r))^2}\,\mathrm{d}r.$ Ha ugyanekkor az α és β szögeknek megfelelő értékek közötti szakaszának ívhosszát akarjuk kiszámolni, akkor az integrál: $\int_\alpha^\beta sqrtr^2(\vartheta)+(r'(\vartheta))^2\mathrm{d}\vartheta.$
3. Ha a görbe az $(x(t), y(t))$ paraméteres alakban adott, akkor az integrál alakja: $\int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(\dot{x}(t))^2+(\dot{y}(t))^2}\,\mathrm{d}t$.

izogon

Olyan sokszög, amelyiknek mindegyik szöge azonos, tehát minden szabályos sokszög **izogon**, de a fordítottja nem áll. Például egy téglalapnak négy egyenlő szöge van, de nem kell, hogy szabályos négyoldal (négyzet) legyen.

A téglalap tehát izogon, de nem szabályos sokszög.

izoklínák

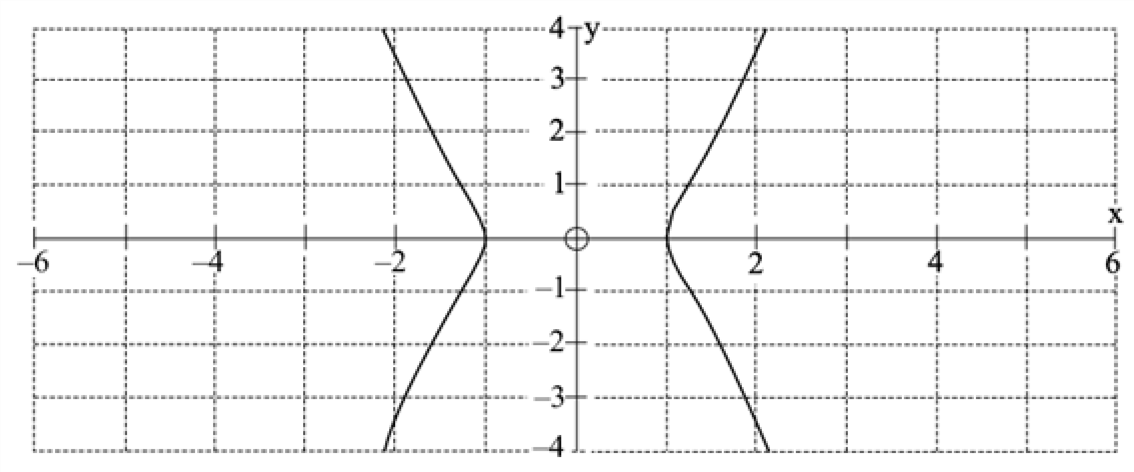
Lásd iránymező.

izolál

Például azonosít egy olyan intervallumot, amelyben egy egyenletnek már csak egyetlen gyöke van.

izolált pont

Olyan pont, mely nincs rajta egy egyenlet által meghatározott fő görbén, de amelynek koordinátái kielégítik az egyenletet. Például $y^2 = x^4 - x^2 = x^2(x^2-1)$ nincs értelmezve $-1 < x < 0$ és $0 < x < 1$ esetén, ugyanakkor a görbének a $(0,0)$ pont **izolált pontja**. Grafikonja az alábbi ábrán látható.



izolált szingularitás

Lásd szinguláris pont.

izomorf

Lásd izomorfizmus.

izomorf gráfok

Két vagy több gráf izomorf, ha pontjaik között kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés létesíthető, és az egymásnak megfelelő pontokat a két gráfban pontosan ugyanakkor köti össze él. A pontok elhelyezkedése lehet olyan, hogy két izomorf gráf felületesen különbözőnek látszik.

izomorfizmus

Lásd csoportok izomorfizmusa, gyűrűk izomorfizmusa.

izoperimetrikus

Két vagy több geometriai alakzat azonos kerületű.

izoperimetrikus egyenlőtlenség

Ha egy síkidom kerülete *k*, területe pedig *t*, akkor a $4\pi t/p^2$ **izoperimetrikus hányados** mindig ≤ 1, és az egyenlőség pontosan akkor áll fenn, ha a síkidom kör. Ez másként megfogalmazva azt is jelenti, hogy adott kerületű síkidomok közül a kör területe a legnagyobb. Az egyenlőtlenség általánosítható három és magasabb dimenziós felületre is. Három dimenzióban adott felszínű testek közül a gömb térfogata a legnagyobb.

12. J

j

A műszaki életben a komplex számok jelölésénél gyakran *j* is használatos *i* helyett.

j

Általában így jelölik a második (*y*-)tengely mentén a pozitív irányba mutató egységvektort, valamint így jelölik azt az egységvektort is, amely egy lövedék pályasíkjában függőleges irányba mutat.

J

A joule mértékegység jele.

Jacobi, Carl Gustav Jacob

(1804–1851) Német matematikus, az elliptikus függvények elméletének egyik kidolgozója. E függvényosztály bizonyos (úgynevezett **elliptikus**) integrálok inverzeként definiálható. A számelméletben alkalmzva ezeket, bebizonyította Fermat sejtését, miszerint minden egész szám felírható négy négyzetszám összegeként. A determinánsokkal kapcsolatban és a mechanikában is születtek jelentős eredményei.

Jacobi-féle iteráció

n ismeretlenes *n* egyenletből álló lineáris egyenletrendszer megoldására szolgáló módszer. Ha az egyenletrendszer mátrixalakja $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, akkor az $x_i^{(1)} = \frac{b_i}{a_{ii}}$ kezdeti értékekből kiindulva az $x_i^{(k)} = \frac{b_i - \sum_{j \neq i} a_{ij} x_j^{k-1}}{a_{ii}}$ képlet felhasználásával a többi ismeretlen meghatározható. A Gauss–Seidel-iterációval ellentétben itt az új értékeket egyszerre kapjuk meg.

Jacobi-mátrix

(deriváltmátrix) Legyen *f* $\mathbb{R}^n$ valamely részhalmazán értelmezett, $\mathbb{R}^m$-beli értékekekt fölvevő függvény. Ekkor *f* Jacobi-mátrixa az az $m \times n$-es mátrix, melyben az *i*-edik sor *j*-edik eleme a $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ parciális derivált.

játék

Olyan konfliktushelyzetek matematikai modellje, melyek kimenetele függ a résztvevők választási lehetőségeitől. A **játékelmélet** elsősorban nem szabadidős tevékenységekhez kötődik; olyan területeken alkalmazható, amelyek döntéshozással kapcsolatosak, például az üzleti életben, emberi kapcsolatokban vagy katonai manővereknél. Az egyik játék, melyre az elmélet jól ki van dolgozva, az ún. mátrixjáték.

játékos tönkremenetele

Lásd: véletlen bolyongás.

Jeffreys, Harold

(1891–1989) Angol csillagász és geofizikus, a valószínűségszámításban és az analízisben ért el fontos eredményeket. Csillagászati eredményei is jelentősek.

jobb oldali

Legyen *a* az *f* függvény $\mathcal{D}f$ értelmezési tartományának jobb oldali torlódási pontja, azaz legyen torlódási pontja a $\mathcal{D}f \cap]a, +\infty[$ halmaznak. Akkor mondjuk, hogy az *f* függvénynek az *a* pontban létezik jobb oldali határértéke, ha az *f* függvény $\mathcal{D}f \cap]a, +\infty[$ halmazra vett leszűkítésének létezik az *a* pontban határértéke. Ezt a határértéket az *f* függvény *a* helyen vett jobb oldali határértékének nevezzük, és az alábbi jelek valamelyikével jelöljük: $f(a+0), f(a+), \lim_{a+0} f, \lim_{x \to a+0} f(x)$. Ez a fogalom különösen fontos, ha *f* nem folytonos az *a* pontban, azaz ha nem létezik egyik oldali határértéke, vagy a jobb oldali és a bal oldali határértéke különbözik. Vö.: bal oldali.

jobboldali derivált

Lásd bal- és jobboldali derivált.

jobboldali határérték

A valós számegyenes pontjai általában balról jobbra növekedő értékeket reprezentálnak. A **jobboldali határérték** a függvény határértéke **felülről**, azaz ha $x \to a$, de *x* csak *a*-nál nagyobb értékeket vesz fel.

jobbról

Lásd felülről.

jobbról való szorzás

Amikor az ***A*** és ***B*** mátrixok $\mathbf{AB}$ szorzatát számítjuk (lásd mátrixok szorzása), azt mondjuk, hogy ***A***-t **jobbról szorozzuk *B***-vel.

jobbsodrású rendszer

Legyen *Ox, Oy* és *Oz* három egymásra páronként merőleges irányított egyenesszakasz, amelyek az *O* pontban metszik egymást. Ezek az *Ox, Oy, Oz* sorrendben véve egy **jobbsodrású rendszer**t alkotnak, ha egy személy fejjel felfelé a pozitív *z*-irányban áll arccal a pozitív *y*-iránynak, akkor a pozitív *x*-irány a jobb oldalára esik. Másként megfogalmazva, ha arccal a pozitív *z*-irányba helyezkedünk el, akkor egy forgás a pozitív *x*-iránytól a pozitív *y*-irány felé az óra járásának megfelelően halad át a derékszögön. A megszokott gyakorlatot követve, az ebben a könyvben található ábrákon, amelyek a három-dimenziós tér esetén Descartes-féle koordináta-rendszert használnak, *Ox, Oy* és *Oz* **jobbsodrású rendszer**t alkot.

A három irányított egyenesszakasz, *Ox, Oy* és *Oz* (ebben a sorrendben) **balsodrású rendszer**t alkot, ha az *Oy, Ox, Oz* sorrendben jobbsodrású rendszert alkot. Ha egy jobbsodrású rendszerben a három egyenesszakasz bármelyikének iránya megfordul, akkor balsodrású rendszert kapunk.

Hasonlóan, három ferde irányított egyenesszakasz rendezett halmaza jobb- vagy balsodrású rendszer lehet. Három vektor adott sorrendben, jobb- vagy balsodrású rendszert alkot, ha a vektorokat reprezentáló irányított szakaszok jobb- vagy balsodrású rendszert alkotó irányított egyenesszakaszokat definiálnak.

Johann Müller

Lásd Regiomontanus.

jól kondicionált feladat

A rosszul kondicionált feladat ellentéte. (A más kontextusban szokásos a **korrekt kitűzésű** feladat elnevezés is.)

Jordan, Marie-Ennemond-Camille

(1838–1922) Francia matematikus, aki permutációcsoportokról írt tanulmányával és az egyenletek elméletének vizsgálatával felhívta a figyelmet lasd[Galois]Galosi, Évariste munkásságára. Egy későbbi analízisbeli munkájában szerepel a ma Jordan-féle görbetétel néven ismert állítás megfogalmazása.

Jordan-féle görbetétel

A tétel azt mondja ki, hogy egy Jordan-görbe a síkot két részre bontja, az egyik (a korlátos) a görbe belseje, a másik a görbe külseje. E tétel állítása nyilvánvalónak tűnhet, ugyanakkor bizonyítása nehéz.

Jordan-görbe

Egyszerű zárt görbe, azaz olyan folytonos síkgörbe, melynek kezdő- és végpontja megegyezik, és nem metszi önmagát.

Josephus-probléma

A zsidó történetíró által leírt elbeszélés szerint Josephus tagja volt egy 41 fős felkelő csapatnak, akiket a zsidó–római háború idején egy barlangban tőrbe csaltak a rómaiak, és akik a fogság helyett inkább az öngyilkosságot választották. Elhatározták, hogy körbeállnak, és minden harmadik embert megölik. Josephus azonban, aki egy társával együtt nem akart meghalni, kiszámolta, hova álljanak a körben, így ők ketten életben maradtak. Legáltalánosabb formájában a Josephus-probléma úgy szól, hogy határozzuk meg az utolsó embert egy *n* főből álló körben, ahol minden *m*-edik embert kizárjuk.

joule

A munka és az energia SI mértékegysége, jelölésben J. Egy joule a munkavégzés akkor, ha egy newton nagyságú erő támadáspontja egy méterrel mozdul el az erő vektorának irányában.

Julia-halmaz

Azon z_0 pontok halmazának határa a komplex számsíkon, melyekre az $f(z) = z^2 + c$ függvényt ismételten alkalmazva, korlátos sorozatot kapunk. Más függvényekre is használható ez az elnevezés. A Julia-halmazok rendszerint fraktálok, és *c* értékétől függően rendkívül változatosak lehetnek.

13. K

k

A kilo- előtag rövidítése, amely az SI mértékegységek előtagjaként a 10^3 számmal való szorzást jelöli, például km.

k

Általában így jelölik a harmadik (z-)tengely mentén a pozitív irányba mutató egységvektort, valamint így jelölik azt a függőlegesen felfelé mutató egységvektort is, amelyet háromdimenziós mozgás leírása során használnak.

kalkulus

Egyes országokban az analízis elemeinek könnyített változatát neveik így. Lásd még differenciálszámítás, integrálszámítás és Newton–Leibniz-tétel.

Kalmár László

(1905–1976) Magyar matematikus, matematikai logikával, és – korát jóval megelőzve – számítástudománnyal foglalkozott. Igen sokat tett a matematika (elsősroban orvosi) alkalmazásainak elterjesztéséért is.

kamat

Az az effektív ár, amit a másik személy pénzének használatáért fizetnek. Arányként fejezik ki, általában százalék per év a mértékegysége, habár gyakran nagyon nem mindegy, hogy hogyan számolják a kamatot. Ezért ha egy hirdetés kamatot is tartalmaz, fel kell rajta tüntetni a teljeshiteldíj-mutatót, hogy reális összevetéseket lehessen tenni. Az autóvásárlási kölcsönök hagyományosan olyan egyszerű kamatszámításon alapulnak, ahol a kamatot elvben a teljes összegre és a teljes időtartamra fizetik, így ha valaki 5 millió forintot kap kölcsön évi 8 %-os kamatra három évre, akkor $a = 0$ forint kamatot fog fizetni, tehát összesen 6.24×10^6 forintot kell visszadnia, azaz havonta $6.24 \times 10^6 / 32 = 172\ 222$ forintot. Ezáltal az igazi kamatláb sokkal magasabb, mint 8 %, mert a harmadik év vége felé már a kölcsön összegének túlnyomó részét visszafizette a vásárló. Egy kamatozó számlán rendszerint a kamatot újra befektetik, azaz a kamat is hozzáadódik a tőkéhez, és ez után a nagyobb összeg után fizetnek kamatot, vagyis kamatos kamatot fizetnek, vagy választhatja a betétes azt a megoldást, hogy a kamatot áttételi egy másik számára, és az jövedelemként szolgál számára.

kamatos kamat

Tegyük fel, hogy befektetjük a *P* pénzösszeget, ami évente *i* százalék kamatot hoz. Egy év után az összeg $P + P\frac{i}{100} = P\left(1 + \frac{i}{100}\right)$ értékre nő, tehát *i* százalék hozzáadása $1 + \frac{i}{100}$-zal való szorzást jelent. Amikor a kamatot évenként írják az összeghez, az új összeget felhasználva számolják ki a kamatot a második év után, ennek a végére az összeg $P(1 + \frac{1}{100})^2$ lesz. Az összeg *n* év elteltével

$$P\left(1 + \frac{i}{100}\right)^n.$$

Ez a **kamatos kamat** képlete. Ha ábrázoljuk a pontokat, hogy megmutassuk, miként nő az összeg, akkor a pontok olyan görbén fekszenek, amely exponenciális növekedést ír le. Vessük ezt össze az egyenessel, amit az egyszerű kamat esetében kapunk.

kanonikus

Egy kifejezés szabványos alakja. Például, az $y = mx + b$ és az $ax + by + c = 0$ kifejezések a síkban fekvő egyenes egyenletének kanonikus alakjai. Lásd még másodrendű felület.

kanonikus bázis

Ortogonális egységvektorok halmaza; ezek (bizonyos értelemben) a legegyszerűbb bázisok az *n*-dimenziós eukleidészi térben. A háromdimenziós térben az OX, OY, OZ irányú $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ vektorok **kanonikus bázist** alkotnak.

káosz

Amikor egy teljesen determinisztikus dinamikai folyamatban véletlen és megjósolhatatlan jelenik meg a kezdeti értékekre való érzékenység miatt, és a folyamat sokrétű különböző kvalitatív viselkedést mutat, **káoszról** szokás beszélni. Ezt az érzékeny függést gyakran hívják **pillangóhatásnak**. Jellegzetes példa kaotikus folyamatra a következő iteráció: $x_{n+1} = ax_n(1 - x_n)$

kapacitás

Lásd térfogat, vágás kapacitása, él kapacitása.

kapcsoló

Bináris változó, amelynek értékétől függően valamilyen valamilyen cselekedetet végre kell hajtani. Például egy számítógépes program „ha…akkor…egyébként” utasításának részleteként fordulhat elő. Másik példánkban egy tagra csak akkor van szükség, ha valamely feltétel teljesül, ez esetben a tagot megszorozhatjuk *z*-vel, és *z* az 1 értéket fogja kapni, amikor teljesül a feltétel, egyébként pedig nullát. Ezen a módon a feltételt egyetlen függvénnyel vettük figyelembe.

karakteriszika

A tízes alapú logaritmus egész része, a szám nagyságrendjét adja meg. így például $\log_{10}(270)$ karakterisztikája 2, mivel $270 = 2.7 \times 10^2$.

karakterisztika

Lásd lebegőpontos ábrázolás.

karakterisztikus egyenlet

Lásd karakterisztikus polinom.

karakterisztikus érték

Lásd sajátérték.

karakterisztikus gyök

Lásd sajátérték.

karakterisztikus polinom

Legyen ***A*** négyzetes mátrix. Ekkor $\det(\mathbf{A} - \lambda I)$ polinomja λ-nak, amit az ***A*** mátrix **karakterisztikus polinomjának** hívunk. A $\det(\mathbf{A} - \lambda I) = 0$ egyenletet az ***A*** mátrix **karakterisztikus egyenletének**, a gyökeit pedig az ***A*** mátrix sajátértékeinek hívjuk. Lásd még Cayley–Hamilton tétel.

karakterisztikus vektor

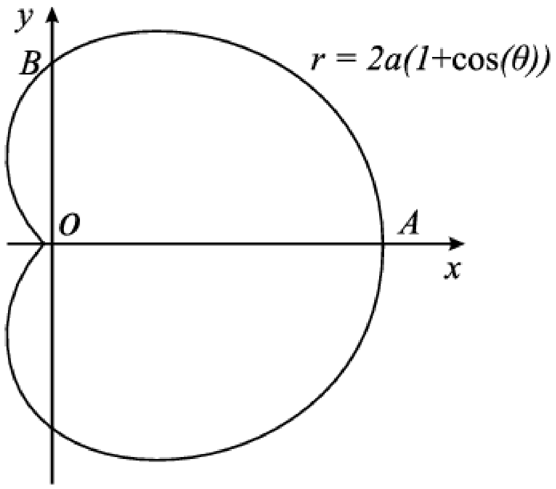
Lásd sajátérték.

kardinális szám

Lásd számosság.

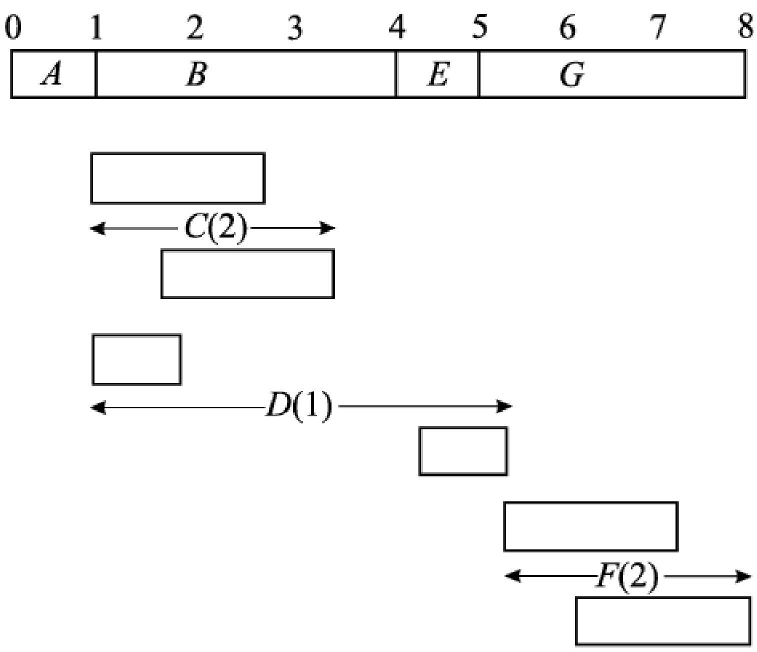
kardioid

Olyan görbe, amit egy kör kerületének pontja ír le, miközben a kör egy másik, $b \in B$kkora sugar$OA = 4a$dül $OB = 2a$nlete polárkoordinátákkal kifejezve, melyben *a* a közös sugár: . Az ábrán és .



kaszkádábra

(Gantt-ábra) A kritikusút-elemzés módszerével kapott megoldás egy grafikus megjelenítési módja. A kritikus tevékenységeket vízszintesen fölülre rajzoljuk, a nemkritikus tevékenységeket pedig ez alatt ábrázoljuk. A sávpárok azt mutatják, hogy hol lehet a tevékenységeket a lehető legkorábban, illetve legkésőbb végrehajtani úgy, hogy még az ne okozzon késleltetést.



katasztrófaelmélet

Olyan elmélet, mely egyszerű modelleket alkot potenciálfüggvény segítségével leírható összetett rendszerek egyensúlyi állapotainak viselkedésére abban az esetben, ha a potenciálfüggvény változik. Ennek alapján alkotott egy modellt Thom, René Frédéric a biológiai morfogenezisre. A katasztrófaelmélet onnan kapta nevét, hogy az általa tárgyalt rendszerek gyakran ugrásszerűen mennek át egyik egyensúlyi állapotukból a másikba. Az elméletet számos folyamat modellezésére ajánlották már, például hirtelen viselkedésváltozások leírására (melyek során egy támadó állat egyszer csak menekülni kezd), vagy a tőzsdék összeomlásának leírására.

katenoid

A láncgörbe szimmetriatengelye körül való megforgatásával kapott felület a **katenoid** vagy láncfelület.

kelvin

Jele K. Egy hőmérsékleti skála és az ahhoz tartozó mértékegység elnevezése. A víz fagyáspontjához a skála $273.15\mathrm{K}$ értéke, a víz forráspontjához pedig a skála $373.15\mathrm{K}$ értéke tartozik légköri nyomás mellett. A skála $0\mathrm{K}$ értéke az abszolút zérus hőmérsékletet jelöli, ahol valamennyi termodinamikai mozgás megszűnne.

Kelvin

(1824–1907) Eredeti nevén William Thomson. Brit matematikus, fizikus és mérnök, aki – főképpen pályafutása elején – az elektromágnesség és a hidrodinamika elmélete terén végzett munkájával gazdagította a tudományt.

Kemény János

(1926–1992) Magyar származású amerikai matematikus, Tom Kurtzcal közösen a BASIC nyelv megalkotója. Kiváló tankönyveket írt diszkrét matematikáról és valószínűségszámítási alkalmazásairól.

Kendall-féle rangkorreláció

Lásd rangkorrelációs együttható.

kényelmes mintavételezés

Amikor a legkényelmesebben elérhető csoportból veszünk mintát. Ilyen mintákból nyert adatok nagyobb populációra vonatkozó értékes információt szinte biztosan nem hordoznak.

kényszerfeltétel

Olyan feltétel, amely korlátozást jelent. Például, ha $f(t)$ egy inga mozgását írja le, amit $t = 0$ időpontban elengedünk., akkor $f(t)$ csak akkor van értelmezve, ha $t \geq 0$. A $p_i := P(X = x_i)$ valószínűségeloszlásban a p_i értékekre két axiomatikus megkötés áll fenn: $p_i \geq 0$ minden *i* esetén, és $\sum p_i = 1$.

kényszerrezgés

Ez a rezgés akkor lép fel, ha egy rezgőmozgásra képes testre a visszatérítő erő mellett egy másik, időben változó erő is hat, melyet **gerjesztő erőnek** neveznek. Ha maga a gerjesztő erő is oszcillál, akkor a legegyszerűbb esetben $m\ddot{x}(t) + kx(t) = F_0 \sin(\Omega t + \varepsilon)$ alakú mozgásegyenlet írható fel. Ha $\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, akkor rezonancia lép fel.

Csillapított kényszerrezgés esetén a fenti egyenlet általános megoldásában a homogén egyenlet általános megoldásának megfelelő tag zérushoz tart, ha *t* tart a végtelenhez, és így a hosszú idő után kialakuló mozgást a gerjesztő erőből származó partikuláris megoldás írja le.

kép

Lásd függvény, leképezés.

képhalmaz

Lásd függvény és leképezés.

Kepler, Johannes

(1571–1630) Német csillagász és matematikus, aki leginkább a bolygómozgásra vonatkozó három törvényéről ismert, melyek közül az egyik azt a felfedezését rögzíti, hogy a bolygók ellipszispályákon keringenek a Nap körül. Az első két törvényt 1609-ben tette közzé, miután a megfigyelések meggyőzték arról, hogy a Mars pályája ellipszis. A harmadik törvényt tíz évre rá mondta ki. Ezenkívül továbbfejlesztette a forgástestek térfogatszámításának Arkhimédész által használt módszerét, mely azon alapszik, hogy a testeket végtelen sok végtelenül apró rész összességeként fogják fel.

Kepler-féle törvények (bolygómozgás)

A következő három törvény, melyek a bolygók Nap körüli mozgására vonatkoznak:

1. A bolygók ellipszis alakú pályákon mozognak, melyeknek egyik fókuszpontjában található a Nap.

2. A bolygót a Nappal összekötő vezérsugár azonos hosszúságú időtartamok alatt azonos területeket ír le.

3. A bolygók keringési idejének négyzete arányos pályájuk nagytengelye hosszának köbével.

Ezeket a törvényeket megfigyelési eredmények alapján Kepler fogalmazta meg. Később Newton megalkotta második mozgástörvényét és a gravitációs erőtörvényt, melyekből a Kepler-törvények levezethetők.

képzetes rész

Ha a *z* komplex szám alakja $x + yi$, ahol *x* és *y* valós számok, akkor *y*-t **képzetes résznek** nevezzük. Jelölése: $\mathrm{Im}\, z$ vagy $\mathrm{Re} z$.

képzetes tengely

A derékszögű koordináta-rendszer *y*-tengelye a komplex számsíkon. A tengely pontjai a tisztán képzetes számok.

kerek

Kör vagy gömb alakú.

kerekítés

Tegyük fel, hogy egy szám több számjegyből áll, mint amennyit kényelmesen lehet kezelni vagy tárolni. Kerekítéskor (a csonkítással ellentétben), az eredetit a hozzá legközelebb eső, kívánt mennyiségű számjegyből álló számmal helyettesítjük. így amikor egy tizedes jegyig kerekítünk, 1.875-ből 1.9 lesz, illetve 1.845-ből 1.8. Azt mondjuk, hogy a számot **felfelé kerekítjük** vagy **lefelé kerekítjük**, az előbbi példáknak megfelelően. Ha az eredeti szám pontosan félúton van (például, ha 1.85-öt kerekítjük egy tizedes jegyre), felfelé is lehet kerekíteni (1.9-re) vagy lefelé is lehet kerekíteni (1.8-ra). Némely szerző szeret valamilyen módszert javasolni, hogy melyik utat válasszuk. Lásd még tizedes jegy és értékes jegyek.

kerekítési hiba

Amikor az *X* számot bizonyos számú számjegyre kerekítjük, hogy az *x* közelítést kapjuk, a keletkező hibát **kerekítési hibának** nevezzük. Néhány szerzőnél ez $X - x$, másoknál pedig $x - X$. Például, ha az 1.875-öt kerekítjük egy tizedes jegyig vagy két számjegyre, akkor 1.9-et kapunk, a kerekítési hiba pedig 0.025 vagy -0.025 lesz. Ha egy számot *k* tizedes jegyre kerekítünk, akkor a kerekítési hiba $\pm 5 \times 10^{-(k+1)}$ között lesz; például, ha 3 tizedes jegyre kerekítünk, a hiba ± 0.0005 közé fog esni. Néhány szerzőnél a hiba $|X - x|$ (lásd abszolút érték), és így náluk mindig nagyobb vagy egyenlő nullával.

keresztbeszorzás

Ha egy egyenletnek mindkét oldala törtekből áll, akkor az **keresztbeszorzással** egyszerűsíthető. Valójában mindkét oldalt a két nevező szorzatával szorozzuk meg, de a nevező mindkét oldalon ki fog esni, ezért úgy tűnik, mintha mindkét oldal számlálóját a másik oldal nevezőjével szoroztuk volna meg. Például:

$$\frac{x}{3} = \frac{2x-1}{4} \to 4x = 3(2x-1).$$

keresztkorreláció

Két idősor változói közötti korreláció, ahol az azonos időpontokhoz tartozó értékeket párosítjuk össze.

keresztszorzat

Lásd vektoriális szorzat.

kerület

Valamely síkeli alakzat **kerülete** a határának hossza. így egy *h* hosszúságú és *s* szélességű téglalap kerülete $2h+2s$. Egy kör kerülete pedig a körvonal hossza.

késlekedés

A kritikusút-elemzés módszerénél a legutóbbi és a legkorábbi időpont közötti különbség egy tevékenységi hálózat valamely pontjában. Ez adja meg az adott pontban a megengedhető legnagyobb késlekedést, ami még nem okoz késlekedést az egész feladat teljesítésénél. A késlekedés kritikus tevékenységekre nulla.

késleltetés (időbeli eltolódás)

Két megfigyelés között eltelt idő, amikor idősorok autokorrelációját számítjuk. Havonkénti adatok esetén a legfontosabb lehetséges késleltetések: 1 (kapcsolat a legutolsó teljesítménnyel); 3, 6 és 12: ezek pedig az üzleti alkalamzásoknál az évszakok hatásával kapcsolatosak.

ketegorikus adatok

Lásd nominális skála.

két egyenes távolsága (háromdimenziós térben)

Legyen l_1 és l_2 két egymást nem metsző egyenes a térben. Két eset különböztethető meg. Ha l_1 és l_2 párhuzamos, akkor a két egyenes közti távolság megegyezik bármely az l_1 és l_2 egyenesre egyaránt merőleges N_1N_2 szakasz hosszával, ahol N_1 az l_1 egyenesen, N_2 pedig az l_2 egyenesen van. Ha l_1 és l_2 nem párhuzamosak (kitérők), akkor egyértelműen létezik két pont, N_1 az l_1 egyenesen és N_2 az l_2 egyenesen, úgy hogy az N_1N_2 szakasz hossza a lehető legrövidebb, és ez a szakasz mindkét egyenesre merőleges. Ekkor az $|N_1N_2|$ hossz a két egyenes közti távolság. Az N_1N_2 egyenes l_1 és l_2 közös merőlegese.

kétindexes sor

Olyan sor, melynek két indexe van. Előfordul például bármely kétdimenziós valószínűségi változóból számolt mennyiségnél. Legyen $p_{ij}=P\{X=x_i,Y=y_j\}$, akkor $E(Z=X+Y)=\sum_i\sum_j((x_i+y_j)\times p_{ij})$.

kétindexes sorozat

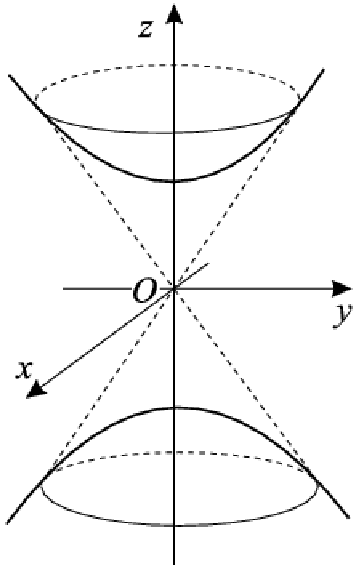
Olyan sorozat, melynek két indexe van. Például $a_{n,m}=\frac{1}{n^2+m^2}$.

kétköpenyű hiperboloid

Olyan másodrendű felület, melynek egyenlete alkalmas koordináta-rendszerben

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1.$$

Szimmetrikus a koordinátasíkokra. Az *xy*-síkkal párhuzamosan, azaz egy $z=k$ egyenletű síkkal elmetszve, hacsak ez a metszet nem üres, akkor ellipszist kapunk (illetve kört, ha $a=b$). Ha *k* értéke $-c$ és *c* között van, akkor a $z=k$ egyenletű sík nem metszi a hiperboloidot, így azt mondjuk, hogy az két **köpenyből** áll. A másik két koordinátasíkkal párhuzamos metszetek hiperbolák. A *z* tengelyen átmenő sík olyan hiperbolát metsz ki felületből, melynek csúcsai $(0,0,c)$ és $(0,0,-c)$. Lásd még egyköpenyű hiperboloid.



kétmintás próba

(statisztikában) Olyan statisztikai próba, amelyet két független mintára kell alkalmazni. Ha ugyanazokon az egyedeken két mérést végzünk, akkor a méréseket összekombinálhatjuk (például az eredményeket kivonhatjuk egymásból), hogy a kapott mintát egymintás próbának vethessük alá.

kétoldali próba

Lásd hipotézisvizsgálat.

két pont távolsága (háromdimenziós térben)

Legyen *A* és *B* két pont a térben az (x_1, y_1, z_1) és az (x_2, y_2, z_2) koordinátákkal. Ekkor az $|AB|$**távolság** $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.

két pont távolsága (n dimenziós térben)

Lásd *n*-dimenziós tér.

két pont távolsága (síkon)

Legyen *A* és *B* két pont a síkban az (x_1, y_1) és az (x_2, y_2) koordinátákkal. Püthagorász tételéből következően az $|AB|$**távolság** $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

kétszemélyes zéróösszegű játék

Olyan kétszemélyes játék, amelyben az egyik játékos által megnyert összeget veszti el a másik játékos, azaz egy körben a nyeremények és veszteségek összege nulla.

kétszeres érintő

Egy olyan egyenes, amely két különböző pontban érint egy görbét, vagy két különböző érintő, amelyek ugyanabban a pontban érintik a görbét, csúcs esetében.

kétszeres gyök

Lásd gyök.

kétszeres pont

Egy görbe olyan pontja, amelyben a görbe metszi önmagát. Ha ebben a pontban a két érintő nem azonos, akkor ez **csomópont**.

kétszeres pontosság

Lásd numprec.

kétszeres szögek hiperbolikus függvényei

Lásd hiperbolikus függvények.

kétszeres szögek trigonometrikus függvényei

Kétszeres szögek trigonometrikus függvényei visszavezethetők az egyszeres szögek szögfüggvényeinek számolására, ha alkalmazzuk az összeg és különbség trigonometrikus függvényeire vonatkozó addíciós képleteket az $\sqrt[3]{2}$ választással:

$$\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha),$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha),$$

$$\mathrm{tg}(2\alpha) = \frac{2\,\mathrm{tg}(\alpha)}{1-\mathrm{tg}^2(\alpha)}.$$

kettes jelölés

Kettes alapű helyiértékes jelölés.

kettes számrendszer

Az a számrendszer, mely bináris számokat használ.

kettős integrál

Egy kétváltozós függvény integrálja a sík valamely *A* tartományán: $E(Z = X + Y) = \sum_i \sum_j ((x_i + y_j) \times p_{ij})$.

kettős sor

Kettős vagy többes sor, mint például $\sum_{i=1}^{+\infty} \sum_{j=1}^{+\infty} a_{ij}$.

kettős tagadás

Az az állítás, amely szerint az *A* állítás tagadásának tagadása ekvivalens az *A* állítással. A természetes nyelvekben a két egymás utáni tagadás nem feltétlenül azonos a kettős tagadással. „Soha nem megyek oda” nem jelenti azt, hogy „valamikor odamegyek”, („Nem igaz, hogy soha nem megyek oda” már azt jelenti) a hipotézisvizsgálat során kapott „nincs elég bizonyíték arra, hogy az átlag nem 340” állítás nem jelenti azt, hogy az átlag 340.

kétváltozós

Statisztikában: két valószínűségi változóra vonatkozó. Lásd együttes eloszlásfüggvény, együttes eloszlás és együttes sűrűségfüggvény.

kétváltozós művelet

Az *S* halmazon értelmezett $\circ$**kétváltozós művelet** olyan szabály, amely az *S* halmazhoz tartozó bármely két elemhez hozzárendeli *S* valamely elemét, például az *a* és *b* elemhez az $a \circ b$ elemet. Azt a tényt, hogy minden *a* és *b* elemmel együtt az $a \circ b$ elem is az *S* halmazba tartozik, úgy fejezzük ki, hogy az *S* halmaz **zárt** a $\circ$ műveletre nézve. Általában ezt feltesszük, amikor azt mondjuk, hogy $\circ$ kétváltozós művelet az *S* halmazon.

kétváltozós reláció

Az *S* halmazon értelmezett *R* **kétváltozós rel**$(a, b) \in S \times S$ációja: az *R* reláció az $S \times S$ Descartes-szorzat $(a, b) \in R$részha$(a, b) \notin R$át bármely rendezett párról $\sim$ elmondhatjuk, hogy vagy vagy . Azonban természetesebb a relációt például $a \sim b$ zimbólummal $\approx$ jelölni, úgy hogy azt a relációban álló *a* és *b* elem közé írjuk, a következő módon , ahol a , , $<$mbólum a (valamilyen)„relációban van” rövidítése. Az ismert , , $\subset$kat rendszerint ilyen formában írjuk: ” (kisebb): kétváltozós reláció az egész számok , , $\perp$azán; ” (részhalmaz): kétváltozós reláció valamilyen *E* alaphalmaz részhalmazainak halmazán, ” (me$a\,R\,b$s): pedig kétváltozós reláció a sík egyeneseinek halmazán. Az *R* betűt is használhatj$\{(a, b) | (a, b) \in S \times S \text{ és } a\,R\,b\}$ hogy „*a* relációban van *b*-vel”. Ha ezt a jelölést haszn$\sim$juk, akkor az $\nsim$ halmazt nevezhetjük$\nsim$ az *R* reláció gráfjának. Bármely relációhoz definiálható a megfelelő reláció, ami akkor áll fenn, amikor nem teljesül.

kevert stratégia

Ha a játékos egy mátrixjátékban adott valószínűségekkel választja a különböző sorokat (vagy oszlopokat), akkor azt mondjuk, hogy **kevert stratégiát** használ. Ha a játékot egy $m \times n$-es mátrix adja meg, akkor az egyik játékos, *S* kevert stratégiája egy *m* dimenziós ***x*** vektorral (egy diszkrét eloszlással) adható meg, ahol $\mathbf{x} =: (x_1, x_2, \ldots, x_m)$, továbbá minden $i = 1, 2, \ldots, m$ esetén $x_i \geq 0$, és $x_1 + x_2 + \cdots + x_m = 1$. Itt x_i annak a valószínűsége, hogy *S* az *i*-edik sort választja. Például, ha $\mathbf{x} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$, akkor ez azt jelenti, hogy *S* minden sort egyenlő valószínűséggel (vagyis ugyanolyan gyakran) választ. Ha $\mathbf{x} = \left(0, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$, akkor *S* soha nem választja az első sort, és a harmadik sort háromszor olyan gyakran választja, mint a másodikat. A másik játékos, *O* kevert stratégiája hasonlóan definiálható.

kezdeti érték

Valamely fizikai mennyiség értéke egy meghatározott időpontban, amelyet kezdetinek tekintünk, és amely általában a $t = 0$ időpont.

kezdetiérték-probléma

Rendszerint egy differenciálegyenlet vagy parciális differenciálegyenlet egy adott t_0 kezdeti időponthoz tartozó feltételekkel együtt.

kezdeti feltétel

Differenciálegyenleteknél a $t = t_0$ vagy $t = 0$ időpontban a rendszerre vontakozó információt megadó feltétel.

kezdeti feltételek

Az alkalmazott matematikában, ahol olyan differenciálegyenleteket kell megoldani, melyekben a változó az időt reprezentálja, a rendszernek egy bizonyos pillanatban – általában a $t = 0$ pillanatban – felvett állapotához tartozó mennyiségeket nevezik **kezdeti feltételeknek**.

kezdő délkör

A Greenwich-en áthaladó délkör, amely a földrajzi hosszúság mérésének alapköre.

kg

A kilogramm rövidítése és jelölése.

kibernetika

A **kibernetika** az élőlényekben, a gépekben és a társadalmi szervezetekben zajló kommunikáció és vezérlés elmélete, amely az 1940-es években kezdett kialakulni. Névadója Norbert Wiener. A későbbiekben elveit időről-időre más-más neveken tanulmányozzák, míg az eredeti elnevezés népszerűsége változó.

kibont

Kifejez egy bővebb, de egyenértékű alakban. Például $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

kibővített mátrix

Az *n* számú $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ismeretlenre vonatkozó *m* számú

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m, \end{aligned}$$

lineáris egyenlet **kibővített mátrixa** az:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix}$$

mátrix, amit úgy kaptunk, hogy az együtthatómátrixot kibővítettük egy oszloppal, ahová az egyenletek jobb oldalát írtuk be. A lineáris egyenletek egy ilyen halmazának megoldását előállíthatjuk úgy, hogy a kibővített mátrixot lépcsős alakra vagy redukált lépcsős alakra transzformáljuk lasd[elemi sorműveletekkel]elemi sorművelet. Lásd Gauss-féle kiküszöbölési eljárás és Gauss–Jordan-féle kiküszöbölési eljárás.

kiegészítő mértékegyeség

Lásd SI mértékegysség.

kiegészítő mértékegysség

Lásd SI egységrendszer.

kiegyensúlyozott blokkelrendezés

Lásd blokkelrendezés.

kiértékel

Függvény értékének meghatározása a független változóinak egy konkrét értékére.

kifejez

Egyenértékű kifejezéssé alakít.

kifejezés szimmetriája

Olyan kifejezést nevezünk szimmetrikusnak, amelynek értéke nem változik, ha a változókat felcseréljük benne. Például az $x^2 + xy + y^2$ kifejezés szimmetrikus az *x* és *y* változóban.

kifejt

Elvégzi a szorzásokat egy összetett kifejezésben, például $(3x+1)(2x-3) = 6x^2 - 7x - 3$.

kifejtés

Tagok összegeként felírt álló matematikai kifejezés. Polinomok hatványai kifejthetők a zárójelek felbontásával, de más kifejtéseket is le lehet vezetni binomiális sorokból, Taylor-sorokból, stb.

kifizetés

(játékelméletben) Az a pozitív vagy negatív összeg, amit az egyes játékosok kapnak, miután mindkét játékos kiválasztotta stratégiáját.

kijelentés

(logikában) Lásd állítás.

kiküszöbölési eljárás

Lineáris egyenletrendszerek megoldásának módszere, melynek során az egyenletek alkalmas lineáris kombinációit vesszük úgy, hogy az ismeretlenek száma csökkenjen. Például, ha $3x + 2y = 7$ (I) és $5x - 3y = -1$ (II), akkor $3\times$(I) $+2\times$(II) $\Rightarrow 19x = 19$, ezzel az *y* változót kiküszöböltük, így *x* meghatározható: $x = 1$. Ezután bármelyik eredeti egyenletbe *x* visszahelyettesítésével *y* értéke adódik. Több ismeretlen esetére a szisztematikus Gauss-féle kiküszöbölési eljárást és a Gauss–Jordan-féle kiküszöbölési eljárást célszerű alkalmazni.

kilences próba

Módszer az aritmetikai számítások valószínű helyességének ellenőrzésére. Egy összeg vagy szorzat számjegyeinek összege egyenlő az összegben vagy szorzatban szereplő számok számjegyeinek összegének összegével vagy szorzatával. A számjegyek összegzését addig folytatjuk, míg egyetlen számjegy marad (azaz egy 0 és 9 közé eső szám). Például 347 számjegyeinek összege 14, aztán 5. Továbbá 514 számjegyeinek összege 10, aztán 1. így $347 \times 514 = 178358$ számjegyeinek összege *32*, tovább folytatva 5, ami valóban 5×1. Mindazonáltal az 178349 szám (és még sok más szám) számjegyeinek így kapott végső összege is 5 lesz, így ez az eljárás valamennyi, de nem minden hiba feltárására működik, és persze nem bizonyítja, hogy a számításunk jó.

kilencpontos kör

Lásd Feuerbach-féle kör.

kilépő változó

Lásd szimplexmódszer.

kilo-

SI mértékegységek előtagjaként a ezerrel való szorzást jelöli.

kilogramm

Az SI egységrendszerben a tömegmérés alapegysége, rövidítése kg. A jelenleg érvényes definíció szerint egy kilogramm tömegű az a test, melynek tömege azonos a Párizs melletti Sévres-ben őrzött platina-irídium henger tömegével. $1000\ \mathrm{cm}^3$ térfogatú víz 4 Celsius fokon körülbelül egy kilogramm tömegű.

kilowatt

A teljesítmény egyik mértékegysége, jele kW. Egy kilowatt ezer wattal egyenlő.

kinematika

A mechanika egyik területe; a testek mozgását úgy tárgyalja, hogy azok kitérés-idő függvényét vagy annak valahányadik deriváltját (például a sebesség-idő függvényt vagy a gyorsulás-idő függvényt) rögzíti, majd ebből meghatározza a mozgást jellemző különböző mennyiségek (például a hely és a sebesség) közötti kapcsolatot. így a testek közötti kölcsönhatások és az azokat jellemző erők explicit módon nem jelennek meg a kinematikában.

kinetikus energia

Lásd mozgási energia.

Kingman, John Frank Charles

(1939–) Angol matematikus, aki a valószínűségszámítás és a sztochasztikus analízis területén ért el jelentős eredményeket, beleértve operációkutatási és populációgenetikai alkalmazásokat, valamint a sorbanállás elméletét, a mértékelméletet és a szubadditív ergodelméletet. Cambridge-ben 2001-ben az Isaac Newton Intézet igazgatójává nevezték ki, 2000-től pedig a Statisztikai Bizottság első elnöke.

kisebb ív

Lásd ív.

kísérlet

(Például) statisztikai módszer, melynek során a kísérletet végzők beavatkoznak, és a beavatkozás hatásait vizsgálják. Például kialvatlan emberek reakcióidejének megváltozását mérik.

kísérlet

(statisztikában) Egy megfigyelés, vagy kísérlet.

kísérleti feltétel

Egy kísérleti tervben azokat a különböző állapotokat nevezhetjük **kísérleti feltételeknek**, amelyek közepette a kísérlet kimeneteleit össze kell hasonlítanunk. Például egy hatóanyagot különböző mennyiségekben juttatunk be a szervezetbe, hogy megvizsgáljuk a leghatékonyabb kezelési stratégiát.

kísérlettervezés

(a statisztikában) Megfigyelések azt sugallhatják, hogy bizonyos jelenségek magyarázata rejtett változóval magyarázható. Például egy nagy osztályban a tanulók teljesítménye jobb, mint egy kicsi osztályban, de nem azért, mintha a nagy osztály alkalmasabb tanulási környezet lenne, hanem azért, mert az iskolák a nagy osztályokat a jobb képességű gyerekek kedvéért indítják. (Példa az angol eredetiből.) A **kísérlettervezési módszerek** kontrollálni akarják azokat a feltételeket, amelyek mellett a megfigyeléseket tesszük, így a kimenetelekben megmutatkozó különbségek valóban a kísérleti feltételeknek tulajdoníthatók, és nem más zavaró tényezőknek. Néhány a leggyakoribb módszerek közül: párosított mintán alapuló próbák, párosított kísérleti terv, randomizálás, vakpróba.

kis Fermat-tétel

Tétel. Legyen *p* prímszám, *a* pedig olyan egész szám, amely nem osztható *p*-vel. Ekkor $a^{p-1} \equiv 1$ (mod *p*).

A tétel a következő alakban is ismert, amely az előbbi állítás következménye:

Tétel. Legyen *p* prímszám és *a* tetszőleges egész szám. Ekkor $a^p \equiv a$ (mod *p*).

kis kör

Gömb felszínén található olyan kör, amely nem főkör. Akkor kapjuk, ha a gömböt a középpontján át nem haladó síkkal metsszük.

kistengely

Lásd ellipszis.

kiszámítható

Algoritmussal meghatározható. Például a másodfokú egyenlet megoldása kiszámítható, de a kockadobás eredménye nem kiszámolható, habár a dobást elektronikusan szimulálni tudjuk.

kiszámol

Meghatározza egy aritmetikai vagy matematikai eljárás végeredményét, vagy egy algoritmus kimenetelét.

kitérés

Tegyük fel, hogy egy részecske eg$|OP|$ vonal mentén mozog, melyen kijelöltünk egy *O* origót és egy pozitívnak tekintett irányt! Legye$|OP|$ az *O*$\overrightarrow{OP}$a *P* pontok távolsága, ahol *P* a$-|OP|$ke helye$\overrightarrow{OP}$tt pillanatban! Az *x* kitérés egyenlő -vel, ha a pozitív irányba mutat, illetve -vel, ha a negatív irányba mutat.

Az előző bekezdésben az általános szokást követve elhagytuk az ***i*** egységvektort, mely az egyenes mentén a pozitív irányba mutat. A kitérés valójában vektormennyiség, és a fent leírt egydimenziós esetben értéke $x\mathbf{i}$.

Két- vagy háromdimenziós mozgás esetén explicit módon használják a vektorokat. Kitérésnek azt a vektort nevezik, mely megadja a vizsgált részecske helyének megváltozását. Ha egy részecske az *A* pontból – nem okvetlenül egyenes vonal mentén haladva – a *B* pontba kerül, akkor a részecske kitérése $\overrightarrow{AB}$.

kiterjesztett komplex sík

A komplex számok halmaza a (valós $\exp(z)$-től különböző!) **végtelen távoli ponttal**. Ezt a halmazt $\pm\infty$ jelölheti, és egy gömbre – a Riemann-gömbre – sztereografikus vetítéssel leképezhető. Ez a következőképpen történik: elhelyezünk egy gömböt a komplex számsíkra úgy, hogy a gömb egy pontjával érintse az origót, jelölje ezt a pontot *D*. A gömb *D* ponttal átellenes pontját jelölje *É*, és alkalmazzunk sztereografikus projekciót az *É* pontból a komplex síkról a gömbre, ami kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést ad a komplex számok és a gömb pontjai között, kivéve az *É* pontot. Az *É* pontot pedig megfeleltetjük a komplex végtelennek. (Látható, hogy *S* lesz a 0 képe.)

kiterjesztett valós számok

A valós számok halmaza a $\mathbb{C}_\infty$ szimbólumokkal és a rájuk vonatkozó műveleti és relációs szabályokkal.

kitérő egyenesek

A háromdimenziós térben két olyan egyenes, amelyik se nem párhuzamos, se nem metszi egymást.

kitevő

Legyen *a* valós szám. Ekkor például az $5x - f(x) + 1 = 0$ szorzat szokásos megadása $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$, ahol az 5-ös számot **kitevőnek** nevezzük. Ha a kitevő a *p* pozitív egész, akkor a^5 jelöli a *p* tényezős a^p szorzatot. Megmutatható, hogy

- $a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$,
- $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$,
- $a^p / a^q = a^{p-q} \quad (a \neq 0)$,
- $(a^p)^q = a^{pq}$,
- $(ab)^p = a^p b^p$,

ahol a 2. tulajdonságnál egyelőre feltesszük, hogy $(a/b)^n = a^n/b^n \quad (b \neq 0)$. Ezeket a szabályokat a hatványozás azonosságainak nevezzük.

Az $p > q$ kifejezés jelentése azonban kiterjeszthető úgy is, hogy *p* ne csak pozitív egészet jelöljön. Ehhez bevezetjük a következő definíciókat:

- a^p,
- $a^0 = 1$,
- $a^{-p} = 1/a^p (a \neq 0)$

(ahol *m* egész, *n* pozitív egész). A 6–8. tulajdonságokkal együtt a hatványozás azonosságai nem csak pozitív egészekre, hanem racionális (és alkalmasan értelmezve irracionális) kitevőkre is igazak lesznek.

Hasonló jelöléseket használunk más kontextusban is, például ha $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$-t definiáljuk, ahol *z* komplex szám, z^p definíciójánál, ahol ***A*** négyzetes mátrix, vagy $\mathbf{A}^p$-nél, ahol *g* egy multiplikatív csoport eleme. Ezekben az esetekben a fenti tulajdonságok közül bizonyosak teljesülhetnek, míg mások nem.

kiugró adat

(statisztikai mintában) Olyan megfigyelés, amely szokatlan és esetleg hibás mivel nem követi a minta általános sémáját. Bizonyos összefüggésekben azonban éppen a kiugró adatok azok, amelyek a legfontosabb megfigyelések. Például a legmagasabb és a legalacsonyabb vízszint közötti különbség az időjárási körülményektől, az évszaktól, a holdciklus állásától függ. A szokatlanul nagy különbség meglehetős károkat képes okozni.

kiválasztás

Lásd kombináció, permutáció.

kiválasztási axióma

Kimondja, hogy páronként diszjunkt halmazok bármely rendszeréhez létezik olyan halmaz, amelynek az összes nem üres halmazzal potnosan egy közös eleme van.

kivonás

Az összeadás inverz művelete, amellyel két szám vagy másfajta mennyiség különbségét számoljuk ki. így $7 - 2 = 5$, $(3x + 5y) - (x + 2y) = 2x + 3y$. Lásd még mátrixok kivonása.

kizáró

Lásd egymást kizáró események.

kizáró diszjunkció

Legyen *p* és *q* állítás, akkor a „*p* vagy *q*” állításon olyat értve, ami pontosan akkor igaz, ha *p* és *q* közül pontosan az egyik igaz, a két állítás **kizáró diszjunkcióját** kapjuk, aminek másik neve: antivalencia. A fenti állítás további jelölései: 2^{n-1}, $p \underline{\vee} q$. Az állítás igazságtáblázata az alábbi:

p	*q*	$p \oplus q$
i	i	h
i	h	i
h	i	i
h	h	h

Lásd még megengedő diszjunkció.

kizárt harmadik

Lásd a harmadik kizárásának elve.

klaszter

Egy természetesen adódó részhalmaz.

Klein, Christian Felix

(1849–1925) Német matematikus, aki nagy hatású erlangeni programjával egységesítette a geometriát, azaz csoportelméleti alapon osztályozta a különböző geometriákat. A nemeukleidészi geometriák leírására ő vezette a „elliptikus” és „hiperbolikus” jelzőket. A topológiában a Klein-kancsó megalkotásáról ismert.

Klein-csoport

Két lényegesen különböző négyelemű csoport létezik, ami azt jelenti, hogy bármely négyelemű csoport e kettő valamelyikével izomorf. Az egyik ilyen a ciklikus csoport négyelemű csoport, a másik pedig a **Klein-csoport**. Ez utóbbi Abel-csoport, és felírható az *e,a,b,c* elemek multiplikatív csoportjaként, ahol *e* az egységelem, és $a^2 = b^2 = c^2 = e$ és $ab = c, bc = a, ca = b$.

Klein-kancsó

A Möbius-szalagnak egy felszíne és egy éle van. A gömbnek ezzel ellentétben nincs éle, de két felszíne van, egy külső és egy belső. A **Klein-kancsónak** nincs éle, és csak egyetlen felszíne van.

Tekintsük a síkon azt a négyzetet, mely pontjainak derékszögű koordinátáira $-1 \leq x \leq 1$ és $-1 \leq y \leq 1$ teljesül. Képzeljük el, hogy minden *x*-re az $(x, 1)$ és $(x, -1)$ pontot úgy „azonosítjuk” egymással, hogy e két oldal összeérintésével a négyzetből egy háromdimenziós hengert hozunk létre, melynek két felszíne és két éle van. Az $(1, y)$ és $(-1, -y)$ pontok „azonosítása” pedig azt jelenti, hogy e két oldalt elforgatjuk, és azután illesztjük össze, így kapjuk a Möbius-szalagot. A Klein-kancsó úgy jön létre, hogy e két műveletet egyszerre végezzük. Bár ezt egy négyzet alakú nyújtható anyaggal három dimenzióban nem lehet megvalósítani, a kapott eredmény matematikailag helytálló, és olyan felületet nyerünk, amelynek egy felszíne lesz, és nincs éle.

Klein-palack

Lásd Klein-kancsó.

knidoszi Eudoxosz

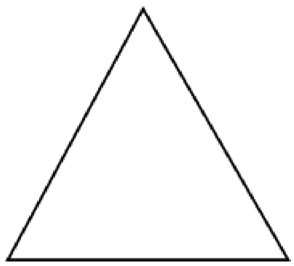
Lásd Eudoxosz.

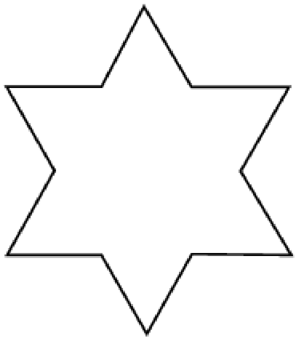
koaxális

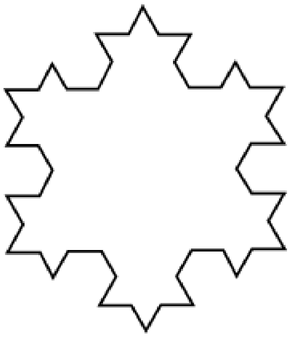
Közös tengellyel rendelkező.

Koch-görbe

Tekintsük az első ábrán látható szabályos háromszöget. Minden oldal középső harmadát helyettesítsük egy kifelé mutató szabályos háromszög két oldalával, amint a második ábrán látható. Ha ezt a lépést minden oldalon megismételjük, a harmadik ábrán látható alakzathoz jutunk. A **Koch-görbe**, melyet Helge von Koch (1870–1924) svéd matematikusról neveztek el, az a görbe, melyet úgy kapunk, hogy ezt az eljárást a végtelenségig folytatjuk. Az így nyert görbe hossza végtelen, de belsejének véges területe van.







kocka

Hat egybevágó négyzetlap által határolt test, a szabályos testek egyike. Nyolc csúcsa van és tizenkét éle.

kockázat

Egy speciális kimenetel megjelenésének arányát írja le egy csoporton belül. így például a naponta több mint húsz cigarettát elszívók között a tüdőrák aránya százalékosan fejezhető ki, amely megadja, hogy mi annak a valószínűsége, hogy egy ilyen egyed megkapja a tüdőrákot.

kód

Lásd bináris kód, hibajavító és hibajelző kód.

kódelmélet

A matematika azon területe, amely az üzenetek átvitel közbeni biztonsága érdekében végzett titkosításával és a sérült információ visszaállításával foglalkozik. Az internet és az ügyintézésére használt elektronikus kommunikáció terjedésével a kódelmélet a matematikai kutatás egyik fejlődő területévé vált. Például titkosításra olyan számokat használnak, amelyek nagyon nagy prímszámok szorzataként jönnek létre. Igen biztató a kvantummechanika eredményeit használó kódolás is.

kódszavak távolsága

Bináris kódban két kódszó távolsága megegyezik a két kódszóban különböző bitek számával. Például a távolság 010110 és 001100 között 3, mert ezek a második, a harmadik és az ötödik bitjükben különböznek. Ha valamely bináris kódban bármely két kódszó közti távolsága legalább 3, akkor a kód képes lehet egy hiba kijavítására.

kódszó

Lásd bináris kód.

kofaktor

$(-1)^{i+j}$ $[a_{ij}]$ négyzetes mátrix a_{ij} eleméhez tartozó **kofaktor** vagy **előjeles aldetermináns** egyenlő szorozva annak a mátrixnak a determinánsával, amelyet a $(-1)^{i+j}$x *i*-edik sorának és *j*-edik oszlopának törlésével kapunk. Ha ***A*** egy 3×3 méretű mátrix, akkor a szorzó hatását a $-$ vagy $+$ jel mutatja, a jobb oldali mintázat szerint:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{bmatrix}.$$

Tehát például

$$A_{12} = - \begin{bmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad A_{12} = + \begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}.$$

Egy 2×2-es mátrixhoz a mintázat:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} + & - \\ - & + \end{bmatrix}.$$

Tehát az *a* kofaktora *d*, a *b* kofaktora $-c$, és így tovább. Egy $n \times n$-es méretű ***A*** mátrixra érvényesek a következő tulajdonságok:

1. Az $a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \cdots + a_{in}A_{in}$ kifejezés tetszőleges $i = 1, \ldots, n$ esetén ugyanazt az értéket adja, és ez a ***A*** mátrix $\det(\mathbf{A})$ determinánsának egyik lehetséges definíciója. A fenti kifejezés $\det(\mathbf{A})$ **kifejtése** az ***A*** mátrix *i*-edik sora szerint.
2. Más részről, ha $i \neq j$, $a_{i1}A_{j1} + a_{i2}A_{j2} + \cdots + a_{in}A_{jn} = 0$.

A fenti sorokra tett állítások megfelelői igazak oszlopokra is.

kollineáris

Tetszőleges számú pontot **kollineárisnak** hívunk, ha van olyan egyenes, amely az összes ponton átmegy.

Kolmogorov, Andrej Nyikolajevics

(1903–1987) A XX. század egyik legjelentősebb, orosz matematikusa. A matematika számos területével foglalkozott, megalkotta a valószínűségszámítás axioatikus elméletét, hozzájárult a topológia fejlődéséhez, megalkotta az algoritmikus kompexitáselmélet alapjait, jelentősek a turbulenciára és a klasszikus mechanikára vonatkozó eredményei.

Kolmogorov–Szmirnov-próba

Nemparaméteres próba azon nullhipotézis ellenőrzésére, hogy egy minta eloszlásfüggvénye megegyezik-e egy adott *F* függvénnyel. Legyenek $f(a+b) = f(a) \oplus f(b)$ növekvő sorrendben a mintaértékek, és legyen

$$z = \max_i \left| \frac{i}{n} - F(x_i^*) \right|.$$

Ha a nullhipotézis igaz, akkor *z* értéke kisebb, mint a táblázatokból egy adott szignifikanciaszinthez tartozó kritikus érték.

kombináció

n elem *r*-edosztályú ismétlés nélküli **kombinációinak** – a **kiválasztáso**C_n^r**k** a – száma azt mutatja meg, hogy *n* számú objektum közül hányféleképpen választható ki *r* számú. Jelölése , ami egyenlő az alábbi kifejezéssel

$$\frac{n!}{r!(n-r)!}.$$

Lásd binomiális együttható, ahol (ugyanerre) az $\binom{n}{r}$ alternatív jelölést vezetjük be. Például az *A,B,C,D* négy objektumból kettőt hatféleképpen lehet kiválasztani: AB, AC, AD, BC, BD, CD . A Pascal-háromszögről leolvasható a binomiális együtthatók alábbi tulajdonsága: $C_{n+1}^r = C_n^{r-1} + C_n^r \quad (n = 0, 1, \ldots; r = 0, 1, \ldots, n.)$

kombinációs hálózat

Vezetékek és kapcsolók elrendezése egy elektronikus áramkörben, mely logikai kapukat használ az elektromos impulzusok haladásának irányítására.

A **kombinációs hálózat** olyan logikai kapukból és azok összeköttetéséből álló hálózat, amelynél a kimenet jelenlegi állapotát csak a bemenet jelenlegi állapota határozza meg (leszámítva a tranziens jelenségeket, amiket itt hazárdnak neveznek). Többek között a Boole-algebra eredményeit felhasználva az évek során a mérnökök egyre kifinomultabb módszereket fejlesztettek ki helyettesítő kapcsolások létrehozására. Az alapvető logikai kapuk az és (*and*), vagy (*or*), nem (*not*) kapcsolatok. A és-nem (*nand*) univerzális logikai kapuval tetszőleges kombinációs hálózat megvalósítható.

kombinatorika

A matematikának az a területe, amely leszámlálási stratégiákkal határozza meg, hogy hányféle módon lehet elrendezni objektumokat, adott feltételeket kielégítve. Kissé általánosabban: a véges halmazok elmélete. Lásd még permutáció.

kommutatív

Az S halmazon értelmezett $\circ$kétváltozós művelet **kommutatív**, ha minden $a, b \in S$ esetén $a \circ b = b \circ a$ teljesül.

kommutatív gyűrű

Lásd gyűrű.

kommutátor

Az $[x, y] := x^{-1}y^{-1}xy$ elem, ahol *x,y* avalamely csoport elemei. Azzal a tulajdonsággal rendelkezik, hogy pontosan akkor egyezik meg az egységelemmel, ha *x* és *y* felcserélhető.

komplementum

Legyen *A* az *E* alaphalmaz egy részhalmaza. Ekkor az *A* halmaz **komplementuma**, **kiegészítő** vagy **komplementer halmaza** az $E \setminus A$ különbséghalmaz, melyet A^C vagy $\overline{A}$ jelölhet, amikor az alaphalmaz egyértelmű, vagy már előre meghatároztuk. A **komplementumképzés** egyváltozós művelet az *E* alaphalmaz részhalmazainak halmazán. A következő tulajdonságokkal rendelkezik:

1. $E^C = \emptyset$és $\emptyset^C = E$.

2. Minden *A* halmaz esetén $(A^C)^C = A$.

3. Minden *A* halmaz esetén $A \cap A^C = \emptyset$és $A \cup A^C = E$.

Lásd még relatív kiegészítő.

$\mathbb{C}$

A komplex számok halmaza.

komplex függvény

Olyan függvény, amely vagy komplex számokon van értelmezve, vagy komplex értékű, de általában mindkettő. Tehát ha $z = x + iy, \quad (z \in \mathbb{C}), \quad x, y \in \mathbb{R}$, akkor $f(z) := z^2 = x^2 - y^2 + i2xy$ komplex függvény.

komplex függvénytan

A matematikának az a területe, amely a komplex függvényeket tanulmányozza.

komplex konjugált

Lásd komplex szám konjugáltja.

komplex szám

Nincs olyan *x* valós szám, amelyre $x^2 + 1 = 0$ lenne. Bevezetve egy „új" *i* számot, melyre $i^2 = -1$, $a + bi$ alakú számokat hozhatunk létre. Az $a + bi$ alakú számok, ahol $a, b \in \mathbb{R}$, a **komplex számok**. Mivel $b = 0$ is lehet, ezért a komplex számok halmaza – amit általában $\mathbb{C}$ jelöl – magában foglalja az összes valós számot. (Egészen gyakori, különösen mérnöki szövegekben a *j* szimbólum használata *i* helyett.) Két ilyen szám összegét vagy szorzatát a szokásos algebrai szabályokat használva kapjuk azzal, hogy i^2 helyére akármikor -1-et írhatunk. Tehát legyen két komplex szám $z_1 = a + bi$ és $z_2 = c + di$, ahol $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, ekkor

$$(a + bi) + (c + di) = a + c + (b + d)i,$$
$$(a + bi)(c + di) = ac - bd + (ad + bc)i.$$

A komplex számok $\mathbb{C}$ halmaza tehát zárt az összeadásra és a szorzásra nézve, és ennek a kiterjesztett számrendszernek az elemei kielégítik azokat a törvényeket, melyeket szokásosan számoktól elvárunk.

A komplex számok rendszerének egy precízebb alapokon nyugvó tárgyalása következik. Tekintsük az összes valós számból álló, rendezett párok alkotta $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ halmazt (lásd Descartes-szorzat). Ezen a halmazon értelmezzük az összeadást és a szorzást az alábbi módon:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d),$$
$$(a, b)(c, d) = (ac - bd, ad + bc).$$

Ellenőrizhető, hogy az így definiált összeadás és szorzás asszociatív és kommutatív, a disztributivitás is fennáll, van egy nulla elem és egy egységelem, minden elemnek van ellentettje, és minden nullától különböző elemnek van inverze (lásd komplex szám reciproka). Ez azt mutatja, hogy az $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ halmaz az összeg és szorzás műveletével test, melynek elemeit – ennek a megközelítésnek megfelelően – **komplex számoknak** hívjuk. Az $(a, 0)$ alakú elemek láthatóan pontosan úgy viselkednek, mint a megfelelő *a* valós számok. Továbbá, ha a $(0, 1)$ elemet *i* jelöli, ésszerű azt írni, hogy $i^2 = -1$, hiszen $(0, 1)^2 = -(1, 0)$. Miután precíz alapozást adtunk, szokásos $a + bi$ alakot írni az (a, b) alak helyett. Lásd még argumentum, komplex szám abszolút értéke és komplex szám trigonometrikus alakja.

komplex szám abszolút értéke

Ha a *z* komplex szám valós része *x*, képzetes része *y*, azaz $z = x + yi$, akkor *z* **abszolút értéke** $|z| := \sqrt{x^2 + y^2}$. Ha *z*-nek a komplex számsík *P* pontja felel meg, akkor *z* nem más, mint $|OP|$, az *OP* szakasz hossza. A trigonometrikus alakban adott $z = r(\cos(\vartheta) + i\sin(\vartheta))$ komplex szám abszolút értéke *r*. Ha z valós, akkor az így definiált abszolút érték egybeesik a valós számok esetére definiált abszolút értékkel.

komplex szám konjugáltja

Tetszőleges $z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$ **komplex szám konjugáltja** a $\overline{z} := x - iy$ szám. A komplex számsíkon a komplex konjugált számpároknak megfelelő pontok egymás tükörképei a valós tengelyre nézve. A következők teljesülnek:

1. $\overline{\overline{z}} = z$; tehát ha $z_1 = \overline{z_2}$, akkor $z_2 = \overline{z_1}$,
2. $z + \overline{z}$ valós; ha $z = x + iy$, akkor $z + \overline{z} = 2x$,
3. $z\overline{z} = |z|^2$; $z = x + iy$, tehát $z\overline{z} = x^2 + y^2$,
4. $\overline{z_1 \pm z_2} = \overline{z_1} \pm \overline{z_2}$.
5. $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1}\,\overline{z_2}$ és $\overline{(z_1/z_2)} = \overline{z_1}/\overline{z_2}$.

Kiemelendő, hogy ha az α komplex szám gyöke a $z^n + a_1 z^{n-1} + \cdots + a_{n-1} z + a_n = 0$ valós együtthatós polinomiális egyenletnek, ahol tehát $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$, akkor $\overline{\alpha}$ is gyöke ennek az egyenletnek.

komplex számok egyenlősége

Lásd valós és képzetes rész egyenlővé tétele.

komplex számok összeadása

Ábrázolja a $z_1 = a + bi$ és $z_2 = c + di$ komplex számot a P_1 és P_2 pont a komplex síkon. Ekkor $z_1 + z_2 := (a + c) + (b + d)i$, és a $z_1 + z_2$ komplex számot az a *Q* pont ábrázolja, amelyre OP_1QP_2 parallellogramma, azaz amelyre $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP_1} + \overrightarrow{OP_2}$. így ha általában a *z* komplex számot az $\overrightarrow{OP}$ irányított egyenesszakasszal társítjuk, ahol *P* ábrázolja a *z* számot, akkor komplex számok összeadása pontosan az irányított egyenesszakaszok összeadásának felel meg.

komplex számok szorzása

Ha a z_1 és z_2 komplex számok alakja $z_1 = a + bi$ és $z_2 = c + di$, akkor ezek **szorzata** $z_1 z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$. Ha két komplex szám exponenciális vagy trigonometrikus alakban adott, azaz

$$z_1 = r_1 e^{i\vartheta_1} = r_1(\cos\vartheta_1 + i\sin\vartheta_1),$$
$$z_2 = r_2 e^{i\vartheta_2} = r_2(\cos\vartheta_2 + i\sin\vartheta_2),$$

akkor $z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{i(\vartheta_1 + \vartheta_2)} = r_1 r_2(\cos(\vartheta_1 + \vartheta_2) + i\sin(\vartheta_1 + \vartheta_2))$. Azaz, komplex számok szorzásánál a hosszak összeszorzódnak, a szögek összeadódnak.

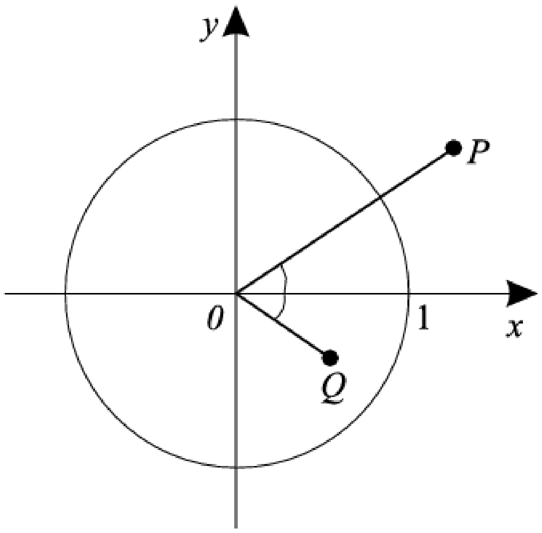
komplex számok szorzata

Lásd komplex számok szorzása.

komplex szám reciproka

A 0-tól különböző $z = x + yi$ komplex szám reciproka, melyet z^{-1} vagy $1/z$ jelöl,

$$\frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y}{x^2 + y^2} i.$$



Ha z trigonometrikus vagy exponenciális alakban van megadva, azaz $z = r(\cos\vartheta + i\sin\vartheta) = re^{i\vartheta}$, ahol $r \neq 0$, akkor z reciproka $(1/r)(\cos\vartheta - i\sin\vartheta) = (1/r)e^{-i\vartheta}$. Ha z képe a komplex számsíkon *P*, akkor z^{-1} képe az a *Q* pont, melyre $xOQ\measuredangle = -xOP\measuredangle$ és $|OP| \cdot |OQ| = 1$.

komplex számsík

Legyen adva a síkon egy pont az (x, y) koordinátáival, derékszögű koordináta-rendszerben. Ha az (x, y) pont az $x + iy$ komplex számot képviseli, akkor a síkot **komplex számsíknak** hívjuk.

komplex szám trigonometrikus alakja

Definiáljuk a z komplex számhoz a követekzőket: $r := |z|$ és $\vartheta := \arg(z)$. Ekkor $z = r(\cos(\vartheta) + i\sin(\vartheta))$, ezt nevezik a z szám **trigonometrikus alakjának**. Felírható $z = re^{i\vartheta}$ alakban is.

komponens

Lásd gráf komponense, mátrix, összetett állítás összetevője, radiális és transzverzális komponensek, vektor komponense.

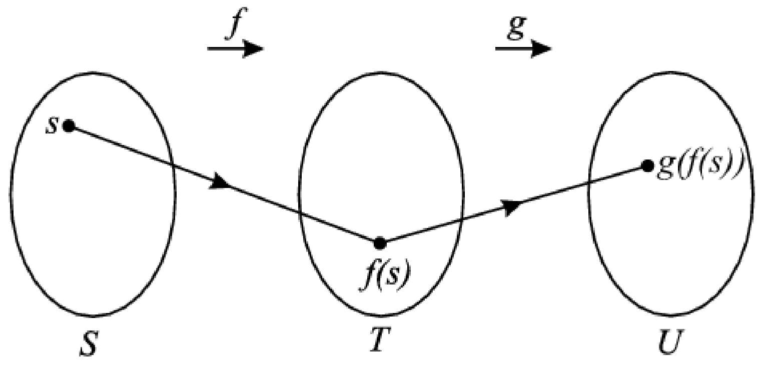
kompozíció

Legyen $f : S \to T$ és $g : T \to U$ leképezés. Ekkor minden egyes $s \in S$ elemhez *f* hozzárendel egy $f(s) \in T$ elemet, és ehhez pedig *g* egy $g(f(s)) \in U$ elemet. Ez a szabály megad egy leképezést *S*-ről *U*-ba, melyet $g \circ f$ jelöl (ejtsd: „g kör f"), ami az *f* és *g* függvény **kompozíciója**. Először *f* -et hajtjuk végre, azután *g*-t. így $(g \circ f)(x) := g(f(x))$ definiálja a $g \circ f : S \to U$ leképezést, ami általánosabb esetben akkor és csak akkor létezik, ha $\mathcal{D}g \supset \mathcal{R}f$. (Fenti feltevéseink szerint ez teljesül.) Például, tegyük fel, hogy az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ és $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvényeket a következőképpen definiáljuk: $f(x) := 1 - x$ és $g(x) := x/(x^2 + 1)$. Ekkor $f \circ g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ és $g \circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is létezik, mégpedig:

$$(f \circ g)(x) = 1 - \frac{x}{x^2 + 1}, \quad (g \circ f)(x) = \frac{1 - x}{(1 - x)^2 + 1}.$$

A „kompozíció" kifejezést a $\circ$ művelet és az eredménye jelölésére egyaránt használjuk. A leképezések kompozíciója asszociatív: ha $f : S \to T,\ \ g : T \to U,\ \ h : U \to V$, akkor $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$. Ez azt jelenti, hogy a $h \circ (g \circ f)$ és a $(h \circ g) \circ f$ leképezéseknek közös az

S értelmezési tartományuk és a *V* képhalmazuk, és minden $s \in S$ esetén $(h \circ (g \circ f))(s) = ((h \circ g) \circ f)(s)$.



komputeralgebra

Számítógéppes programmal végzett szimbolikus algebrai manipuláció. Időnként beleértik az algebra területétől távol eső számolásokat is. Lásd lasdmatematikai programcsomag.

koncentrikus

Közös középponttal rendelkező.

konfidenciaszint

Lásd megbízhatósági intervallum.

konfiguráció

Pontok, egyenesek, görbék, síkok és felületek bizonyos geometriai elrendezése.

konfokális kúpszeletek

Két kúpszelet akkor **konfokális**, ha közös a fókuszuk. Egy konfokális ellipszis és hiperbola derékszögben metszi egymást.

konformábilis

Az ***A*** és a ***B*** mátrix **konformábilis** (a szorzásra nézve), ha ***A*** oszlopainak száma megegyezik ***B*** sorainak számával. Ekkor ***A*** $m \times n$-es és ***B*** $n \times p$-s valamilyen $m, n, p \in \mathbb{N}$ esetén; és az $\mathbf{AB}$ $m \times p$-s szorzat értelmes. Lásd mátrixok szorzása.

kongruencia (modulo n)

Minden egész *n* számra a **kongruencia** elnevezésű relációt két egész szám között a következőképpen definiáljuk: *a* **kongruens** *b*-vel modulo *n*, ha $a - b$ egészszámú többszöröse *n*-nek. írásban: $a \equiv b \pmod{n}$. Az *n* egész szám a kongruencia **modulusa**. Tehát $a \equiv b \pmod{n}$ akkor és csak akkor, ha *a* és *b* *n*-nel osztva ugyanazt a maradékot adja. Például 19 kongruens 7-tel modulo 3, mert mindkettő az 1 maradékot adja. A következők teljesülnek: ha $a \equiv b \pmod{n}$, és $c \equiv d \pmod{n}$, akkor

1. $a + c \equiv b + d \pmod{n}$,
2. $a - c \equiv b - d \pmod{n}$,
3. $ac \equiv bd \pmod{n}$.

Megmutatható, hogy a modulo *n* kongruencia ekvivalenciareláció, és így az egész számok halmazának egy osztályfelbontását definiálja, ahol két egész szám akkor és csak akkor tartozik azonos osztályba, ha modulo *n* kongruensek. Ezek az osztályok a modulo *n* maradékosztályok.

kongruenciaegyenlet

Kongruenciának hívjuk az olyan egyenleteket is, amelyekben a változó olyan értékeit keressük, amelyek mellett egy kongruencia (modulo n) fennáll. Esetenként érdemes használni a „kongruenciaegyenlet” kifejezést. A következők példák az ilyen értelemben vett **kongruenciákra**:

1. $x+5\equiv 3 \pmod 7$, ennek megoldása $x\equiv 5 \pmod 7$,
2. $2x\equiv 5 \pmod 4$, ennek nincs megoldása,
3. $x^2\equiv 1 \pmod 8$, ennek megoldásai $x\equiv 1,3,5$ vagy $7 \pmod 8$,
4. $x^2+2x+3\equiv 0 \pmod 6$, ennek megoldásai $x\equiv 1$ vagy $3 \pmod 6$.

Egy kongruenciaegyenlet megoldásának keresésekor szükségszerűen elég a teljes maradékrendszert tekintenünk, és a megoldásokat ezen a halmazon keresnünk. Az 1. és 2. pontban szereplő példák **lineáris kongruenciaegyenletek**. Az $h^2<ab$ kongruenciának akkor és csak akkor van megoldása, ha $\operatorname{lnko}(a,n)$ osztja *b*-t, ahol $\operatorname{lnko}(a,n)$ az *a* és *n* legnagyobb közös osztója.

kongruenciaosztály

Lásd maradékosztály (modulo n).

kongruens (modulo n)

Lásd kongruencia (modulo n).

konjugált átmérő

Ha *l* egy szimmetrikus kúpszelet átmérője, akkor az *l*-lel párhuzamos húrok felező pontjai egy egyenesen fekszenek, legyen ez l'. Ekkor l' is átmérő, és a vele párhuzamos húrok felezőpontjai *l*-en fekszenek. Az ilyen l, l' párt **konjugált átmérőknek** nevezzük. A kör esetében a konjugált átmérők merőlegesek egymásra.

konjugált elem

A *G* csoport *x* és *y* elemeiről azt mondjuk, hogy **konjugáltak**, ha van olyan $a\in G$ elem, amelyre $y=a^{-1}xa$.

konjugált halmazok

A *G* csoport *X* és *Y* halmazairól azt mondjuk, hogy **konjugáltak**, ha van olyan $a\in G$ elem, amelyre $Y=a^{-1}Xa$.

konjugált irracionálisok

Legyen az *a* szám $x+\sqrt{y}$ alakú, ahol *x* racionális és $\sqrt{y}$ irracionális. Ekkor az $x-\sqrt{y}$ számot *a* konjugáltjának hívjuk. Az irracionális konjugáltak a komplex konjugáltakhoz hasonlóan rendelkeznek azzal a tulajdonsággal, hogy a szorzatuk (itt: $m_r=\max\{m_i\}$) és az összegük (itt: *2x*) is racionális.

konjugált osztály

Egy csoport mindazon elemének halmaza, amely a csoport egy *a* elemének konjugáltja.

konjunkció

Ha p és q állítás, akkor a „p és q” összetett állítás – melynek j$p \wedge q$: $p \wedge q$ – p és q **konjunkciója**. Például ha p az, hogy „esik az eső”, q pedig az, hogy „hétfő van”, akkor az, hogy „hétfő van és esik az eső”. p és q konjunkciója akkor és csak akkor igaz, ha p és q is igaz, tehát az igazságtáblázat:

p	q	$p \wedge q$
i	i	i
i	h	h
h	i	h
h	h	h

konkávitás

Lásd konvexitás.

konkáv sokszög

Olyan sokszög, amelynek van $180°$-osnál nagyobb szöge. Rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy létezik a belsejében elhelyezkedő két olyan pont, melyeket nem lehet összekötni egy egyenessel úgy, hogy az ne menjen a sokszögön kívülre.

konkrét szám

Szám, mely objektumok egy speciális csoportját számlálja, például négy toll. Ez az első állomás a számok elvonatkoztatott fogalmának megértéséhez.

konsrtuktivizmus

Sok kognitív pszichológus meggyőzően állítja manapság, hogy az ember akkor tanul a leghatékonyabban, amikor az új információ már meglévő tudáshoz köthető, s ennek legfőbb módszere az, hogy a tanuló az új fogalmakat a tanár segítségével maga alkotja meg (konstruálja). Ezt a tanuláselméletet **konstruktivizmusként** ismerik.

konstans függvény

A valós analízisben **konstans függvény** az olyan f valós függvény, amelyre $f(x) = a$ minden $x \in \mathbb{R}$ esetén, ahol a – az f függvény értéke – rögzített valós szám.

konstans mátrix

Olyan mátrix, melynek minden eleme konstans. Abban a speciális esetben, amikor minden főátlóbeli elem ugyanaz a k állandó, és a mátrix diagonális mátrix, akkor a mátrixszal való szorzás ekvivalens egy k skalárral való szorzással (természetesen, ha a szorzás elvégezhető).

konstruál

Felépít. Sok matematikai fogalmat és mennyiséget egyszerűbb fogalmakból és mennyiségekből építünk fel. Például egy csoportot egy halmaz, egy kétváltozós művelet és bizonyos megszorítások felhasználásával építünk fel.

kontakt erő

Ha két test érintkezik egymással, akkor mindegyikük kifejt a másikra egy **kontakt erőt**, és ezek az erők azonos nagyságúak és ellentétes irányúak. A kontakt erő a **súrlódási erőnek** és a **nyomóerőnek** az összege, melyek közül az előbbi párhuzamos, az utóbbi merőleges a testek felületére az érintkezési pontban. A súrlódási erő mindig olyan irányban hat, hogy meggátolja a testek elmozdulását egymáshoz képest, ha pedig a testek mozognak egymáshoz képest, akkor akadályozza ezt a mozgást. Lásd még súrlódás.

kontingenciatáblázat

Egy kísérlet kimeneteleinek gyakoriságát táblázatban rögzíthetjük, ha a mintában lévő megfigyeléseket két kritérium szerint lehet osztályozni. A táblázat minden cellája a kategóriák egy speciális kombinációjának előfordulási gyakoriságát adja meg. Alább egy olyan táblázatot mutatunk, ahol egyedeket hajszín és nem alapján osztályoztunk. Hozzávehetünk még egy utolsó oszlopot a sorösszegek, és egy az utolsó sort az oszlopösszegek számára, ekkor az utolsó oszlop és az utolsó sor összege megegyezik egymással és a minta elemeinek számával.

	hajszín			
nem	fekete	szőke	barna	vörös
férfi	30	6	22	6
nő	24	9	18	5

Ha a mintát három vagy több kritérium alapján osztályozzuk, akkor az információ hasonlóképpen prezentálható több ilyen táblázatban.

kontingens

Egy állítás **kontingens**, ha se nem mindig igaz, se nem mindig hamis. Például „*x* osztva kettővel egész”, akkor igaz ha *x* páros, de nem igaz, ha $x = 3, 4.3, \sqrt{7}, \ldots$. Vesd össze nyitott mondat.

kontinuum

Egy nem elfajuló intervallumba eső valós számok halmazának számossága, ahol az intervallum lehet zárt, vagy nyílt bármely végén, és lehet véges vagy végtelen.

kontinuumhipotézis

A Cantor által megfogalmazott sejtés, miszerint nincs olyan halmaz, melynek számossága alef nulla (a természetes számok halmazának számossága) és a valós számok halmazának számossága, azaz a kontinuum közé esik.

kontrapozíció

A $p \Rightarrow q$ implikáció **kontrapozíciója** a $\neg q \Rightarrow \neg p$ implikáció. Az implikáció és kontrapozíciója logikailag ekvivalensek, tehát az egyik akkor és csak akkor igaz, ha a másik igaz. Egy matematikai eredmény bizonyításánál esetenként kényelmesebb lehet a kontrapozíciót bizonyítani, mint a tétel eredeti formáját. Például azt a tételt, hogy ha n^2 páratlan, akkor *n* is páratlan, be lehet úgy látni, hogy azt mutatjuk meg, hogy ha *n* páros, akkor n^2 is páros.

kontrapozíció elve

Logikai elv, melyen az indirekt bizonyítás alapul. Legyen *p* és *q* állítás, ha a *p* állításból következik, hogy a *q* állítás hamis, akkor ha *q* igaz, ebből következik, hogy *p* hamis. Például mivel minden négyzet négyszög, ezért az olyan alakzat, amelyik nem négyszög, nem lehet négyzet. Itt *p* az az állítás, hogy „négyzet”, *q* pedig az, hogy „nem négyszög”.

kontroll állapot

Egy statisztikai kísérletben a kontroll csoport állapota.

kontroll csoport

Egy kísérlet tervezésénél a **kontroll csoport** adja a referenciát minden olyan változáshoz, ami nem a vizsgált beavatkozás hatására jön létre. Például, amikor egy bizonyos étrend hatásait viszgáljuk egy 10 és 14 év közötti gyerek növekedésére, akkor összehasonlítást kell végeznünk olyan gyerekek növekedésével, akik nem ezt az étrendet követik. A kontrollcsoportot és a kísérleti csoportokat vagy véletlenszerűen kell létrehozni, vagy ki kell egyenlíteni – ha ez lehetséges –, hogy a beavatkozás korrekt értékelését kapjuk.

konvergál

(sorozat) Lásd sorozat határértéke.

konvergál

(sor) Azt mondjuk, hogy az $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots$ sor az *A* határértékhez **konvergál**, ha tetszőleges $\varepsilon > 0$ esetén létezik olyan *N*, hogy minden $n > N$ esetén $|\sum_{i=1}^{n} a_i - A| < \varepsilon$. Vegyük észre, hogy a sor konvergenciájához szükséges, hogy a tagjaiból álló sorozat nullához tartson, de ennek megfordítása nem igaz, mivel $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\}$ nullához tartó sorozat, de az $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots$ összeg végtelen.

konvergenciasugár

Ha *R* a legnagyobb valós szám a kiterjesztett valós számok halmazából, amelyre a $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ hatványsor minden olyan *z*-re konvergens, amelyre $|z| \leq R$, akkor *R* ennek a hatványsornak a **konvergenciasugara**. Ha a hatványsor valós változójú, akkor ez a feltétel egy intervallumot határoz meg a valós számegyenesen, de a konvergenciasugár elnevezés érvényben marad.

konvex

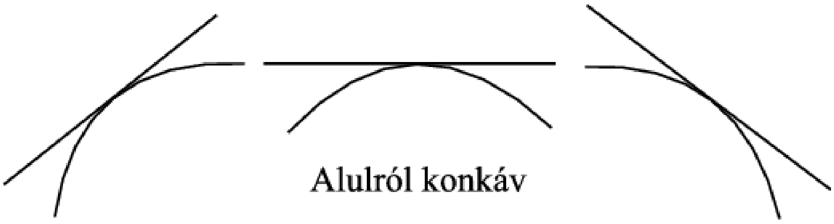
Egy síkbeli vagy térbeli halmaz, mint például egy sokszög vagy poliéder **konvex**, ha bármely két pontjával együtt az azokat összekötő szakasz összes pontját is tartalmazza.

konvexitás

Az *f* függvény gráfjának valamely pontjában értelmezni lehet a **konvexitást**. A grafikon valamely pontjában lehet alulról vagy fölülről konvex a következők szerint.

Ha az f'' második derivált létezik és pozitív az $a \in \mathcal{D}f$ pont valamely környezetében, akkor f' szigorúan monoton növekvő ezen környezetben, és a görbére azt mondjuk, hogy **alulról konvex** az *a* pontban. Ebben a pontban a görbe és annak érintője úgy néz ki, mint az első ábrán látható esetek közül az egyik. Ha $f''(a) > 0$ és f'' folytonos az *a* pontban, akkor ebből következik, hogy *f* alulról konvex az *a* pontban. Következésképpen, ha $f'(a) = 0$, és $f''(a) > 0$, akkor az *f* függvénynek lokális minimuma van az *a* pontban.

Hasonlóképpen, ha f'' létezik, és negatív az *a* pont valamely környezetében, vagy ha $f''(a) < 0$ és f'' folytonos az *a* pontban, akkor a görbe **alulról konkáv** az *a* pontban, és úgy néz ki, mint a második ábrán látható esetek közül az egyik. Ha $f'(a) = 0$ és $f''(a) < 0$, akkor az *f* függvénynek lokális maximuma van az *a* pontban.



konzervatív erő

Egy erő vagy egy erőtér **konzervatív**, ha az erő munkavégzése zérus, bármilyen zárt görbét jár is be az erő támadáspontja. Ebből következik, hogy egy konzervatív erő által végzett munka nem függ attól, hogy az erő támadáspontja milyen pályán jut el egy adott pontból egy másik adott pontba. Konzervatív például a homogén gravitációs erőtér, a Hooke-törvénynek eleget tevő rugalmas szál húzóereje, és a Newton-féle gravitációs törvénnyel leírt tömegvonzási erő. Potenciális energia csak konzervatív erők esetén vezethető be.

konzervatív stratégia

Adott egy mátrixjáték az $[a_{ij}]$ mátrixszal, és tegyük fel hogy az *S* és az *O* játékos tiszta stratégiát használ. Legyen m_i az *i*-edik sor legkisebb eleme. A **maximin** stratégia az *S* játékos számára annak az *r*-edik sornak a választása, ahol $m_r = \max\{m_i\}$. Ezzel *R* eléri, hogy a legkisebb lehetséges kifizetés a lehető legnagyobb legyen. Hasonlóan legyen M_j a *j*-edik oszlop legnagyobb eleme. A **minimax** stratégia az *O* játékos számára annak az *s*-edik oszlopnak a választása, amelyben $M_s = \min\{M_j\}$. Ezeket nevezzük a két játékos **konzervatív stratégiájának**.

Most legyen $E(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ a kifizetés várható értéke, ha *S* és *O* az ***x*** és ***y*** kevert stratégiát használja. Ekkor tetszőleges ***x*** esetén $\min_{\mathbf{y}} E(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ a lehető legkisebb várható érték az *O* által használt bármely ***y*** kevert stratégiára. Egy **maximin** stratégia *S* számára tehát olyan ***x*** stratégia, amely maximalizálja $\min_{\mathbf{y}} E(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ értékét. Hasonlóan egy **minimax** stratégia *O* számára olyan ***y*** stratégia, amely minimalizálja $\max_{\mathbf{x}} E(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ értékét. A a játékelmélet alaptétele értelmében ha *S* és *O* a fenti stratégiákat használja, akkor a kifizetés várható értéke egy bizonyos, jól meghatározott értéket vesz fel, a játék értékét.

konzisztens

Egy egyenletrendszer **konzisztens**, ha van megoldása.

konzisztens becslés

Lásd becslés.

koordináta

Lásd koordinátageometria, koordináta-rendszer, koordináták a háromdimenziós térben, koordináták a síkon, koordináták az egyenesen.

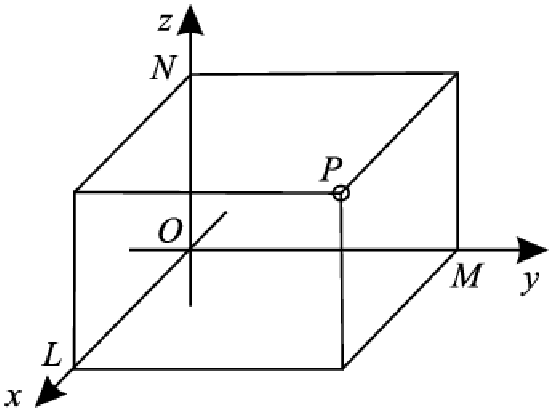
koordinátageometria

A matematikának az a területe, amely a geometriai összefüggéseket az algebra segítségével írja le, koordinátákra való hivatkozással.

koordináták a háromdimenziós térben

A tér pontjaihoz az alábbi módon rendelhetünk koordinátákat: **tengelyeknek** vegyünk három, egymásra páronként merőleges *Ox*,*Oy*,*Oz* irányított egyenest, melyek az *O* pontban metszik egymást, ami az **origó**, jobbsodrású rendszert alkotva. Legyen *L* az a pont, ahol a *P* ponton átmenő, az *y*- és *z*- tengelyt tartalmazó síkkal párhuzamos sík metszi az *x*-tengelyt. Máshogy, *L* legyen az *x*-tengely azon pontja, amelyre *PL* merőleges az *x*-tengelyre. Legyen *M* és *N* hasonlóan definiált pont az *y*- és a *z*-tengelyen. Valójában *L*,*M* és *N* azon téglatest három csúcsa, melynek három éle a három tengelyen fekszik, továbbá *O* és *P* átellenes csúcsai. Ha

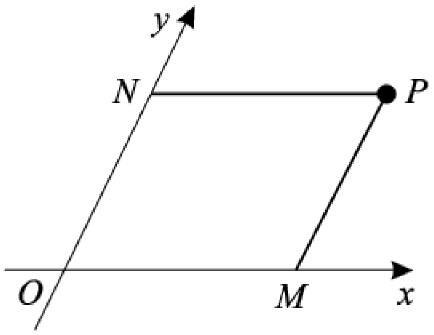
$OL = x, OM = y$ és $OM = z$, akkor (x, y, z) a *P* pont **koordinátái** ebben a Descartes-féle koordináta-rendszerben.



Vannak más módjai is annak, hogy a tér pontjaihoz koordinátákat rendeljünk. Például a fentihez hasonló módon, de ferde tengelyeket használva. Lásd még gömbi polárkoordináták, hengerkoordináták.

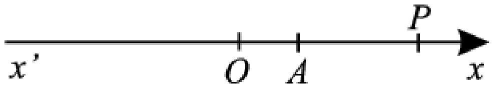
koordináták a síkon

Egy sík pontjaihoz az alábbi módon rendelhetünk koordinátákat: vegyünk egy *Ox* irányított egyenest első (*x*-)tengelynek, és egy *Oy* irányított egyenest második (*y*-)tengelynek, ahol az *O* pont az **origó**, és határozzuk meg az egységhosszat. A sík egy tetszőleges *P* pontjára legyenek *M* és *N* az *x*- és *y*-tengely olyan pontjai, hogy *PM* párhuzamos az *y*-tengellyel, és *PN* párhuzamos az *x*-tengellyel. Ha $OM = x$, és $ON = y$, akkor (x, y) a *P* pont **koordinátái** ebben a koordináta-rendszerben. A koordináta-rendszert a két irányított egyenes és az egységhossz definiálja. Ha az irányított egyenesek merőlegesek egymásra, akkor ez **Descartes-féle** vagy **derékszögű koordináta-rendszer** és (x, y) a *P* pont Descartes-féle koordinátái. Legtöbbször *Ox*-et és *Oy*-t úgy választjuk, hogy egy óramutató járásával ellentétes irányú 90°-os forgatás a pozitív *x* irányt a pozitív *y* irányba viszi át. A sík pontjaihoz más módon is rendelhetünk koordinátákat, például polárkoordinátákat.



koordináták az egyenesen

Egy egyenes pontjaihoz az alábbi módon rendelhetünk koordinátákat: az egyenesből csináljunk egy irányított egyenest a pozitív irány kiválasztásával, legyen ez mondjuk az ábrán az x' pontból az *x* pontba mutató irány. Nevezzük ki az egyenesen az *O* pontot **origónak**, és jelöljünk ki egy *A* pontot úgy, hogy *OA* hossza legyen az egység. Ha *P* az egyenes tetszőleges pontja, és $OP = x$, akkor *x* a *P* pont **koordinátája** ebben a koordináta-rendszerben. A koordináta-rendszert az egyenesen kijelölt irány, az origó és az egységhossz határozza meg.



koordináta-rendszer

Rendszer síkbeli vagy térbeli pontok koordinátáikkal való azonosításához. Például Descartes-féle koordináták vagy polárkoordináták.

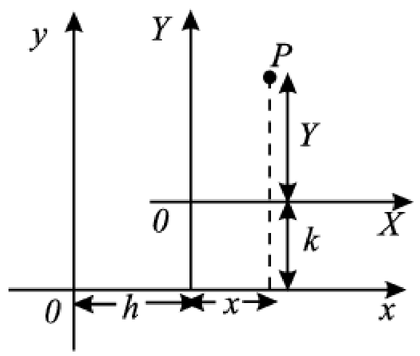
koordináta-rendszer eltolása

Lásd koordináta-rendszer eltolása a síkon, koordináta-rendszer eltolása a térben.

koordináta-rendszer eltolása a síkon

Tekintsük a szokásos síkbeli derékszögű koordináta-rendszert és benne a *P* pontot, melynek koordinátái (x, y). Vegyünk fel most egy O' pontot (h, k) koordinátákkal, és helyezzünk egy új koordináta-rendszert az O' pontra, hogy O' legyen az új origó, de a régi és új koordinátatengelyek párhuzamosak és azonos irányításúak maradjanak. Ekkor a *P* pontnak az új koordináta-rendszerben megváltoznak a koordinátái: ha az új koordinátákat (X, Y) jelöli, akkor fennáll, hogy $x = X + h$ és $y = Y + k$, vagy más szavakkal, $X = x - h$, illetve $Y = y - k$.

Ez az eljárás hasznos például a síkbeli másodfokú görbék vizsgálatánál. Tekintsük például a $9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 0$ síkgörbét. Ha eltoljuk a koordináta-rendszert az $O' = (1, -2)$ pontba, akkor az előbbi egyenlet az új koordinátákkal kifejezve a jóval egyszerűbb $9X^2 + 4Y^2 = 36$ alakot ölti – amiről világosan látszik, hogy az illető görbe egy ellipszis. (Az átalakítás jogosságát a $9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 9(x-1)^2 + 4(y+2)^2 - 36$ teljesnégyzetté-alakítás mutatja.)



koordináta-rendszer eltolása a térben

A síkbeli koordináta-rendszer eltolásához hasonlóan beszélhetünk a térbeli koordináta-rendszer adott (h, k, l) vektorral való eltolásáról is. A két koordináta-rendszer közötti áttérést analóg képletek fejezik ki: ha egy pont régi koordinátái (x, y, z), az újak pedig (X, Y, Z), akkor fennáll, hogy $X = x - h$, $Y = y - k$ és $Z = z - l$.

koordinátasík

Azon síkok egyike, amelyek a háromdimenziós derékszögű koordináta-rendszer tengelyei közül kettőt tartalmaznak. Például, az egyik koordináta sík az *yz*-sík, mely tartalmazza az *y*- (második) és (a harmadik) *z*-tengelyt, és az egyenlete $x = 0$.

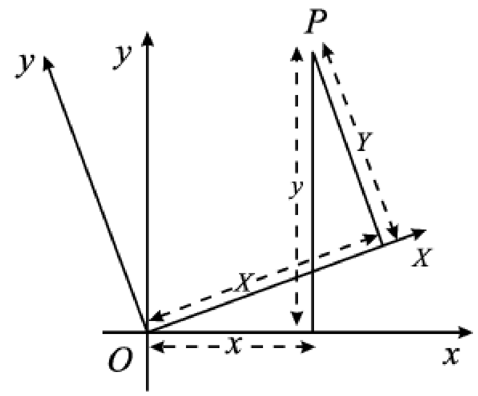
koordinátatengely

Lásd koordináták a síkban és a háromdimenziós térben.

koordinátatengelyek elforgatása a síkon

(a síkban) Tegyük fel, hogy egy Descartes-féle koordináta-rendszernek adott az első (*x*-) és a második (*y*-)tengelye, az *O* origója és az egység hossza. Legyenek a *P* pont koordinátái (x, y). Vegyünk egy új koordináta-rendszert ugyanazzal az *O* origóval és egységnyi hosszal, *X*- és *Y* -tengelyekkel, úgy, hogy α szöggel való elforgatás (a pozitív irány az óra járásával ellentétes) az *x*-tengelyt az *X*-be, *y*-t *Y* -ba viszi. Az új koordináta-rendszerben a *P* pont koordinátái (X,Y). Ekkor az új és a régi koordináták közötti kapcsolat a **tengelyek** ilyen **elforgatásakor**

$$x = X\cos\alpha - Y\sin\alpha,$$
$$y = X\sin\alpha + Y\cos\alpha.$$



Mátrixjelöléssel, ezek az egyenletek

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$$

és visszafelé,

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Például a tengelyek $-\pi/4$-del való elforgatásakor a koordináták közötti kapcsolat

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}(X+Y), \qquad y = \frac{1}{\sqrt{2}}(-X+Y),$$

továbbá az $x^2 - y^2 = 2$ egyenletű görbe egyenlete $XY = 1$ lesz az új koordináta-rendszerben.

koordinátatranszformáció

Lásd koordinátatranszformáció a síkban, koordinátatranszformáció a térben.

koordinátatranszformáció a síkban

A legegyszerűbb módja annak, hogy egyik Descartes-féle koordináta-rendszerről egy másikra térjünk át a koordináta-rendszer eltolása a síkon és a koordinátatengelyek elforgatása a síkon. Lásd még a polárkoordináták címszót a Descartes-féle koordináta-rendszerről a polárkoordináta-rendszerre való és a fordított irányú áttérésről.

koordinátatranszformáció a térben

A legegyszerűbb módja annak, hogy egyik Descartes-féle koordináta-rendszerről egy másikra térjünk át a koordináta-rendszer eltolása a térben és a koordinátatengelyek elforgatása a térben. Lásd még a polárkoordináták címszót a Descartes-féle koordináta-rendszerről a polárkoordináta-rendszerre való és a fordított irányú áttérésről.

korlát

Legyen az *S* halmaz $\mathbb{R}$ nem üres részhalmaza. A valós *b* számról azt mondjuk, hogy *S* **felső korlátja**, ha *b* nagyobb vagy egyenlő *S* bármely eleménél. Ha az *S* halmaznak van felső korlátja, akkor **felülről korlátos**. Továbbá *b* az *S* halmaz **szuprémuma** (vagy **legkisebb felső korlátja**), ha *b* felső korlátja *S* halmaznak, és a *b* számnál nincs kisebb felső korlátja *S* halmaznak; ezt így írjuk: $b = \sup S$. Például, ha $S := \{0.9, 0.99, 0.999, \dots\}$, akkor $\sup S = 1$. Hasonlóan, a valós *c* szám az *S* halmaz egy **alsó korlátja**, ha *c* kisebb vagy egyenlő az *S* bármely eleménél. Ha az *S* halmaznak van alsó korlátja, akkor *S* **alulról korlátos**. Továbbá *c* az *S* halmaz **infimuma** (vagy **legnagyobb alsó korlátja**), ha *c* alsó korlátja az *S* halmaznak, és a *c* számnál nincs nagyobb alsó korlátja *S* halmaznak, ezt így írjuk: $c = \inf S$. Egy halmaz **korlátos**, ha alulról és felülről is korlátos. Egy nem triviális eredményt közöl az alábbi tétel.

Tétel. Bármely nem üres felülről korlátos halmaznak van szuprémuma, és bármely nem üres alulról korlátos halmaznak van infimuma.

korlátos függvény

Az *f* valós függvény **korlátos** (az értelmezési tartományán), ha létezik olyan *M* szám, amelyre $|f(x)| < M$, minden $x \in \mathcal{D}f$ esetén. Az tény, hogy ha *f* folytonos a zárt $[a, b]$ intervallumon, akkor korlátos is az $[a, b]$ intervallumon, olyan tulajdonság, amelynek a szigorú bizonyítása nem elemi (lásd folytonos függvény).

korlátos halmaz

Lásd korlát.

korlátos sorozat

Az $\{a_n\}$ sorozat **korlátos**, ha létezik olyan $M \in \mathbb{R}$ szám, melyre $|a_n| < M$, bármely *n* esetén.

korollárium

Olyan eredmény, amely egy tételből szinte azonnal következik, gyakran további bizonyítás nélkül.

korrekció

Egy megfigyelés vagy számítás eredményének megváltoztatása annak érdekében, hogy a pontosságát növeljük. Például, ha tapasztalatból tudjuk, hogy egy óra öt percet késik, akkor öt percet mindig hozzáadunk az általa jelzett értékhez, vagy mivel a népszámlálás nem képes nyilvántartásba venni az összes hajléktalant, a hajléktalanok kormány általi becslése – célszerűen – magasabb lesz, mint a népszámláláskor kapott szám.

korreláció

Két valószínűségi változó **korrelációja** annak mértéke, hogy az egyik változó megváltozása mennyire mutat összefüggést a másik változó megváltozásával. A korreláció magas vagy alacsony attól függően, hogy a két változó közti kapcsolat szoros vagy sem. Ha az egyik változó megváltozása a másik változó azonos irányú megváltozásával függ össze, akkor köztük **pozitív korreláció** van, és **negatív korreláció**, ha a megváltozások ellentétes irányúak. Független valószínűségi változók korrelációja zérus. Az *X* és *Y* valószínűségi változók korrelációjának mértéke a ϱ **korrelációs együttható**, melyet a következőképpen definiálunk:

$$\varrho := \frac{\operatorname{cov}(X, Y)}{\sqrt{D^2(X) D^2(Y)}}.$$

(Lásd kovariancia és szórásnégyzet.) Mindig igaz, hogy $-1 \leq \varrho \leq 1$. Ha *X* és *Y* lineárisan összefüggőek, akkor $\varrho = -1$ vagy $\varrho = 1$. (Abból, hogy a korrelációs együttható abszolút értéke nullához közeli, nem következik, hogy a változók függetlenek, még úgy is fönnállhat ez az eset, hogy közöttük determinisztikus függvénykapcsolat áll fenn.)

Megfigyeléspárokból álló mintára a **minta korrelációs együtthatója:**

$$\frac{\sum(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\left(\sum(x_i-\overline{x})^2\right)\left(\sum(y_i-\overline{y})^2\right)}}.$$

Megjegyezzük, hogy két változó közötti korreláció létezéséből nem következik szükségszerűen, hogy ok-okozati összefüggés van közöttük; ez annak is lehet a jele, hogy mindkettő közös okra vezethető vissza.

korrelációs együttható

Lásd korreláció.

korrelációs mátrix

Olyan $n \times n$-es $[a_{ij}]$ mátrix, melyben $a_{ij} := \mathrm{corr}(X_i, X_j)$, tehát a változópárok közötti korrelációs együtthatót tartamazza. A főátlóban lévő minden a_{ii} elem 1, és a mátrix a főátlóra szimmetrikus.

koszekáns

Lásd trigonometrikus függvények.

koszinusz

Lásd trigonometrikus függvények.

koszinusztétel

Lásd háromszög.

kotangens

Lásd trigonometrikus függvények.

kovariancia

Az *X* és *Y* valószínűségi változók **kovarianciája**, melyet $\mathrm{cov}(X,Y)$ jelöl, egyenlő az $E((X-\mu_X)(Y-\mu_Y))$ kifejezéssel, ahol μ_X és μ_Y rendre *X* és *Y* várható értéke. Ha *X* és *Y* független valószínűségi változók, akkor $\mathrm{cov}(X,Y)=0$. Kiszámítása egyszerűsíthető, ha figyelembe vesszük, hogy: $E((X-\mu_X)(Y-\mu_Y))=E(XY)-\mu_X\mu_Y$. Az *n* számú $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\ldots,(x_n,y_n)$ megfigyeléspárra a **minta kovarianciája**:

$$\frac{\sum(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{n}.$$

kovarianciamátrix

Lásd hipotézisvizsgálat.

kovergenciakör

A komplex sík z_0 középpontú, $R \leq 0$ sugarú köre, ha a $\sum_{i=1}^{+\infty} a_i(z-z_0)^i$ sor konvergál ennek a körlapnak a belsejében, és divergál minden olyan *z* esetén, amelyre $|z-z_0|>R$. *R* a hatványsor **konvergenciasugara**; ha a hatványsor konvergens az egész komplex síkon, akkor azt mondjuk, hogy $R=+\infty$. Ha $R=0$, az azt jelenti, hogy csak akkor konvergens a sor, ha $|z-z_0|=0$. A konvergenciakör kerületi pontjaiban a sor konvergens vagy divergens is lehet.

köbgyök

Lásd *n*-edik gyök.

köbös

Kockaalakú, a kockához hasonló szimmetriájú, például kristály szerkezete lehet ilyen.

köbös polinom

Harmadfokú polinom.

kölcsönható változók

Néha egy kísérletben a változók egyikével egy második változó is kölcsönhatásba lép. Ha a kísérletben ezt nem vesszük figyelembe, akkor az eredmények nem lesznek általánosan alkalmazhatóak.

kölcsönösen diszjunkt

Lásd páronként diszjunkt.

kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés

Lásd bijektív leképezés.

Kőnig Dénes

(1884–1944) Magyar matematikus. Könyve, a *Theorie der endlichen und unendlichen Graphen* (*A véges és végtelen gráfok elmélete*) a témakör legkorábbi összefoglalója és továbblendítője.

Kőnig Gyula

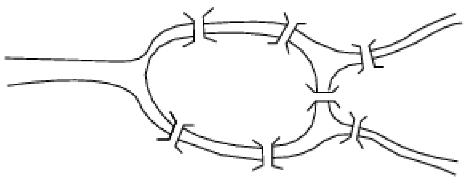
(1849–1913) Magyar matematikus, klasszikus algebrával, számelmélettel, halmazelmélettel és matmatikai logikával foglalkozott. Igen fontos szerepet játszott a tudományos közéletben.

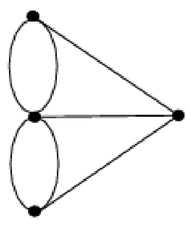
Königsberg

Lásd königsbergi hidak.

königsbergi hidak

A XIX. század elején hét híd volt Königsbergben (akkor Kelet-Poroszország, ma Kalinyingrád, Oroszország). Ezek a Pregel (vagy Pregolya) folyó különböző ágait keresztezték, ahogy azt az ábra vázlatosan mutatja. Felmerült az a kérdés, hogy vajon lehetséges-e valamely kezdőpontból elindulva oda úgy visszatérni, hogy minden egyes hídon pontosan egyszer haladunk át. Eulert ez arra késztette, hogy általánosabban is megvizsgálja ezt a problémát és publikálja azt, amire ma úgy gondolunk, mint az első gráfelméleti cikkre. Az eredeti kérdést úgy is feltehetjük, hogy vajon a gráf Euler-féle gráf-e? Megmutatható, hogy egy összefüggő gráf akkor és csakis akkor Euler-féle gráf, ha minden pontjának páros a fokszáma, tehát a válasz az, hogy nem.





könnyű

A mechanikában akkor neveznek egy tárgyat – általában egy húrt vagy egy rudat – **könnyűnek**, ha tömege a többi vizsgált objektum tömegéhez képest elhagyagolható.

könnyűszerkezet

Könnyű rudakból álló merev szerkezet. Mivel a rudak tömege elhanyagolható, a rudakra ható erők meghatározhatók a rudakat összekapcsoló kötésekben fellépő erőkből.

köpeny

Lásd egyköpenyű hiperboloid és kétköpenyű hiperboloid.

kör

A *C* középpontú és *r* sugarú **körvonal** azon pontok helye a síkon, amelyek a *C* ponttól *r* távolságban vannak. Ha a kör *C* középpontjának derékszögű koordinátái (a, b), akkor a kör egyenlete $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$. Egy $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ alakban adott egyenlet kört ír le, ha $g^2 + f^2 - c > 0$, és ekkor a kör középpontja $(-g, -f)$, sugara pedig $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$.

Az *r* sugarú kör területe $r^2\pi$, kerülete $2r\pi$.

kör (gráfban)

Olyan zárt út, melynek legalább egy éle van, azaz olyan $[a, d, c, b]$ $(k \geq 1)$ sorozat, ahol e_i a v_{i-1} és v_i pontokat összekötő él, továbbá minden él és minden pont különböző, kivéve, hogy $v_0 = v_k$. Lásd Hamilton-gráf és fa.

körbenforgás

Amikor iteráció alkalmazásánál értékek egy ismétlődő sorozata megjelenik. Iteratív módszerektől azt várjuk, hogy egyre pontosabb közelítését adják egy egyenlet megoldásának, ám ez nem mindig sikerül. Ha egy érték újra megjelenik a sorozatban, akkor onnan kezdve a sorozat megfelelő része folyamatosan ismétlődik.

körben forgó érvelés

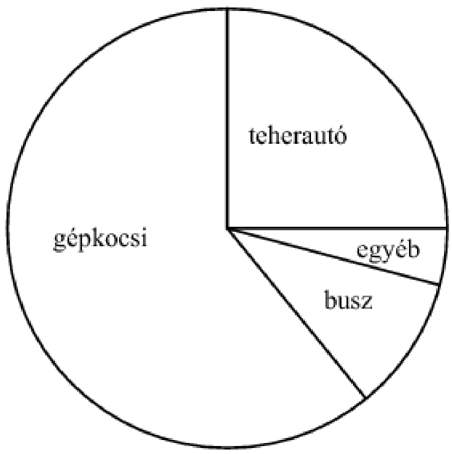
A következtetést úgy vonjuk le, hogy ahhoz felhasználjuk a következmény lényegét.

körcikk

Az *O* középpontú kör egy **körcikkje** olyan tartomány, amelyet a kör egy *AB* íve és az *OA*, valamint az *OB* sugár határol. A körcikk területe $r^2\vartheta$, ahol *r* a sugár, ϑ pedig a szög radiánban megadva.

kördiagramm

Tegyük fel, hogy valamilyen véges halmaz fel van osztva részhalmazokra, és az elemek aránya az egyes részhalmazokban százalékban van kifejezve. A **kördiagramm** körcikkekre osztott körből álló ábra, amelyben a körcikkek területe arányos ezekkel a százalékokkal. Hasonló módon, amikor nominális adatokat gyűjtünk, a körcikkek területe arányos lesz a gyakoriságokkal. Az ábra egy kis közlekedési felmérés során megfigyelt járműfajtákat mutatja.



köréír

Egy geometriai alakzat köré úgy rajzol egy másikat, hogy vannak közös pontjaik, de a körülírt alakzatnak nincs közös része a másik belsejével.

köré írt henger

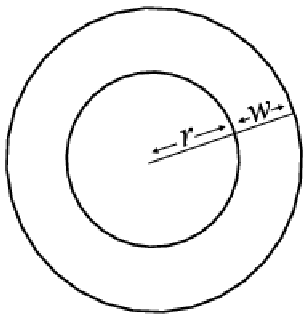
Lásd gömböv.

körfrekvencia

Az ω állandó az egyszerű harmonikus rezgőmozgást leíró $\ddot{x} = -\omega^2 x$ egyenletben. Az ωt szorzat – ahol *t* az időt jelöli – bizonyos szempontból olyan szerepet játszik, mint egy szög. Az ω **körfrekvenciát** általában radián per másodperc egységben mérik. A rezgések frekvenciája $\frac{\omega}{2\pi}$.

körgyűrű

Két koncentrikus kör közötti terület. Ha a körök sugara *r* és $r + w$, akkor a körgyűrű területe: $(r+w)^2\pi - r^2\pi$, ami egyenlő a $w \times 2(r + \frac{1}{2}w)\pi$ kifejezéssel. Ez tehát egy olyan téglalap területével egyenlő, amelynek a szélessége *w*, a hosszúsága pedig megegyezik a két eredeti kör közötti, azoktól egyenlő távolságban lévő kör kerületével.



körív

Ha egy körvonalon *A* és *B* két pont, akkor két *AB* körív létezik. Amikor *A* és *B* nem a kör egy átmérőjének végpontjai, akkor megkülönböztethető egy hosszabb és rövidebb körív, egy főkör és egy kis kör.

körlap

Az (a, b) középpontú, *r* sugarú körvonal egyenlete $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$. A kör belsejét a síknak azok az (x, y) pontjai alkotják, amelyekre $(x-a)^2 + (y-b)^2 < r^2$; ez a halmaz nyílt körlapnak hívható. A zárt körlap azon (x, y) pontok halmaza, melyekre $(x-a)^2 + (y-b)^2 \le r^2$.

körmozgás

Részecske mozgása körpályán. Tegyük fel, hogy egy részecske síkmozgást végez egy körpályán, melynek középpontja az *O* origó, sugara r_0! Legyen ***i*** és ***j*** az *x*-, illetve *y*-tengely pozitív irányába mutató egységvektor, ***r***, ***v*** és ***a*** pedig a részecske helyvektora, sebessége és gyorsulása! Ha a részecske helyének polárkoordinátái (r_0, ϑ), akkor

$$\mathbf{r} = r_0(\mathbf{i}\cos(\vartheta) + \mathbf{j}\sin(\vartheta)),$$

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = r_0(-\dot{\vartheta}\mathbf{i}\sin(\vartheta) + \dot{\vartheta}\mathbf{j}\cos(\vartheta)),$$

$$\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{r}} = r_0(-\ddot{\vartheta}\mathbf{i}\sin(\vartheta) - \dot{\vartheta}^2\mathbf{i}\cos(\vartheta) + \ddot{\vartheta}\mathbf{j}\cos(\vartheta) - \dot{\vartheta}^2\mathbf{j}\sin(\vartheta)).$$

Legyen $\mathbf{e}_r = \mathbf{i}\cos(\vartheta) + \mathbf{j}\sin(\vartheta)$ és $\mathbf{e}_\vartheta = -\mathbf{i}\sin(\vartheta) + \mathbf{j}\cos(\vartheta)$, azaz $\mathbf{e}_r$ ϑ origótól a részecske felé mutató egységvektor, pedig az erre merőleges egységvektor a síkban, mely növekedésének irányába mutat. Ekkor a fenti egyenletek ilyen alakot öltenek:

$$\mathbf{r} = r_0\mathbf{e}_r, \quad \mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = r_0\dot{\vartheta}\mathbf{e}_\vartheta, \quad \mathbf{a} = \ddot{\mathbf{r}} = -r_0\dot{\vartheta}^2\mathbf{e}_r + r_0\ddot{\vartheta}\mathbf{e}_\vartheta.$$

Ha az *m* tömegű részecskére ***F*** eredő erő hat, és $\mathbf{F} = F_1\mathbf{e}_r + F_2\mathbf{e}_\vartheta$, akkor az $m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}$ mozgásegyenletből a következőket kapjuk: $-mr_0\dot{\vartheta}^2 = F_1$ és $mr_0\ddot{\vartheta} = F_2$. Ha az erőnek a pályát érintő, F_2 nagyságú összetevője zérus, akkor $\dot{\vartheta}$ állandó, és a részecske állandó sebességgel mozog.

Lásd még szögsebesség és szöggyorsulás.

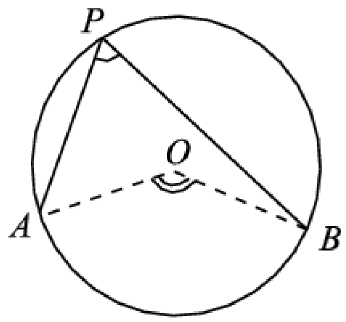
környezet

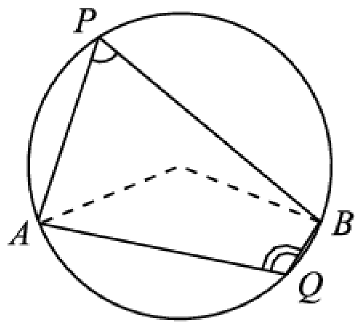
A számegyenesen az *a* valós szám egy **környezete** az $(a - \delta, a + \delta)$ nyílt intervallum, ahol $\delta > 0$. A környezet középpontja *a*, sugara pedig δ.

Egy eukleidészi vagy még általánosabban egy metrikus térben a rögzített *a* pont környezete egy olyan nyílt halmaz, amelyik azokat a pontokat tartalmazza, amelyek *a*-tól vett *d* távolsága egy megadott értéknél kisebb, azaz azon *x* pontok halmaza, amelyekre $d(x, a) < \delta$ teljesül.

körre vonatkozó tételek

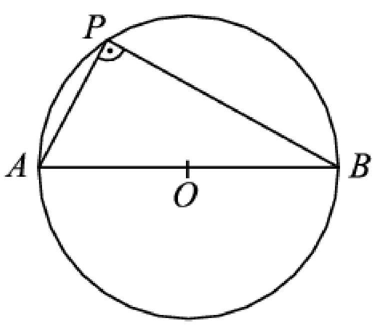
A következőkben néhány, a körrel kapcsolatos tételt tekintünk át.





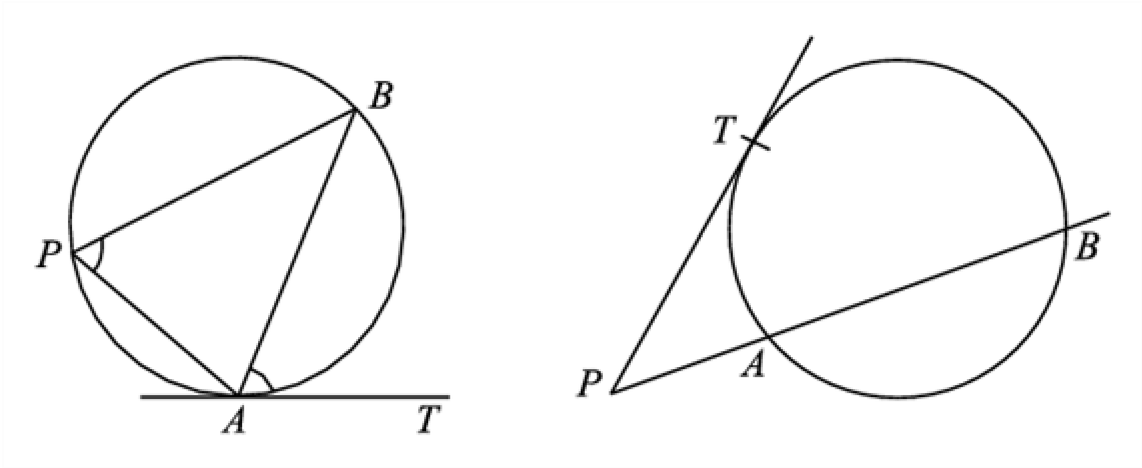
Legyen az *O* középpontú körvonal két pontja *A* és *B*. Ha a kör kerületén lévő *P* pont az *AB* húr ugyanazon az oldalán helyezkedik el, mint az *O* pont, akkor $AOB\measuredangle = 2\measuredangle APB$. így tehát az $APB\measuredangle$ kerületi szög független a *P* pont helyzetétől.

Ha a kör kerületén lévő *Q* pont az *AB* húr ellenkező oldalán fekszik, mint a *P* pont, akkor $AQB\measuredangle = 180° - APB\measuredangle$. Ezért egy húrnégyszög két szemközti szögének összege $180°$.



Amikor *AB* átmérő, a kerületi szög derékszög. Ha *T* tetszőleges pont az *A* pontbeli érintőn, akkor $APB\measuredangle = BAT\measuredangle$.

Tegyük fel most, hogy adott a kör és a *P* pont. Ha egy egyenes átmegy a *P* ponton, és a kört az *A* és a *B* pontban metszi, akkor *PA.PB* értéke minden ilyen egy $PA.PB = PT^2$ a körön kívül fekszik és egy a *P* ponton átmenő egyenes a *T* pontban érinti a kört, akkor .



körszelet

Adott körhöz tartozó **körszelet** olyan tartomány, amelyet a kör egy *AB* köríve és az *AB* húr határol.

körvonal

A **körvonal** a körlap határa, vagy határának hossza, másképpen kerülete. Az *r* sugarú kör kerülete $2r\pi$.

kötött vektor

A (szabad) vektornak nagysága és iránya van. A kötött vektornak ezen kívül van egy meghatározott kezdőpontja: **támadáspontja** is.

következik

Érvényes következtetés levonását lehetővé teszi. Például ha *n* osztható kettővel, abból következik, hogy *n* páros szám.

következmény

Egy feltételes állítás azon része, amely kifejezi, hogy minek kell történnie, mi az ami szükségszerűen igaz, ha az előzmény igaz. Tehát például a „ha *n* osztható kettővel, akkor *n* páros” kijelentésben a következmény az „*n* páros” állítás. Vesd össze előzmény.

következtetés

Arra vonatkozó döntés, hogy a rendelkezésre álló bizonyítékok alapján elfogadjunk-e vagy elutasítsunk egy statisztikai hipotézist.

közbülső pont

Egy hálózat olyan pontja, amely a forrás és a nyelő között van.

közegellenállás

Lásd aerodinamikai ellenállás.

közelít

Egy mennyiséghez megtalál egy értéket vagy egy kifejezést, megadott pontosságon belül.

közelítés

Amikor két mennyiség, *X* és *x* közelítőleg egyenlő, amit így írunk: $X \approx$ $\pi \approx \frac{22}{7}$ or $\sqrt{2} \approx 1.414$ mények között a **közelítést** (**közelítő értéket**) használhatjuk a másik helyett. Például, és .

közép

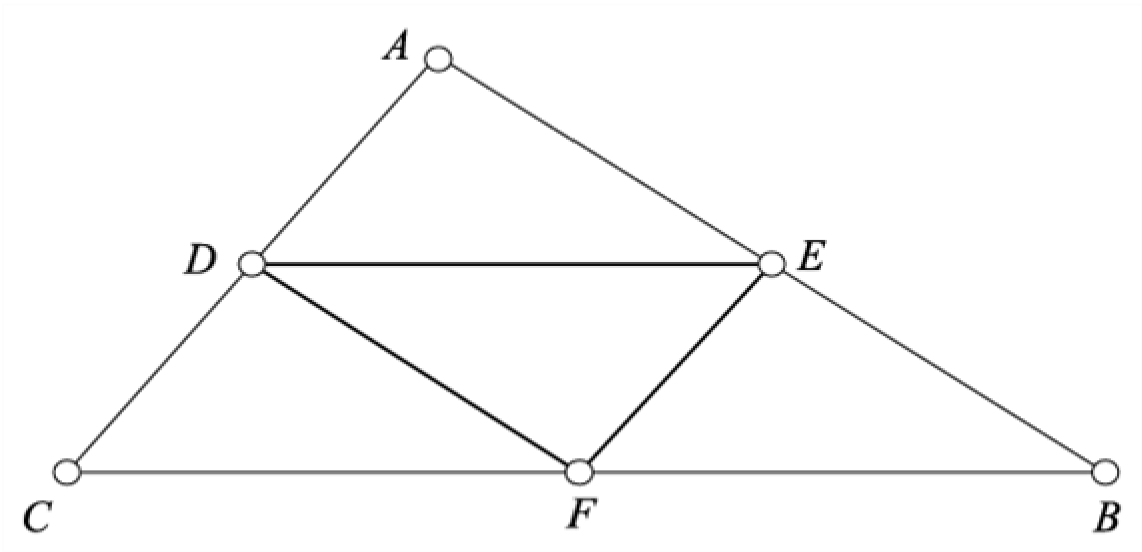
Lásd átlag.

középpont

Lásd kör, ellipszis és hiperbola.

középponti háromszög

Az a háromszög, melyet úgy kapunk, hogy egy háromszög oldalfelező pontjait összekötjük. Az így nyert háromszög hasonló az eredetihez, oldalai fele olyan hosszúak, és párhuzamosak az eredeti háromszög oldalaival. Az ábrán látható *DEF* háromszög az *ABC* háromszög középponti háromszöge.



középponti szög

Olyan szög, melynek csúcsa egy adott kör középpontja.

középpontosan szimmetrikus

Egy síkbeli alakzat **szimmetrikus az O pontra nézve**, ha a *P* ponttal együtt a P' pont is hozzá tartozik, valahányszor *O* a PP' szakasz felező pontja. Az *O* pont a **szimmetria középpontja**, és azt is mondjuk, hogy az alakzatnak az *O* középpontra nézve **félfordulatnyi szimmetriája** van, mert az alakzat változatlan marad, ha az *O* pont körül elforgatjuk 180 fokkal. Az S betű például szimmetrikus a középpontjára nézve.

közönséges differenciálegyenlet

Lásd differenciálegyenlet.

közönséges tört

Az $\frac{a}{b}$ vagy a/b alakban felírt törteket közönséges törteknek mondjuk, ha *a* és *b* pozitív egész számok. így $3/4$ és $\frac{3}{4}$ közönséges tört, míg 0.75 tizedes tört.

közös érintő

Olyan egyenes, mely két vagy több görbének is érintője.

közös merőleges

Ha l_1 és l_2 két olyan egyenes a térben, amelyek se nem párhuzamosak, se nem metszik egymást, azaz kitérők, akkor **közös merőlegesük** az az egyenes, amely mindkettőt metszi, és mindkettőre merőleges.

közös nevező

Olyan egész szám, amely osztható törtek egy csoportjának összes nevezőjével. Törtek összeadásánál, illetve kivonásánál használjuk, ahol az első lépés a tagok átalakítása ekvivalens törtekké a közös nevező segítségével. Például $\frac{1}{3}+\frac{7}{8}-\frac{5}{6}$ közös nevezője 24, és az összeget így írhatjuk: $\frac{8}{24}+\frac{21}{24}-\frac{20}{24}=\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$.

közös tényező (vagy osztó)

Olyan szám vagy algebrai kifejezés, amely tényezője, más szóval osztója számok vagy kifejezések egy csoportjának.

közös többszörös

Olyan szám vagy algebrai kifejezés, mely számok vagy algebrai kifejezések egy csoportjának többszöröse. Például 15 és 30 közös többszörösei a 3 és 5 számnak, továbbá $(2x+1)(x-2)$ közös többszöröse a $2x+1$ és az $x-2$ kifejezésnek.

központi határeloszlás-tétel

A valószínűségszámítás alapvető tétele, mely azt mondja ki, hogy valószínűségi változók sorozata átlagának eloszlása tart a normális eloszláshoz, ahogy a sorozat tagjainak száma tart a végtelenhez. Sokféle általános alakja van, az egyik változat az alábbi

Tétel. Legyen $X_1, X_2, \cdots$ független, azonos eloszlású valószínűségi változók sorozata μ várható értékkel és véges σ^2 szórásnégyzettel. Legyen

$$\overline{X}_n := \frac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{n}, \quad Z_n := \frac{\overline{X}_n-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}.$$

Ekkor, amint *n* tart végtelenhez, Z_n eloszlása tart a normális eloszláshoz.

Ebből következik, hogy ha meglehetősen nagy elemszámú mintát veszünk bármilyen, véges szórásnégyzetű populációból, akkor a megfigyelés átlagáról feltehetjük, hogy normális eloszlással rendelkezik.

közvetlen

Két változó kapcsolatát nevezhetjük közvetlennek, ha az egyik növekedése kapcsolatos a másik növekedésével.

kriptográfia

A matematikának az a területe, amely az információ biztonságos kódolásával foglalkozik, gyakran olyan matematikára támaszkodva, amilyen például a nagyon nagy számok prímfaktorizációja, vagy a kvantummechanika elmélete.

kritikus érték

Lásd stacionárius érték.

kritikus pont

Lásd stacionárius pont (egy változóban), stacionárius pont (két változóban).

kritikus tartomány

Lásd hipotézisvizsgálat.

kritikus tevékenységek

Egy esemény vagy tevékenység a kritikus úton.

kritikus út

Olyan út egy tevékenységi hálózatban, amelyen bármekkora késlekedés késlelteti a egész tervezet befejezését.

kritikusút-elemzés

Tegyük fel, hogy egy hálózat pontjai képviselik egy folyamat lépéseit, és az irányított élek súlyai jelentik azt az időt, aminek két lépés között el kell telnie. A **kritikusút-elemzés** a hálózatban lévő leghosszabb út megtalálásának módszere, amely egyúttal megtalálja azt a legrövidebb időt, ami alatt a folyamat befejezhető.

kritikusút-kereső algoritmus (tevékenységélekkel)

Az előrehaladó bejárás egy tevékenységi hálózatban meghatározza minden ponthoz a legkorábbi időpontot, a fordított bejárás pedig meghatározza minden ponthoz a legkésőbbi időpontot. Kritikus út bármely olyan út, melyen a legkésőbbi időpont egyenlő a legkorábbi időponttal minden pontban, azaz amelyen bármekkora késlekedés késleltetné az egész tervezet befejezését.

kromatikus szám

Egy *G* gráf vagy térkép olyan kiszínezéséhez szükséges különböző színek száma a **kromatikus szám**, melyet $\chi(G)$ jelöl, amelynél a közös élek két oldalán elhelyezkedő tartományok különböző színűek. A négyszíntétel szerint minden síkbarajzolható gráfra $\chi(G) \leq 4$.

Kronecker, Leopold

(1823–1891) Német matematikus, elsősorban a számelméletben, de a matematika más területein is ért el eredményeket. ő volt az első, aki kétségbe vonta a nem konstruktív egzisztenciabizonyítások helyességét, mellyel kapcsolatban Weierstrass-szal és másokkal is vitatkozott. Lásd egész szám.

Kronecker-delta

A δ_{ij} szimbólummal jelölt kétváltozós függvény, melynek értéke 1, ha $i = j$, és 0 egyébként. A Kronecker-delta segítségével definiálható például a négyzetes egységmátrix is.

Kronecker-lemma

Ha $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ konvergens, akkor $\frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} a_n \to 0$, ha $N \to \infty$.

Kruskal-algoritmus

Súlyozott gráfban a minimális feszítőfa meghatározására szolgáló módszer. Az eljárás a következő: első lépésként válasszuk ki (az egyik) legrövidebb élt, majd minden újabb lépés során azt a legrövidebb élt válasszuk, melynek hozzávételével nem jön létre kör. így ha egy *n* pontú gráfban minden pontot összekötöttünk, azaz ha $n - 1$ élt kiválasztottunk, akkor ezzel meghatároztuk a legrövidebb összhosszúságú feszítő fát.

Kruskal–Wallis-próba

Nemparaméteres próba kettőnél több medián összehasonlítására, felhasználva a különböző minták közötti relatív rangokat.

kuboktaéder

Az arkhimédészi testek egyike, hat négyzetlapja és nyolc háromszöglapja van. Megalkotható, ha egy kocka csúcsait úgy vágjuk le, hogy egy olyan poliédert kapjunk, amelynek a csúcsai az eredeti kocka élfelező pontjaiban vannak. Továbbá még oly módon is megkaphatjuk, ha egy oktaéder sarkait úgy vágjuk le, hogy egy olyan poliédert kapjunk, aminek a csúcsai az eredeti oktaéder élfelezőin vannak.

kumulatív eloszlásfüggvény

Lásd eloszlásfüggvény.

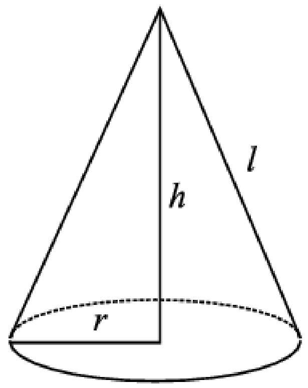
kumulatív gyakoriság

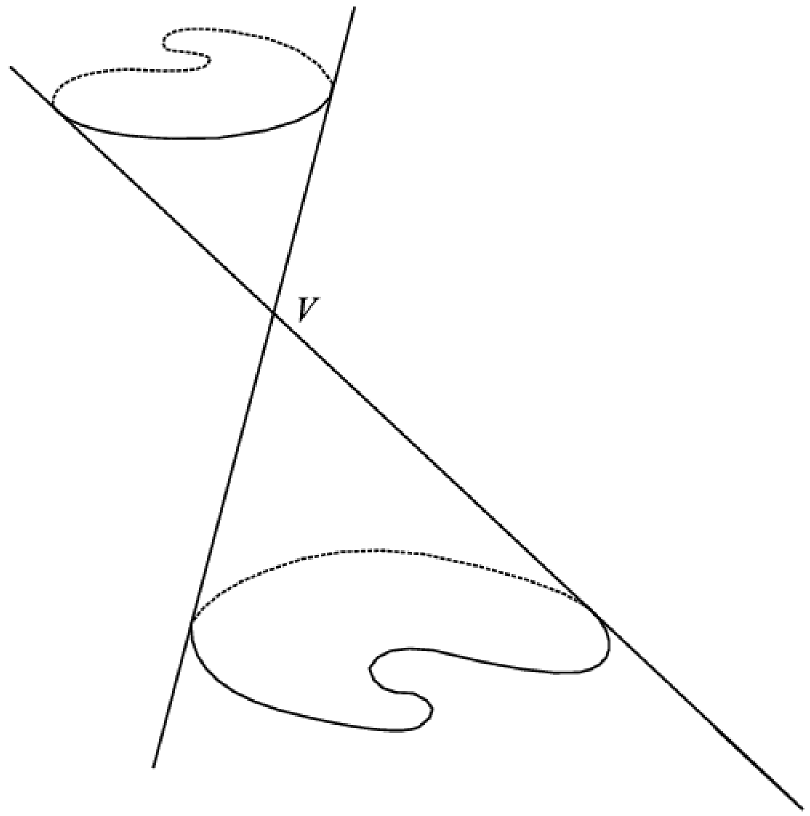
Az értékek gyakorisága egy megadott értékig bezárólag. Ha az emelkedő sorrendben elrendezett $x_1, x_2, \ldots, x_n$ értékek rendre $f_1, f_2, \ldots, f_n$ gyakorisággal fordulnak elő, akkor az x_i értéknél vett **kumulatív gyakoriság** $f_1 + f_2 + \cdots + f_i$. Csoportosított adatok kumulatív gyakorisága hasonlóan kapható.

kúp

Elemibb munkákban, a **kúp** általában tartalmaz egy kör alaplapot, egy csúcsot, ami közvetlenül a kör középpontja felett helyezkedik el, és a palástot, ami a csúcsot és a körvonal pontjait összekötő oldalegyenesekből (alkotókból) áll. A csúcs távolsága az alap középpontjától a magasság, és bármely oldalegyenes hossza az alkotó hossza. Az *r* alapsugarú, *h* magasságú és *l* alkotójú kúp térfogata $\frac{r^2 h\pi}{3}$, palástjának felszíne $rl\pi$.

Haladottabb munkákban a **kúp** általában az a felület, amely egy rögzített *V* ponton, a **csúcson** és egy síkgörbe pontjain keresztülmenő **alkotóknak** nevezett egyenesek pontjaiból áll.





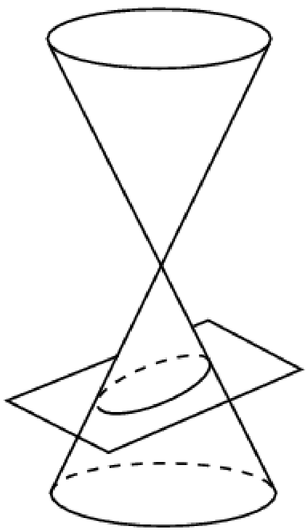
Az **egyenes körkúp** olyan kúp, amelyben a rögzített görbe kör, és a V csúcs olyan egyenesen – a **tengelyen** – fekszik, amely átmegy a kör középpontján, és merőleges a kör síkjára. Minden alkotó ugyanakkora szöget zár be $x^2 + y^2 = z^2 \,\mathrm{tg}^2(\alpha)$ **nyílásszöge**. Az origó csúcsú, z-tengelyű és α nyílásszögű kúp egyenlete . Lásd még másodrendű kúp.

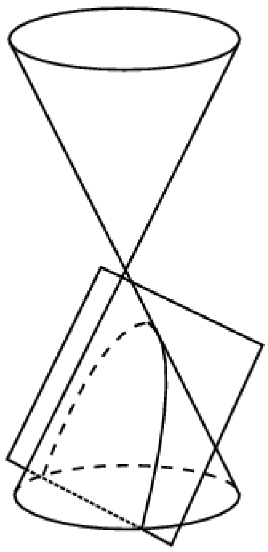
kúpinga

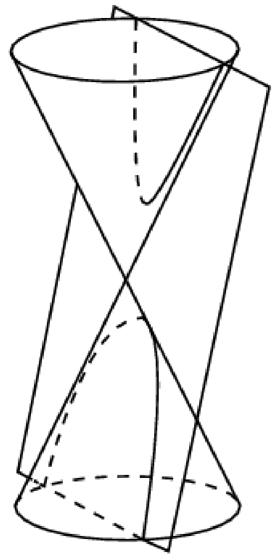
Olyan inga, melynél egy rögzített ponton felfüggesztett, állandó hosszúságú fonál végére kötött részecske körpályán mozog egy vízszintes síkban. Tegyük fel, hogy a fonál hossza l, és állandó α szöget zár be a függőlegessel. A részecske körpályája d távolságban van a fonál felfüggesztési pontjától, tehát $d = l\cos(\alpha)$. Ekkor a kúpinga periódusideje $2\pi\sqrt{\frac{d}{g}}$.

kúpszelet

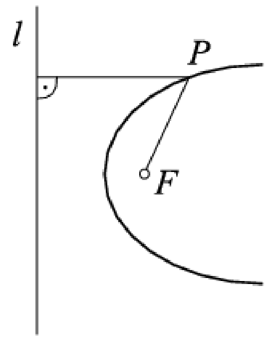
Olyan görbe, amit egy kúp és egy sík metszeteként kapunk. Az ábra mutatja, hogy hogyan kaphatunk így ellipszist, parabolát és hiperbolát.







De a kúpszeletek más módon is jellemezhetők, az egyik ilyen jellemzés a fókusz és a vezéregyenes segítségével adható meg. Legyen *F* rögzített pont (a **fókusz**) és *l* rögzített egyenes (a **vezéregyenes**), mely nem megy át az *F* ponton, továbbá legyen *e* rögzített pozitív szám (az **excentricitás**). Ekkor a sík azon *P* pontjai, amelyekre *P* és *F* távolsága egyenlő a *P* és *l* távolságának *e*-szeresével **kúpszeletet** alkotnak. A kúpszelet ellipszis, ha $e < 1$, parabola, ha $e = 1$ és hiperbola, ha $e > 1$. Megjegyezzük, hogy természetesen a kör is kúpszelet (az ellipszis speciális esete); de fókusszal és vezéregyenessel csak úgy tudjuk megkapni, mint az ellipszis határesetét, amikor $e \to 0$, és a vezéregyenes végtelenül messze eltávolodik.



Derékszögű koordináta-rendszerben a kúpszelet másodfokú görbe, azaz az $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2gy + c = 0$ egyenlettel rendelkezik. Ez az egyenlet parabolát ad meg, ha $h^2 = ab$, ellipszist, ha $h^2 < ab$ és hiperbolát, ha $h^2 > ab$. Kört kapunk, ha $a = b$ és $h = 0$, és derékszögű hiperbolát ha $a + b = 0$. Egyenespár adódik (melyek egybeesők is lehetnek), ha $\Delta = 0$, ahol

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix}.$$

A kúpszelet egyszerű polárkoordinátás egyenletét úgy kapjuk meg, ha a fókuszát az origóba tesszük, és $\vartheta = 0$ a vezéregyenesre merőleges irányt jelenti. Ekkor az egyenlet így írható: $l/r = 1 + e\cos(\vartheta)$ (minden olyan ϑ esetén, amelyre $\cos(\vartheta) \neq -1/e$), ahol *e* az excentritás és *l* egy másik pozitív állandó.

kúp tengelye

Lásd kúp.

Kuratowski tétele

$K_{3,3}$ gráf pontosan akkor síkba rajzolható, ha nincs olyan részgráfja, mely a K_5 ötpontú teljes gráffal vagy a páros gráffal vagy ezek továbbosztásával izomorf.

különböző

Numerikusan nem egyező.

különbség

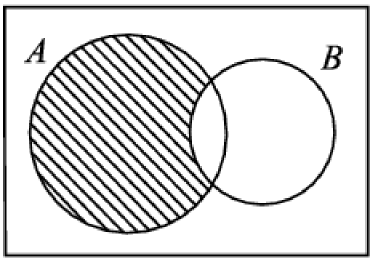
Lásd számtani sorozat.

különbség

Az (a, b) pár esetén a különbség általában az $a - b$ előjeles érték. Az „abszolút különbség” kifejezést akkor használjuk, ha az $|a - b|$ értéket tekintjük. Ha párosított statisztikai próbánál alkalmazzuk, akkor fontos, hogy megtartsuk azt az információt, hogy minden egyes párból melyik volt a nagyobb.

különbséghalmaz

Az *A* és *B* halmaz (az univerzális alaphalmaz részhalmazai) $A \setminus B$ **különbséghalmaza** az a halmaz, amely tartalmazza az *A* halmaz összes olyan elemét, mely nem eleme a *B* halmaznak. (Erre – ritkábban – az $A - B$ jelölés is használatos.) Ezt a halmazt reprezentálja a bevonalkázott rész az alábbi ábrán látható Venn-diagrammon.



különbségihányados-függvény

Az f valós-valós függvény $a \in \mathcal{D}_f$ ponthoz tartozó **különbségihányados-függvénye** a

$$h \to \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad (h \in \mathcal{D}_f \setminus \{a\})$$

függvény. Ennek felhasználásával értelmezzük az f függvény *a* pontbeli deriválhatóságát, és ha deriválható, a deriváltját.

külső

Lásd Jordan-féle görbetétel.

külső erő

Ha egy részecskékből álló rendszert vagy egy merev testet önálló egésznek tekintünk, akkor az erre ható **külső erő** olyan erő, amely kívülről hat a rendszerre, illetve a testre (tehát olyan erő, amellyel nem a rendszer vagy a test egyik része hat egy másik részére). Vesd össze belső erő.

külső osztópont

(szakaszé) Legyen *AB* egy egyenesszakasz. Ekkor *E* pont az *AB* szakasz $\pm\infty$ arányú külső osztópontja, ha $1 : k$, ahol $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AB}$ az *A* pontból a *B* pontba mutató vektor.

Vesd össze belső osztópont.

külső szorzat

Lásd vektoriális szorzat.

külső szög

Lásd lasdpárhuzamos szárú szögek, lasdsokszög külső szöge.

külső szögfelező

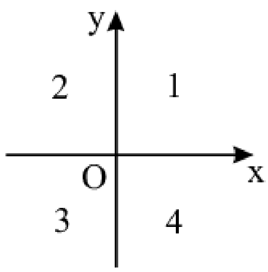
Egy háromszög (vagy más sokszög) külső szögének szögfelezője.

Kürénéi Eratoszthenész

Lásd Eratoszthenész.

kvadráns

A síkbeli Descartes-féle koordináta-rendszerben a tengelyek a síkot négy részre osztják, ezeket **síknegyedeknek** vagy **kvadránsoknak** nevezik. Hagyományosan a következőképpen számozzák őket: Az első síknegyed $\mathbb{Q}$, a második síknegyed $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|x>0,y>0\}$, a harmadik síknegyed $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|x<0,y>0\}$, a negyedik síknegyed $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|x<0,y<0\}$.



A háromdimenziós tér koordinátasíkok által határolt részeit oktánsoknak, az *n*-dimenziós tér megfelelő alakzatait pedig ortánsoknak hívják.

kvadratúra

A **kvadratúra** olyan numerikus módszer, amely alkalmas görbe vonallal határolt síkidom területének (vagyis egy integrálnak) közelítő meghatározására, a területet ilyenkor valamilyen határértékként kapjuk. Használják a kifejezést arra is, ha egy integrált véges sok lépésben elemi függvényekkel fejeznek ki, illetve ennek általánosításaként: ha egy differenciálegyenlet megoldását véges sok lépésben elemi függvényekkel fejezik ki.

kvadrillió

Magyarországon, Nagy Britanniában az egymillió negyedik hatványa: $a=b$, az Egyesült Államokban 10^{24}.

kvantilis

Legyen *X* folytonos valószínűségi változó. A *p*-kvantilis $(\exists x)(x\in\mathbb{R}\wedge x^2=2)$ esetén azt az $0<p<1$ számot jelöli, amelyre x_p. Más szavakkal: a populációnak *p*-ed része rendelkezik $P(X<x_p)=p$-nél kisebb *X* értékkel. Például x_p a (populáció) medián(ja).

Gyakran használják a **pe**$x_{n/100}$**seket** is. Az *n*-edik percentilis az az $x_{0.5}$ érték, amelyre igaz, hogy a populáció *n* százaléka rendelkezik -nél kisebb *X* értékkel. Például a populáció 30%-a kisebb vagy egyenlő, mint a harmincadik percentilis. A 25., 50., 75. percentilisek a kvartilisek.

Egy másik megközelítés szerint a populációt tizedekre osztják, és az *n*-edik **decilis** az az $x_{n/100}$ érték, amelynél a populáció *n* tizede rendelkezik $x_{n/10}$-nél kisebb *X* értékkel. Például a populáció 3 tizede kisebb vagy egyenlő, mint a harmadik decilis.

A kifejezések módosíthatók, habár nem mindig megnyugtató módon, diszkrét valószínűségi változók esetére is, és egy nagy, növekvő sorrendben rendezett mintára is.

kvantor

A „minden …” és a „van olyan …” kifejezéseket **kvantoroknak** nevezzük. Az olyan kifejezések, mint „minden *x* esetén …” és „van olyan *x*, amelyre …” *x*-et tartalmazó mondatok elején állhatnak, és azokból olyat csinálnak, amely igaz vagy hamis. Sokféleképpen lehet magyarul kifejezni azt, hogy „minden *x* esetén …”, de néha hasznos például ebben az alakban szabványosítani a kifejezést. Ezt úgy hívjuk, hogy **univerzális kvantor**, és jelekkel így írjuk: (x_1, x_2, x_3, x_4). Hasonlóan, „van olyan *x*, amelyre …” használható szabványos kifejezésként az összes hasonló értelmű kifejezés helyett, ez az **egzisztenciális kvantor**, ezt jelekkel így írjuk: $\forall x$.

Például a „ha *x* tetszőleges háromnál nagyobb szám, akkor *x* pozitív” és a „van olyan valós *x* szám, amelyre $\exists x$ teljesül” állítás szabványos alakban így fejezhető ki: „minden *x* esetén, ha *x* nagyobb mint három, akkor *x* pozitív” és „van olyan *x*, hogy *x* valós, és $x^2 = 2$”, a matematikai logika jelöléseivel pedig így jelölhetők: $x^2 = 2$ és $(\forall x)(x > 3 \Rightarrow x > 0)$.

kvantummechanika

A fizikának az a területe, amely olyan kis mérettartományba eső részecskék mozgásával foglalkozik, ahol lényeges az anyag diszkrét természete. A XX. század elején elvégzett kísérletek eredményei csak úgy voltak értelmezhetők, ha feltételezték, hogy az impulzus, az energia és más mennyiségek csak meghatározott diszkrét értékeket vehetnek fel, a részecskék pedig hullámokként viselkednek, vagyis kettős természetűek. Lásd még Heisenberg-féle határozatlansági reláció.

kvartilis

Növekvő sorrendbe rendezett numerikus adatok esetén a **kvartilisek** azok az adatokból számolt értékek, amelyek az adatokat négy egyenlő részre osztják. Ha *n* megfigyelésünk van, akkor a $x_{n/10}$ első vagy alsó kvartilis az Q_1-edik a sorban, a $\frac{n+1}{4}$ második kvartilis (ami a medián) az Q_2-edik a sorban, a $\frac{n+1}{2}$ harmadik vagy felső kvartilis pedig az Q_3-edik a sorban. Amikor $\frac{3(n+1)}{4}$ nem egész szám, gyakran az őt közrefogó két érték súlyozott közepét tartják szükségesnek venni, mint a mediánnál. Azonban, hacsak *n* nem túlságosan kicsi, akkor a hozzá legközelebbi egész szám meg fog felelni. Ha például ez a minta: *15,37,43,47,54,55,57,64,76,98*; akkor ezeket vehetjük: $\frac{n+1}{4}$.

Valószínűségi változókra a kvartilisek az alábbi kvantilisek: $Q_1 := 43, Q_2 := 54.5, Q_3 := 64$, azaz másképp ezek a 25., 50. és 75. percentilisek.

kvartilis ingadozás

Lásd interkvartilis félterjedelem.

kvaternió

A komplex számok úgy kaphatók meg, hogy $x_{0.25}$, $x_{0.50}$, $x_{0.75}$ alakú számokat tekintünk, ahol *a* és *b* valós szám, és az összeadást és a szorzást úgy definiáljuk, mint polinomok között, figyelembe véve, hogy $a + bi$. Ezt az elképzelést kiterjesztve Hamilton bevezette a következő fogalmat, elsősorban mechanikai használatra. Legyen egy **kvaternió** az $i^2 = -1$ kifejezés, ahol *a,b,c* és *d* valós szám, definiáljuk az összeadást és a szorzást, mint polinomok között, és vegyük figyelembe, hogy

$a + bi + cj + dk$

Az algebrában megszokott összes tulajdonság teljesül, kivéve a szorzás kommutativitását. Ezt a tényt úgy is kifejezhetjük, hogy a kvaterniók nemkommutatív (úgynevezett ferde) testet alkotnak: minden nullától különböző elemnek van inverze.

kW

A kilowatt rövidítése és jele.

14. L

L

Az 50-es szám római számjeggyel írva.

Laczkovich Miklós

(1948–) Magyar matematikus, bebizonyította Tarski sejtését, amely szerint a síkban kör és négyzet véges sok darabra bontással egymásba átdarabolható, ezzel a kör négyszögesítésének egy megvalósítható változatát megoldotta. Vesd össze Bolyai Farkas.

ládapakolási feladat

Számos feladat modellje lehet a következő feladat. Azonos keresztmetszetű, de különböző hosszúságú rudakból korlátozott magasságú oszlopokat készíthetünk. Hogyan kell elhelyezni őket, hogy a legkevesebb oszlopra legyen szükségünk? A szokásos megoldás az első illeszkedési algoritmus.

Lagrange, Joseph-Louis

(1736–1813) Euler mellett a XVIII. század másik vitathatalanul legnagyobb matematikusa. Torinóban született és ott nevelkedett, de később Párizsban telepedett le. Tudományos tevékenységének lényeges részét Euler utódaként a berlini akadémián végezte. A kor legjelentősebb matematikusaival dolgozott együtt, munkássága a matematika valamennyi területét felöleli. Jól ismert a számelméletben és algebrában elért eredményeiről, de meghatározó módon hozzájárult az elméleti mechanika fejlődéséhez is. 1788-ban jelent meg *Mécanique analitique* (*Analitikus mechanika*) című könyve, mely e területet átfogó módon tárgyalja. Az ő nevéhez alapvető variációszámítási módszer fűződik: a mechanikában is alkalmazható Lagrange-módszer.

Lagrange-féle interpolációs polinom

Tegyük fel, hogy az f függvény esetében az $x_1, x_2, \ldots x_n$ pontokhoz tartozó $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), \ldots, y_n = f(x_n)$ függvényértékek ismertek. A Lagrange-féle interpolációs polinom ekkor $f(x)$-re a következő közelítést adja:

$$f(x) = \frac{y_1(x - x_2)\ldots(x - x_n)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)\ldots(x_1 - x_n)} + \cdots + \frac{y_n(x - x_1)\ldots(x - x_{n-1})}{(x_n - x_1)(x_n - x_2)\ldots(x_n - x_{n-1})}.$$

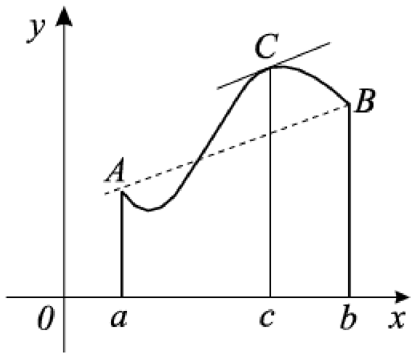
Lagrange-féle középértéktétel

A differenciálszámításban fontos következményekkel járó alábbi tétel neve.

Tétel. Legyen az f függvény folytonos az $[a, b]$ zárt intervallumon és differenciálható (a, b)-n. Ekkor létezik olyan $c \in (a, b)$ szám, melyre

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

A tétel jelentése geometriailag a következő. Ha A az $(a, f(a))$ pont, B pedig a $(b, f(b))$ pont, akkor van olyan C pont az f függvény grafikonján A és B között, hogy a C-beli érintő párhuzamos az AB szakasszal.



E tétel igazolható a Rolle-tétel felhasználásával, mely valójában a Lagrange-féle középértéktétel azon speciális, esete, amikor $f(a) = f(b)$. Mindkét tétel precíz bizonyítása pedig azon a nem elemi állításon alapul, hogy zárt intervallumon értelmezett folytonos függvénynek van legnagyobb és legkisebb értéke. A Lagrange-féle középértéktételből következnek például a következő állítások. Ha *f* rendelkezik a fenti tulajdonságokkal, akkor

1. ha minden *x* esetén $f'(x) = 0$, akkor *f* konstans függvény;

2. ha minden *x* esetén $f'(x) > 0$, akkor *f* szigorúan monoton növő függvény.

Az igen fontos Taylor-tétel is a Lagrange-féle középértéktétel kiterjesztésének tekinthető.

Lagrange-féle multiplikátor

Olyan konstansok neve, amelyek többváltozós függvények feltételes szélsőértékeinek meghatározásánál szerepelnek. Legyen adott az *f* függvény, és tegyük fel, hogy a kényszerfeltételek $g_i = 0$ alakúak. Ekkor (feltéve, hogy 10^3 deriváltvektorai lineárisan függetlenek) *f* -nek az adott feltételek mellett ott lehet szélsőértéke, ahol az $AB = AD$ függvény eredeti változók és a λ_i **multiplikátorok** szerinti parciális deriváltjai zérusok. Ezt a feltételt fölírva kapjuk a stacionárius pontokat meghatározó egyenletrendszert.

Lagrange tétele a négy négyzetszámról

Minden pozitív egész szám felírható pontosan négy nemnegatív négyzetszám összegeként, így például

$$1 = 1^2 + 0^2 + 0^2 + 0^2,$$

$$5 = 2^2 + 1^2 + 0^2 + 0^2,$$

$$15 = 3^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2.$$

Ez a felírás nem feltételenül egyértelmű:

$$10 = 3^2 + 1^2 + 0^2 + 0^2 = 2^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2.$$

Lambert, Johann Heinrich

(1728–1777) Svájci-német matematikus, tudós és filozófus, aki 1761-ben elsőként bizonyította be, hogy a π irracionális szám. ő vezette be a hiperbolikus függvények szokásos jelölését, miközben alaposan tanulmányozta ezt a témakört, és a párhuzamossági axióma bizonyítása is foglalkoztatta.

Lami tétele

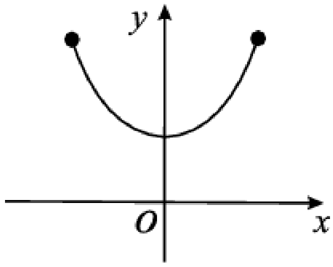
A következő mechanikai tétel, mely Bernard Lamiról (másképpen Lamyról, 1640–1715) kapta nevét:

Tétel. Tegyük fel, hogy egy részecskére három erő hat, amelyek összege zérus. Ekkor mindegyik erő nagysága arányos a másik két erő által bezárt szög szinuszával.

A három erő ebben az esetben koplanáris, és a hozzájuk tartozó erősokszög háromszög. E háromszög oldalhosszai arányosak a három erő hosszával, és a tétel állítása a szinusztétel felhasználásával adódik.

láncgörbe

Az a görbe, amelyet két pont közé felfüggesztett ideális, rugalmas homogén sűrűségű kötél vagy lánc formál. Megfelelő tengelyekkel a görbe az $y(x) := a\,\mathrm{ch}(x/a)$ képlettel definált függvény képe (lásd hiperbolikus függvények).



lánctört

$q_1 + 1/b_2$ alakú kifejezés, ahol $b_2 = q_2 + 1/b_3$, $b_3 = q_3 + 1/b_4$ és így tovább, itt $q_1, q_2, \cdots$ egészek. így is írható:

$$q_1 + \frac{1}{q_2 + 1q_3 + 1q_4 + \cdots},$$

vagy könyebben nyomtatható formában:

$$q_1 + \frac{1}{q_2+}\frac{1}{q_3+}\frac{1}{q_4+\cdots}.$$

Ha a lánctört véges, akkor racionális szám. Bármely pozitív racionális szám lánctörtes alakja megkapható az eukleidészi algoritmussal. Például $1274/871$ esetére az eukleidészi algoritmust elvégezve az következőt kapjuk:

$$1 + \frac{1}{2+}\frac{1}{6+}\frac{1}{5}.$$

Ha a lánctört minden határon túl folytatódik, akkor azt a valós számot reprezentálja, amely a következő sorozat határértéke:

$$q_1, \quad q_1 + \frac{1}{q_2}, \quad q_1 + \frac{1}{q_2 + 1q_3}, \quad q_1 + \frac{1}{q_2 + 1q_3 + 1q_4}, \ldots$$

Például meg lehet mutatni, hogy

$$1 + \frac{1}{1+}\frac{1}{1+}\frac{1}{1+\cdots}$$

az aranymetszéssel egyenlő, és $\sqrt{2}$ lánctörtes alakja

$$1 + \frac{1}{2+}\frac{1}{2+}\frac{1}{2+\cdots}.$$

láncszabály

Differenciálható függvények kompozíciójára vonatkozó tétel: ha $h = f \circ g$, akkor $h' = (f' \circ g)g'$. Például, ha $h(x) = (x^2 + 1)^3$, akkor $h = f \circ g$, ahol $f(x) = x^3$ és $g(x) = x^2 + 1$. $f'(x) = 3x^2$ és $g'(x) = 2x$, így tehát $h'(x) = 3(x^2 + 1)^2 2x = 6x(x^2 + 1)^2$.

lap

Poliédert határoló sokszög.

Laplace, Pierre Simon

(1749–1827) Francia matematikus és csillagász. Művei közül legjelentősebb a bolygók mozgását leíró *Mecanique céleste* (*Égi mechanika*) című ötkötetes munkája és a valószínűségszámításról szóló könyve. ő volt az, aki a Newton-féle gravitációs elméletet az egész Naprendszerre kiterjesztette. Azt a determinisztikus nézetet vallotta, hogy ha egy zárt dinamikai rendszer, mint például az univerzum, kezdeti feltételei ismertek, akkor ezáltal a rendszer jövőbeli viselkedése teljes mértékben meghatározott. (A matematikailag nem műveletlen) Napóleon a neki dedikált példány átvételekor megkérdezte tőle, hogy miért nem említi sehol Istent. „Nem volt szükségem erre a hipotézisre" – válaszolta Laplace. Rövid ideig Napóleon belügyminisztere volt, de a restaurált monarchát is jól viselte.

Laplace-egyenlet

A $\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$ parciális differenciálegyenlet, ahol ∇ a nabla operátor. Használatos a $\Delta := \nabla \cdot \nabla$ jelölés is, ahol Δ a *Laplace-operátort* jelöli. Ez az egyenlet a potenciálelméletben játszik fontos szerepet.

Laplace-transzformáció

Integráltranszformáció, mely az f függvényhez a $g(y) := \int_0^\infty f(x)e^{-xy}\,\mathrm{d}x$ képlettel értelmezett függvényt rendeli. A Laplace-transzformáció különböző típusú, elsősorban lineáris differenciálegyenletek megoldásánál használatos.

lassulás

Tegyük fel, hogy egy részecske egy egyenes vonal mentén mozog. Ha a részecske pozitív irányban mozog, akkor lassul, amikor gyorsulása negatív. Vegyük észre, hogy ez nem igaz, ha a részecske negatív irányban halad. (Lásd gyorsulás.)

latin négyzet

Különböző szimbólumok olyan négyzetes elrendezése, ahol minden sorban és oszlopban minden szimbólum pontosan egyszer szerepel. Az alábbi ábrán két ilyen négyzet látható. A latin négyzetek olyan kísérletek tervezésnél használatosak, amelyek például különböző típusú magvak vagy műtrágyák összehasonlítására vonatkozik.

$$\begin{array}{cccc} A & B & C & D \\ B & A & D & C \\ C & D & A & B \\ D & C & B & A \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} A & B & C & D \\ D & C & B & A \\ C & D & A & B \\ B & A & D & C \end{array}$$

látószög

Az a szög, amely alatt az A és B végpontokkal bíró szakasz vagy ív látszik a P pontból: az APB szög. A körre vonatkozó Thálész-tétel szerint az átmérő a körvonal bármely pontjából derékszög alatt látszik.

latus rectum

A parabola fókuszából a tengelyére bocsájtott egyenesszaksz. Hossza az $y^2 = 4ax$ egyenletű parabola esetén $4a$.

Laurent-sor

Ha a komplex síkon értelmezett f függvény analitikus egy c_0 középpontú körgyűrű z pontjaiban, azaz amelyekre $r_1 \leq |z - c_0| \leq r_2$ teljesül, akkor f **Laurent-sora**

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(z-c_0)^n, \quad \text{ahol} \quad a_n = \frac{1}{2\pi i}\int f(z)(z-c_0)^{n+1}\,\mathrm{d}z,$$

és az integrált azon z számokból álló körvonalon értjük, melyekre $|z - c_0|$ konstans.

Lax Péter

(1926–) Magyar származású amerikai matematikus, alkalmazásokhoz közelálló területekkel, például a parciális differenciálegyenletek elméletével, folyadékok dinamikájával, számítástudománnyal foglalkozik. 1987-ben Wolf-díjban részesült, 2005-ben megkapta az Abel-díjat.

lebegés

Tegyük fel, hogy egy ω körfrekvenciájú szabad rezgésekre képes testre Ω körfrekvenciával oszcilláló külső erő hat. Ha ω közelítőleg egyenlő Ω-val, akkor a mozgás viszonylag lassan változó amplitúdójú rezgések egymásutánjaként jelenik meg. A **lebegés** akkor következik be, amikor az amplitúdó eléri maximumát. Ez az effektus hallható akkor, amikor két közeli frekvenciájú hang egyszerre szólal meg. A lebegés megfigyelésének segítségével hangolhatók a hangszerek.

lebegőpontos ábrázolás

Valós számok ábrázolására használt formátum a számítástechnikában. A számot $a \times 10^n$ alakban adják meg, ahol $0.1 \leq a < 1$ és n egész szám. Az a szám neve **mantissza**, n pedig a **kitevő** vagy – régiesen – **karakterisztika**. így például 634.8 és 0.00234 lebegőpontos alakja 0.6348×10^3, illetve 0.234×10^{-2}. (Az imént leírt 10-es alapúhoz hasonlóan van 2-es és 16-os alapú lebegőpontos ábrázolás is.)

Ezzel szemben a **fixpontos ábrázolásnál** a számok adott hosszúságú számjegysorozattal vannak megadva, amelyben a tizedes pont utáni számjegyek száma is rögzített. Például, ha 8 számjeggyel adjuk meg a számokat úgy, hogy a tizedes pont után négy számjegy következik, akkor a fenti két szám fixpontos alakja 0634.8000 és 0000.0023. Az egész számokat gyakran írják fixpontos alakban; következésképpen számítástechnikai szövegben néhány szerző a „fixpontoson" „egészet" ért.

Lebesgue, Henri-Léon

(1875–1941) Francia matematikus, az integrál elméletének forradalmasítója. Korábbi francia matematikusok mértékelméleti munkáinak felhasználásával kidolgozta a Lebesgue-integrált, amely a modern analízis egyik legfontosabb fogalma. Ez a Riemann-integrál általánosítása, amely csak folytonos függvényekkel és azoktól nem túlságosan különböző függvényekkel tud bánni. A témával kapcsolatos két fontos könyve az 1900-as évek elején jelent meg.

légellenállás

A levegőben mozgó tárgyak mozgásával szembeni ellenállás, melyet a test felszíne körüli légáramlás okoz, olyan erő, amely befolyásolja például az esőcsepp vagy a Föld felszíne felé zuhanó ejtőernyős sebességét. A légellenállás függ mind a tárgy adottságaitól, mind annak sebességétől. A lehetséges matematikai modellekben alkalmazott feltételezések szerint a légellenállás nagysága a sebességgel vagy a sebesség négyzetével arányos.

Legendre, Adrien-Marie

(1752–1833) Lagrange és Laplace mellett a francia forradalom idején élt harmadik neves francia matematikus. A XIX. században igen elismert volt az eukleidészi geometriáról írt tankönyve. Legnagyobbrészt azonban integrálszámítással foglalkozott. Az ő nevéhez fűződik az elliptikus integrálok standard osztályozása. Az úgynevezett Legendre-polinomok, melyek bizonyos típusú differenciálegyenletek megoldásai, a speciális függvények közül a legfontosabbak. Egy teljesen más területen, a számelméletben, Eulerhez hasonlóan megsejtette és részben bebizonyította a kvadratikus reciprocitási tételt.

Legendre-féle differencálegyenlet

Az $(1-x^2)y''(x)-2xy'(x)+n(n-1)y(x)=0$ differenciálegyenlet, ahol *n* természetes szám. Megoldásai a Legendre-polinomok.

Legendre-polinomok

A Legendre-féle differencálegyenlet megoldásainak $b=180=2^2\cdot 3^2\cdot 5$ halmaza, melyek másrészt a $\frac{1}{\sqrt{(1-2xt+t^2)}}$ ktváltozós függvény *t* szerinti sorbafejtésével t^n együtthatójaként adódnak. Felírhatók a **Rodrigues-formula** segítségével is, azaz $P_n(x)=\frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{\mathrm{d}x^n}(x^2-1)^n$.

legfőbb forrás

Ha egy hálózatban két vagy több forrás van, akkor bevezethető egy olyan **legfőbb forrás**, amely az összes forrással összeköttetésben van, és amelynél az áram minden élen át megegyezik a vele összeköttetésben álló forrásból kifelé vezető áramok összegével.

legfőbb nyelő

Ha egy hálózatban két vagy több nyelő van, akkor bevezethető egy olyan **legfőbb nyelő**, amely az összes nyelővel összeköttetésben van, és amelynél az áram minden élen át megegyezik a vele összeköttetésben álló nyelőbe befelé vezető áramok összegével.

legjobb közelítés

Egy metrikus tér valamely részhalmazának az a pontja, (vagy azok a pontjai), amely(ek) egy a halmazon kívül eső ponthoz a legközelebb van(nak).

legjobb torzítatlan becslés

Lásd becslés.

legkisebb érték

Legyen *f* valós függvény, *D* pedig *f* értelmezési tartományának valamely részhalmaza. Ha van olyan $c\in D$, melyre minden $x\in D$ esetén $f(c)\leq f(x)$, akkor a *D* halmazon *f* legkisebb értéke $f(c)$. Előfordulhat azonban, hogy ilyen pont nem létezik, tekintsük például a $(0,1)$ nyílt intervallumon értelmezett $f(x)=-1/x$ vagy $f(x)=x$ függvényt, vagy a $[0,1]$ zárt intervallumon értelmezett $f(x)=[x]-x$ függvényt. Ha egy függvénynek létezik legkisebb értéke, akkor azt egynél több pontban is felveheti.

Weierstrass tétele szerint egy zárt intervallumon értelmezett folytonos függvénynek van legnagyobb és legkisebb értéke. Ha egy függvény folytonos az $[a,b]$ zárt intervallumon és differenciálható (a,b)-n, akkor van legkisebb értéke, amely vagy lokális minimum, vagy az intervallum valamelyik végpontjában felvett függvényérték.

legkisebb felső korlát

Idegen szóval szuprémum, lásd korlát.

legkisebb közös nevező

Számokból vagy kifejezésekből képzett törtek nevezőjének legkisebb közös többszöröse. így $\frac{5}{12}+\frac{3}{8}=\frac{10}{24}+\frac{9}{24}=\frac{19}{24}$ egyszerűbb alakú, mint ha 96 állna a nevezőben.

legkisebb közös többszörös

Az *a* és *b* pozitív egész számok **közös többszöröse** az a pozitív egész szám, mely *a*-nak is és *b*-nek is egész számszorosa. A $[a,b]$s többszörösök közül a legkisebb pozitív egész számot **legkisebb közös többszörösnek** nevezzük, jele . A legkisebb közös többszörösnek megvan az a tulajdonsága, hogy bármely közös többszörösnek osztója. Ha *a* és *b* prímtényez $a = 168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$ or ez a $b = 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ többszörös $[a,b] = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$ ul ha $[a,b] = ab/(a,b)$ és (a,b), akkor . Fennáll az összefüggés is, ahol az *a* és *b* számok legnagyobb közös osztója.

Hasonló módon definiálható az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ pozitív egész számok $[a_1, a_2, \ldots, a_n]$-nel jelölt legkisebb közös többszöröse is. Általában azonban $n > 2$ esetén nem mindig igaz, hogy $[a_1, a_2, \ldots, a_n]$ egyenlő $a_1 a_2 \ldots a_n / (a_1, a_2, \ldots, a_n)$-nel, ahol $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ jelöli e számok legnagyobb közös osztóját.

legkisebb négyzetek

Lásd a legkisebb négyzetek módszere.

legközelebbi pont

Legyen *A* egy metrikus tér részhalmaza, akkor a rajta kívül fekvő *P* pontot **legközelebbi pontnak** nevezzük, ha *P* távolsága az *A* halmaz hozzá legközelebbi pontjától kisebb, mint az összes többi pont távolsága az *A* halmaz hozzá legközelebbi pontjától.

legnagyobb

Egy valós számhalmaz legnagyobb eleme *a*, ha $a > b$ teljesül a halmaz minden $b \neq a$ elemére.

legnagyobb alsó korlát

Lásd infimum.

legnagyobb érték

Lásd maximum.

legnagyobb közös osztó

Az *a* és *b* egész számok **közös osztója** olyan egész, amely mindkét számnak osztója. A közös osztók közül a legnagyobbat **legnagyobb közös osztónak** (**l.n.k.o.**) hívjuk és (a,b)-vel, szükség esetén $\mathrm{lnko}(a,b)$-vel jelöljük. Ezt abban az esetben értelmezzük, ha *a* és *b* közül legalább az egyik nullától különböző. Az *a* és *b* számok legnagyobb közös osztójának megvan az a tulajdonsága, hogy *a* és *b* minden közös osztójával osztható, továbbá alkalmas *s* és *t* egészekkel kifejezhető $sa + tb$ alakban is. Ha *a* és *b* prímtényezős felbontását ismerjük, akkor ennek segítségével a legnagyobb közös osztó könnyen meghatározható, például ha $a = 168 = 2^3 \times 3 \times 7$ és $b = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, akkor $(a,b) = 2^2 \times 3 = 12$. Ezenkívül a legnagyobb közös osztó meghatározható az eukleideszi algoritmus segítségével is, amely arra is alkalmas, hogy az $sa + tb$ alakban szereplő *s* és *t* egészeket megtaláljuk. Hasonlóképpen értelmezhető bármely véges sok $a_1, a_2, \ldots a_n$ egész szám $(a_1, a_2, \ldots a_n)$-nel jelölt legnagyobb közös osztója is (abban az esetben, ha a számok mindannyian nullától különbözőek), és megmutatható, hogy ez alkalmas $s_1, s_2, \ldots s_n$ egészek segítségével felírható $s_1 a_1 + s_2 a_2 + \ldots s_n a_n$ alakban.

légnyomás

A levegőre ható gravitációs erő nyomán keletkező nyomás a légkör valamely pontján. Függ a helytől és az időtől, és barométerrel mérhető. A standard légnyomás tengerszinten vett értékét $101\ 325$ Pascalban állapították meg, definíció szerint ez 1 atmoszféra. A nyomás viszonylag kis mértékben változik helyről helyre, de főképpen ezek a változások okozzák a széljárásokat a Földön. A légnyomás általában csökken a magassággal.

legtávolabbi pont

Legyen *A* egy metrikus tér részhalmaza, akkor a rajta kívül fekvő *P* pontot **legtávolabbi pontnak** nevezzük, ha *P* távolsága az *A* halmaz hozzá legközelebbi pontjától nagyobb, mint az összes többi pont távolsága az *A* halmaz hozzá legközelebbi pontjától.

lehetséges

Képes igaz lenni, nem tartalmaz semmilyen belső ellentmondást. Például, lehetséges megoldani az $x^2+1=0$ egyenletet a komplex számok halmazában, de nem lehetséges megoldani a valósak halmazában. Nem lehetséges, hogy *n* egyszerre páros és páratlan is legyen.

Leibniz, Gottfried Wilhelm

(1646–1716) Német matematikus, filozófus, tudós és író, aki számos témáról írt. Newtonnal együtt az integrálszámítás megalapozója. Newton felfedezése a differenciálszámításról talán tíz évvel is megelőzte Leibnizet, de Leibniz volt az, aki eredményeit elsőként, Newtontól függetlenül 1684-ben publikálta. Nem sokkal ezután megjelentetett egy írást az integrálszámításról, melyben az integrálszámítás alaptétele is megtalálható. A matematika más területein is dolgozott, meghatározó módon hozzájárult a számítástudomány és a szimbolikus logika fejlődéséhez is; ebben csak a XIX. század végén követték.

Leibniz tétele

A következő tétel a szorzatfüggvény *n*-edik deriváltjáról szól.

Tétel. Ha $h=fg$ teljesül az *f* és *g* *n*-szer differenciálható függvényekkel, akkor a *h* függvény *n*-edik deriváltjára fennáll:

$$h^{(n)}=\sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}f^{(r)}g^{(n-r)},$$

ahol $\binom{n}{r}$ a binomiális együtthatók jele.

írjuk fel például $h^{(8)}(x)$-et, ha $h(x)=x^2\sin(x)$. Legyen $f(x):=x^2$ és $g(x):=\sin(x)$. Ekkor $f'(x)=2x$ és $f''(x)=2$; $g^{(8)}(x)=\sin(x)$, $g^{(7)}(x)=-\cos(x)$ és $g^{(6)}(x)=-\sin(x)$. így

$$\begin{aligned}h^{(8)}(x)&=x^2\sin(x)+\binom{8}{1}2x(-\cos(x))+\binom{8}{2}2(-\sin(x))\\&=x^2\sin(x)-16x\cos(x)-56\sin(x).\end{aligned}$$

leíró statisztika

A statisztika tudományának az a része, amely a megfigyelések egy halmazának alapvető statisztikai jellemzőit írja le. Egyszerű numerikus összegzéseket, az átlag, a mintaterjedelem, a szórás fogalmát használja olyan alkalmas diagrammokkal, amilyen a gyakorisági hisztogramm ahhoz, hogy általános benyomást nyújtson az adatokról.

leképezés

Lásd függvény.

lemez

Kétdimenziósnak, azaz vastagság nélkülinek tekintett objektum. A matematikai modellben lemezek reprezentálják például a vékony lapokat és hártyákat.

lemma

Olyan matematikai tétel, melyet elsősorban más tételek bizonyítása során használnak fel.

lendület

Lásd impulzus.

lendületmegmaradás

Lásd impulzusmegmaradás.

lengéscsillapító

Olyan eszköz, mely egy folyadékkal feltöltött hengerből és az abban mozgó dugattyúból áll. Rezgések csillapítására használják.

Leonardo da Vinci

(1452–1519) Olasz származású polihisztor, legismertebb a *Mona Lisa* és az *Utolsó vacsora* című festményeiről. Termékeny építész, feltaláló, természettudós és matematikus volt. Különösen érdekelte a geometria, mechanika, aerodinamika és hidrodinamika.

Leonardo Pisano

Lásd Fibonacci.

lépcsős alak

Egy mátrix lépcsős alakú, ha (i) minden nem csupa nullát tartalmazó sor a csupa nullát tartalmazó sorok fölött van, és (ii) minden nem csupa nullát tartalmazó sor első nullától különböző eleme 1, és jobbra helyezkedik el a felette lévő sor első 1-esétől. Például az alábbi két mátrix lépcsős alakú:

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 6 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Minden mátrix lépcsős alakúra hozható elemi sorműveletekkel a Gauss-féle kiküszöbölési eljárásnak nevezett algoritmussal. Egy lineáris egyenletrendszer megoldásai kereshetőek az egyenletrendszer mátrixának lépcsős alakra hozásával. További elemi sorműveletekkel az egyenletrendszer mátrixa redukált lépcsős alakra hozható. Egy lineáris egyenletrendszer lépcsős alakú, ha az egyenletrendszer mátrixa lépcsős alakú.

lépcsős függvény

Egy valós-valós függvény **lépcsős függvény**, ha értelmezési tartománya olyan részintervallumokra bontható, amelyeken a függvény állandó. Ilyen például az egészrész-függvény: $S(n, 1) = 1$. Az elnevezést gyakran szigorúbb értelemben használják: kikötik, hogy az intervallumok száma véges.

leszámlálás

Lásd permutáció és kombináció.

leszűkítés

(leképezésé). A $g : S_1 \to T_1$ leképezés leszűkítése az $f : S \to T$ leképezésnek, ha $S_1 \subset S, T_1 \subset T$ és $g(s_1) = f(s_1)$ minden S_1-beli s_1-re. így a leszűkítést úgy kaphatjuk, hogy vesszük az értelmezési tartomány vagy a képhalmaz egy részhalmazát, de ezenkívül a leképezést ugyanazzal a szabállyal definiáljuk.

leválasztás

Ha tudjuk, hogy egy feltételes állítás igaz, és igaz az előzmény, akkor a következmény már minden további feltétel nélkül igaz. Például, a „ha *n* osztható kettővel, akkor *n* páros” kijelentésben az előzmény: „*n* osztható kettővel”. Ha $[a]$, ami osztható kettővel, akkor leválaszthatjuk az állítás előzményét – meghagyva az egymagában, korlátozás nélkül megálló az „*n* páros” kijelentést.

levezetés

Az érvelés folyamata a matematikában vagy logikában, melynek során axiómákból, feltevésekből, vagy premisszákból kiindulva meghatározott levezetési szabályokat alkalmazunk. A matematikában ebbe beletartoznak számítások, és olyan tételek alkalmazásai, melyeket nem bizonyítunk a levezetés helyén, de ha szükség lenne rá, külön be tudnánk őket bizonyítani.

lezárt

Az *A* **halmaz lezártja** az a halmaz, amely az *A* halmaz elemeivel együtt tartalmazza az *A* halmaz összes határpontját is. Például, ha az *A* halmaz $\{x|1 < x < 2,\ x \in \mathbb{R}\}$, akkor ennek a lezártjába beletartozik az 1 és a 2 határpont is, az tehát: $\{x|1 \leq x \leq 2,\ x \in \mathbb{R}\}$.

Lie, Marius Sophus

(1842–1899) Norvég matematikus, differenciálegyenletekkel és differenciálgeometriával foglalkozott. Nagy jelentőségű a transzformációcsoportokról szóló háromkötetes munkája. Kleinhez hasonlóan a geometriában alkalmazta a csoportelméletet, míg a differenciálegyenletek tanulmányozására ő maga vetette be – és fejlesztette tovább – ezt az elméletet.

Lighthill, Michael James

(1924–1998) Angol matematikus, tíz esztendeig Paul Dirac és Stephen Hawking között a Cambridge-i Egyetem „Lucas” matematikaprofesszora volt. Legfőbb érdeklődési területe a folyadékok mozgásának tanulmányozása volt. Munkássága fontos szerepet játszott olyan szerteágazó programokban is, mint a Temze gátjának vagy a Concorde repülőgépnek a tervezése, továbbá repülőgépek zajszintjének csökkentése és a biofolyadékdinamika.

likelihoodfüggvény

Valamely sokaságból származó ismeretlen paraméterű minta **likelihoodfüggvénye** az ismeretlen paraméter függvénye; annak valószínűségét adja meg, hogy éppen az adott mintát kapjuk. A **legnagyobb valószínűség elve** (**maximumlikelihood-módszer**) alapján kiválasztható a paraméter azon értéke, amelyre a likelihoodfüggvénynek maximuma van; tehát azt az értéket fogadjuk el a paraméter becslésének, amely mellett az aktuális minta előfordulásának valószínűsége a legnagyobb. Az egyszerűbb számolás kedvéért szokás a likelihoodfüggvény logaritmusával dolgozni. A módszer egynél több ismeretlen paraméter esetére is alkalmazható.

likelihoodhányados-próba

Lásd valószínűséghányados-próba.

limesz inferior

Lásd alsó határérték.

limesz szuperior

Lásd felső határérték.

liminf

A limesz inferior rövidítése.

lim sup

A limesz szuperior rövidítése.

Lindemann, Carl Louis Ferdinand von

(1852–1939) Német matematikus, Königsbergben, majd Münchenben dolgozott. 1882-ben bebizonyította, hogy a π szám transzcendens szám.

lineáris algebra

A matematikának az a területe, amely lineáris egyenletekkel, mátrixokkal, vektorokkal, algebrai struktúrákkal, mint például vektorterekkel és ezek kapcsolatával foglalkozik.

lineárisan független és összefüggő

Azt mondjuk, hogy az $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots \mathbf{u}_r$ vektorok **lineárisan függetlenek**, ha $x_1\mathbf{u}_1 + x_2\mathbf{u}_2 + \cdots + x_r\mathbf{u}_r = \mathbf{0}$ pontosan akkor teljesül, amikor $x_1 = 0, x_2 = 0, \ldots, x_r = 0$. Ellenkező esetben a vektorok **lineárisan összefüggők**. Három dimenzióban bármely négy vagy több vektor lineárisan összefüggő. Három vektor pontosan akkor lineárisan független, ha nincs egy síkban. Két vektor pontosan akkor lineárisan független, ha nem párhuzamos, vagy más szóval, pontosan akkor, ha egyik a másiknak nem számszorosa.

lineáris differenciálegyenlet

Az

$$a_n(x)y^{(n)}(x) + a_{n-1}(x)y^{(n-1)}(x) + \cdots + a_1(x)y'(x) + a_0(x)y(x) = f(x)$$

alakú differenciálegyenlet, ahol $a_0, a_1, \ldots, a_n$ és f közös nyílt intervallumon értelmezett folytonos függvények, továbbá $y', \ldots, y^{(n)}$ az *y* deriváltjai. Lásd még állandó együtthatós lineáris differenciálegyenlet és elsőrendű lineáris differenciálegyenlet.

lineáris differenciálegyenlet-rendszer

Kétváltozós állandó együtthatós **lineáris differenciálegyenlet-rendszernek** nevezzük az $\dot{x}(t) = f(x(t), y(t)) \quad \dot{y}(t) = g(x(t), y(t))$ differenciálegyenlet-rendszert, ha *f* és *g* lineáris függvény. A megoldás egyik lehetséges módja, hogy az egyik egyenletből kifejezzük például *y*-t, majd behelyettesítve a másikba, megoldjuk a kapott másodrendű egyenletet. Tekintsük például az $\dot{x} = x + y \quad (A) \quad \dot{y} = 4x - 2y \quad (B)$ rendszert az $x(0) = 1, y(0) = -4$ kezdeti feltételekkel. Ekkor *A*-ból: $y = \dot{x} - x$, és innen deriválással $\dot{y} = \ddot{x} - \dot{x}$. Mindezeket beírva (B)-be kapjuk, hogy $\ddot{x} - \dot{x} = 4x - 2(\dot{x} - x),$ vagyis egyszerűsítve $\ddot{x} + \dot{x} - 6x = 0.$ Ennek a megoldása $x(t) = Ae^{-3t} + Be^{2t}$, így $y(t) = \dot{x}(t) - x(t) = -4Ae^{-3t} + Be^{2t}$, s a kezdeti feltételekből $A = 1, \quad B = 0$; tehát az eredeti egyenletrendszer megoldása $x(t) = e^{-3t}, \quad y(t) = -4e^{-3t}$.

Több változó esetén a fenti eljárás nehézkessé válik, más módszereket célszerű használni.

lineáris egyenlet

Tekintsük az egy-, két-, illetve háromismeretlenes **lineáris egyenleteket**. Az egy ismeretlent tartalmazó lineáris egyenlet alakja $ax + b = 0$. Ha $a \neq 0$, ennek megoldása $x = -b/a$. A kétismeretlenes lineáris egyenlet általános alakja $ax + by + c = 0$. Ha *a* és *b* nem egyszerre 0, és *x*-et és *y*-t síkbeli derékszögű koordinátáknak tekintjük, akkor az egyenlet **egyenes egyenlete**. A háromismeretlenes lineáris egyenlet általános alakja $ax + by + cz + d = 0$. Ha a, b és *c* nem egyszerre 0, és *x*,*y* és *z* térbeli derékszögű koordináták, akkor az egyenlet sík egyenlete. Lásd még: lineáris egyenletrendszer.

lineáris egyenletrendszer

Egy $m \in \mathbb{N}$ lineáris egyenletből álló $n \in \mathbb{N}$ ismeretlenes **lineáris egyenletrendszer** általános alakja

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2$$
$$\ldots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m,$$

ahol az a_{ij} együtthatók és a b_i állandók adott valós számok és $x_1, x_2, \ldots, x_n$ pedig az ismeretlenek. Egy lineáris egyenletrendszer **homogén**, ha a jobb oldali állandók mindegyike nulla, az ellenkező esetben pedig

inhomogén. Az egyenletrendszert az $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ mátrixos alakban is írhatjuk, ahol $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ az $m \times n$-es együtthatómátrix, ***b*** a jobb oldali állandó vektor és ***x*** az ismeretlenekből képzett vektor:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \vdots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Az $m = n = 2$ speciális esethez hasonlóan az általános esetben is az alábbi három eset lehetséges: az egyenletrendszernek nincs megoldása, pontosan egy megoldása van, vagy végtelen sok megoldása van. Ha ***A*** négyzetes együtthatómátrix, akkor az egyenletrendszernek pontosan akkor van egyetlen megoldása, ha ***A*** invertálható mátrix, és ekkor $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$.

Lineáris egyenletrendszerek megoldhatóságának és a megoldáshalmaz előállításának a problémáját a Gauss-féle kiküszöbölési eljárás segítségével vizsgálhatjuk. Ennek lényege az, hogy az egyenletrendszer kibővített mátrixa (azaz az $[\mathbf{A}|\mathbf{b}]$ mátrix) elemi sorekvivalens átalakításokkal lépcsős alakra hozható. Ebben a nullától különböző sorok száma minden esetben kisebb vagy egyenlő az ismeretlenek számánál, és az alábbi három (egymást kizáró) eset lehetséges:

1. Ha a lépcsős alakban van olyan sor, amelyben az utolsót kivéve mindegyik elem 0 – az ilyen sort **tilos sornak** nevezzük –, akkor az egyenletrendszernek nincs megoldása.

2. Ha a lépcsős alakban nincs tilos sor és a nullától különböző sorok száma megegyezik az ismeretlenek számával, akkor az egyenletrendszernek pontosan egy megoldása van.

3. Ha a lépcsős alakban nincs tilos sor és a nullától különböző sorok száma kisebb az ismeretlenek számánál, akkor az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van.

Az első két esetben – vagyis amikor az egyenletrendszer megoldható – a megoldás(oka)t a lépcsős alakból visszahelyettesítéssel kapjuk meg. A Gauss–Jordan-féle kiküszöböléssel a lépcsős alak helyett a redukált lépcsős alak adódik. Végtelen sok megoldás esetén bizonyos ismeretleneket szabad paraméternek tekintünk, ezek értékeit teszőlegesen megválaszthatjuk, a többi ismeretlen pedig ezekkel egyértelműen kifejezhető.

lineáris függvény

A valós analízisben a **lineáris függvény** olyan *f* függvény, melyre $f(x) = ax + b$ minden $x \in \mathbb{R}$ esetén, és *a* és *b* valós számok, rendszerint $a \neq 0$. A magasabb matematikában lineáris függvénynek a homogén lineáris függvényeket nevezik, tehát a fenti alakú valós-valós függvények közül csak azokat, amelyekre $b = 0$.

lineáris interpoláció

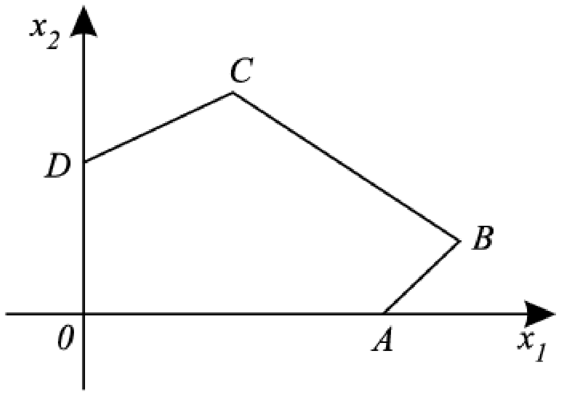
Lásd interpoláció.

lineáris kongruencia

Lásd kongruencia (modulo n).

lineáris programozás

A matematikának az a területe, amely lineáris függvények adott (lineáris) feltételek melletti minimumának vagy maximumának meghatározásával foglalkozik. Alkalmazható például a gazdaságban, várostervezésben, iparban vagy a kereskedelemben. A legegyszerűbb, kétváltozós esetben a feltételek meghatározzák a **megengedett megoldások** halmazát, amely egy síkbeli sokszög. A **célfüggvény**, melynek a szélsőértékeit keressük, a megengedett megoldások halmazának valamely csúcsában (esetenként akár egy egész élen) veszi fel minimumát és maximumát. (Világos, hogy tulajdonképpen a célfüggvény leszűkítésének szélsőértékét keressük, tehát a megengedett megoldások halmaza valójában a vizsgált függvény értelmezési tartománya.) Például keressük $(x_1, x_2) \to 4x_1 - 3x_2$ maximumát az $x_1 - 2x_2 \geq -4$, $2x_1 + 3x_2 \leq 13$, $x_1 - x_2 \leq 4$ és $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ feltételek mellett. Ekkor a megengedett megoldások halmaza az ábrán látható *OABCD* sokszög belseje, és a $(x_1, x_2) \to 4x_1 - 3x_2$ függvény az $(5, 1)$ koordinátájú *B* pontban veszi fel maximumát, amely 17-tel egyenlő.



Az is lehetséges, bár igen ritka, hogy a célfüggvény képe párhuzamos valamelyik feltételel által definiált egyenessel. Ebben az esetben a sokszög oldalának minden olyan pontja, amely megfelel az adott feltételnek, optimális lesz.

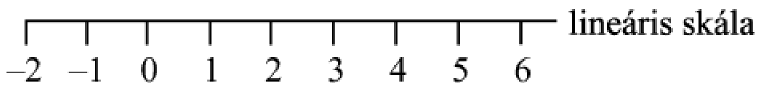
Gyakran egész értékű helyeken keressük a szélsőértéket. Ilyenkor előfordulhat, hogy egy csúcspont nem megengedett; ekkor célravezető lehet, hogy megvizsgáljuk az összes olyan pontot, amelynek koordinátái egészek, és a csúcs közelében van.

lineáris regresszió

Lásd regresszió.

lineáris skála

Olyan skála, melyen az azonos értékkülönbségeknek megfelelő intervallumok egyenlő hosszúak.



lineáris tér

Lásd vektortér.

lineáris transzformáció

Lásd transzformáció (síké).

Liouville, Joseph

(1809–1882) Termékeny és nagy befolyású francia matematikus, alapítója és szerkesztője a ma is létező híres francia matematikai folyóiratnak, amelynek címe: *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées* (*Az elméleti és alkalmazott matematika folyóirata*). A számelméletben, a differenciálegyenletek elméletében, a differenciálgeometriában és a komplex függvénytanban is bizonyított fontos eredményeket. 1844-ben igazolta a transzcendens számok létezését, és végtelen sok ilyen számot konstruált.

Liouville-számok

Olyan *x* irracionális számok, melyeknek megvan az a tulajdonságuk, hogy minden *n* egészre van olyan $\frac{p}{q}$ racionális szám, melyre $\left|x - \frac{p}{q}\right| < \frac{1}{q^n}$. Minden Liouville-szám transzcendens szám.

Lipschitz-feltétel

Az *M* metrikus tért függvény Lipschitz-feltételt, ha létezik olyan *k* konstans, melyre $d(f(x), f(y)) \leq k \cdot d(x, y)$ minden $x, y \in M$ esetén, azaz a függvényértékek távolsága kisebb vagy egyenlő, mint az *x* és *y* pontok távolságának számszorosa.

liter

A térfogat egyik nem-SI mértékegysége, jelölésben *l*. Egy liter egyenlő egy köbdeciméterrel, amely egyenlő ezer köbcentiméterrel. Egy milliliter – jelölésben $1\ \mathrm{ml}$ – a liter ezredrésze, tehát egyenlő egy köbcentiméterrel. Régebbi definíció szerint egy liter a térfogata egy kilogramm négy Celsius-fokos víznek standard légköri nyomás mellett.

Littlewood, John Edensor

(1885–1977) Angol matematikus, a Cambridge-i Egyetemen dolgozott. Legjobban ismerik Godfrey Hardyval közösen végzett együttműködéséről a következő területeken: végtelen sorok szummabilitása, az analitikus számelmélet, valamint a Fourier-sorok és a zeta-függvény elmélete. Hardyval és Pólyával közös könyve, az *Inequalities* (*Egyenlőtlenségek*) alapvető kézikönyvvé vált.

l.k.k.t

Lásd legkisebb közös többszörös.

ln

Az *e* alapú logaritmus szokásos rövidítése.

l.n.k.o.

Lásd legnagyobb közös osztó.

Lobacsevszkij, Nyikolaj Ivanonics

(1792–1856) Orosz matematikus, aki Bolyaitól függetlenül 1829-ben publikálta felfedezését a hiperbolikus geometriáról. Későbbi publikácói is voltak, de csak halála után vált széles körben elismertté.

lóerő

A teljesítmény egyik mértékegysége, mely valaha elterjedt volt Nagy-Britanniában is, Magyarországon is. Egy lóerő egyenlő 745.7 wattal.

log

A logaritmus jele és rövidítése, néha a természetes alapú logaritmusé, vagy a kettes alapúé.

logaritmikus ábrázolás

Logaritmikus ábrázoláshoz korábban kétféle millipéterpapírt használtak. Az egyik az úgynevezett egyszerű (vagy fél-) logaritmuspapír, melynek *x*-tengelye egyenletes beosztású skála, *y*-tengelye pedig logaritmikus skála. Ha ezen olyan adatokat ábrázolunk, melyek az $y = ba^x$ egyenletnek tesznek eleget, azaz exponenciális növekedést mutatnak (*a* és *b* konstans), akkor a pontok képe ebben a koordináta-rendszerben egyenesre illeszkedik. A másik az úgynevezett loglog-papír, ahol a koordináta-rendszer mindkét tengelye logaritmikus beosztású. Ebben az $\frac{d}{\mathrm{d}x}(\ln f(x)) = \frac{f'(x)}{f(x)}.$ egyenletnek (*b*,*m* konstansok) eleget tevő pontok képe egy egyenesen lesz rajta. Bizonyos kísérleti adatok egyik vagy másikfajta koordináta-rendszerben való ábrázolása segíthet abban, hogy az adatok közötti összefüggés jellegét meghatározzuk.

Ma az előre vonalazott papírok használata helyett az ilyen és hasonló ábrákat számítógéppel könnyen elkészíthetjük.

logaritmikus deriválás

Módszer egyenletek megoldására vagy szorzatfüggvények deriválására. Egy szorzat logaritmusát véve tagok összegét kapjuk, ami egyes esetekben könnyebben kezelhető.

logaritmikus derivált

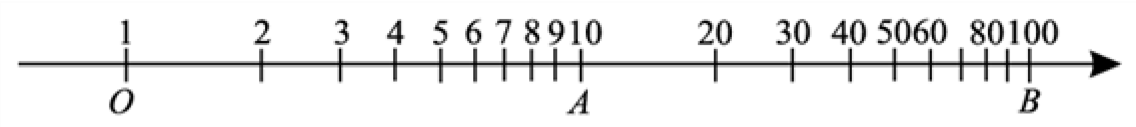
Egy függvény logaritmusának deriváltját jelenti, azaz

$$\frac{d}{\mathrm{d}x}(\ln f(x)) = \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

Lényeges tulajdonsága, hogy nem függ *f* értékeinek mértékegységétől. Közgazdaságtanban szokás **rugalmasságnak** nevezni.

logaritmikus skála

A következő, rendszerint egynél nagyobb számok logaritmusának számegyenesen való ábrázolására szolgáló módszer. Tegyük fel, hogy az egyenesen adott a pozitív irány, és *O* az origó. Feleltessük meg az *x* számnak azt a *P* pontot, amelyre *OP* arányos $\log(x)$-szel, ahol a logaritmus alapja 10. így az 1 számnak az *O* pont felel meg. Ha az *A* pont a 10-et jelenti, a *B* pedig a 100-at, akkor $OB = 2OA$. Két példa logaritmikus skálára a hangerősség ábrázolása decibelben, vagy a földrengések erősségének ábrázolása a Richter-skálán.

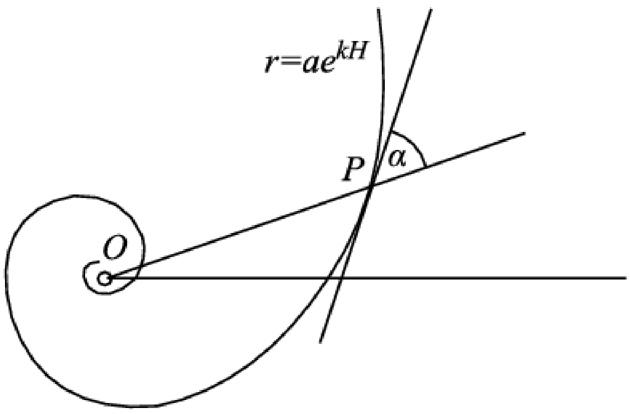


logaritmikus sor

Az $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + (-1)^{n+1}\left(\frac{x^n}{n}\right) + \cdots$ hatványsor neve. $-1 < x \leq 1$ esetén a sor $\ln(1+x)$-hez konvergál.

logaritmikus spirális

Olyan görbe, amelynek polárkoordinátákban adott egyenlete $\Phi^*(u_1, u_2, \ldots, u_n, i_1, i_2, \ldots, i_n) = 0$, ahol $a(>0)$ és *k* állandó. Legyen *O* az origo, és legyen *P* a görbe egy tetszőleges pontja. A görbe neve onnan származik, hogy az *OP* egyenes és a *P* pontbeli érintő által bezárt szög, α állandó. Konkrétan $k = \mathrm{ctg}(\alpha)$. Az egyenlet felírható $\ln(r) = k\vartheta + b$ alakban is; innen ered a görbe **logaritmikus spirális** elnevezése.



logaritmus

Legyen *a* 1-től különböző pozitív szám. Ekkor bármely *x* valós szám esetén definiálható a^x jelentése (lásd az a alapú exponenciális függvény 1. megközelítését). Az *a* **alapú logaritmusfüggvény**, melynek jele $\log_a$, az előbbi függvény inverz függvénye. Azaz $y = \log_a(x)$ pontosan akkor, ha $x = a^y$. így $\log_a(x)$ az a kitevő, melyre *a*-t emelve *x*-et kapunk. Mivel az a^y hatvány pozitív, ezért *x*-nek pozitívnak kell lennie, hogy $\log_a(x)$ értelmezhető legyen, tehát a $\log_a$ függvény értelmezési tartománya a pozitív valós számok halmaza. (Lásd az inverz függvényt az inverz függvény értelmezési tartományának részletesebb magyarázatáért.) $\log_a(x)$ értékét *a* alapú logaritmus *x*-nek hívjuk. Használatos a $\log(x)$ jelölés is akkor, ha a logaritmus alapját ismerjük, speciálisan $a = 2$ és $a = e$ esetén. A következő tulajdonságok teljesülnek minden $x > 0, y > 0, r$ valós szám esetén:

1. $\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$
2. $\log_a(1/x) = -\log_a(x)$
3. $\log_a(x/y) = \log_a(x) - \log_a(y)$
4. $\log_a(x^r) = r\log_a(x)$
5. Áttérés más alapú logaritmusra:

$$\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}.$$

A 10-es alapú logaritmusnál $\log_{10}$ helyett rendszerint lg a szokásosabb. Korábban táblázatokat használtak, melyek a 10-es alapú logaritmus értékeit tartalmazták. Az *e* alapú logaritmust **természetes alapú logaritmusnak** nevezzük, jelölése $\log_e$ helyett ln. Ezzel azonban feltételezzük, hogy az *e* értékét ettől függetlenül már definiáltuk. Ezért célszerű inkább az ln logaritmusfüggvényt más módon definiálni, és abból kiindulva megadni az *e* szám definícióját, majd belátni, hogy ln és $\log_e$ ekvivalens.

logaritmus alapja

Lásd logaritmus.

logaritmusfüggvény

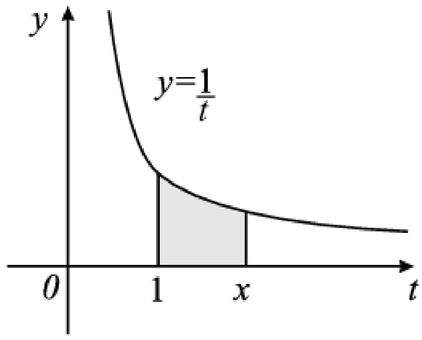
Mindenekelőtt megjegyezzük, hogy az ln logaritmusfüggvényt megkülönböztetjük az *a* alapú logaritmusfüggvénytől (lásd logaritmus), itt az elsőről lesz szó.

Itt két megközelítést mutatunk be.

1. Tegyük fel, hogy az *e* szám értékét a logaritmustól függetlenül már definiáltuk. Ezután definiálható az *x* szám *e* alapú logaritmusa, melynek jele $\log_e(x)$, és ekkor az ln függvényt a $\log_e$-vel azonosíthatjuk. Ezzel a megközelítéssel az a nehézség, hogy az *e* szám egy korábbi definícióján alapul, ami miatt az $\ln$ függvény néhány fontos tulajdonságát nehéz igazolni.

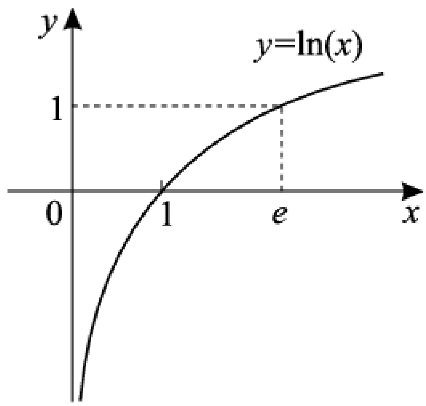
2. A most következő definíció ezért célravezetőbb. Legyen *f* az a függvény, melyre $f(t) = 1/t, t > 0$. Ekkor $x > 0$ esetén a logaritmusfüggvény definíciója

$$\ln(x) := \int_1^x \frac{1}{t}\,\mathrm{d}t.$$



Abban az esetben, amikor $x > 1$, $\ln(x)$ értéke éppen az *f* függvény grafikonja alatti területtel lesz egyenlő az $[1, x]$ intervallumon. Az $\ln$ függvény folytonos és (szigorúan) monoton növekvő; továbbá differenciálható, és a derivált és az integrál közötti alapvető összefüggés miatt deriváltja éppen az *f* függvény. Ezt úgy is írhatjuk, hogy

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\ln(x)) = \frac{1}{x} \quad (x > 0).$$



A definícióból a következő tulajdonságok vezethetők le, ahol x, y, r valós számok, továbbá *x* és *y* pozitív:

a. $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$;

b. $\ln(1/x) = -\ln(x)$;

c. $\ln(x/y) = \ln(x) - \ln(y)$;

d. $\ln(x^r) = r\ln(x)$.

Ezzel a megközelítéssel az $\ln$ függvény inverzeként értelmezhető az $\exp$ exponenciális függvény, és az *e* szám értéke definiálható úgy mint $\exp(1)$. Végül pedig megmutatható, hogy $\ln(x)$ és $\log_e(x)$ azonos.

logaritmuspapír

Lásd logaritmikus ábrázolás.

logarléc

A szorzás és az osztás megkönnyítésére régebben használt mechanikai eszköz. A legegyszerűbb alakjában két léc csúszik egymás mellett, mindkettőn logaritmikus skála található. Az *x* és az *y* szám összeszorzásához az egyik skálán *x*-nél lévő jelet a másik skálán lévő 1 jelhez illesztjük, ekkor az *xy* szorzat az *y* jellel szemben olvasható le. Bonyolultabb logarléceken más beosztások is találhatók voltak, például olyanok, amelyekről a trigonometrikus függvények értékei olvashatók le. Ma a logarlécet teljes egészében kiszorította az elektronikus számológép.

logika

A deduktív következtetések tanulmányozásával foglalkozik, azaz a konklúziókat feltevésekből, úgynevezett premisszákból vezeti le. Különbséget teszünk az érvelés formája (ez tartozik a logikára) és a tartalom között, különösen, ha a az érvelés kiindulópontjául szolgáló feltevések nem általánosan elfogadottak. Hétköznapi értelemben a logika kifejezés általában egy matematikai bizonyítás során felhasznált lényegi következtetési eljárásra haszálatos, így ha két bizonyítás csak a technikai részletekben különbözik egymástól, de szerkezetük lényegében megegyezik, akkor azokat logikailag ekvivalenseknek nevezhetjük.

logikailag ekvivalens

Két olyan összetett állítás, amelynek ugyanazok az összetevői, **logikailag ekvivalens**, ha ugyanaz az igazságtáblázatuk. Ez azt jelenti, hogy az összetevők minden lehetséges igazságértéke mellett az állítások igazságértéke ugyanaz. Például a $(\neg p) \vee q$ állítás igazságtáblázata a következő:

p	q	$\neg p$	$(\neg p) \vee q$
i	i	h	i
i	h	h	h
h	i	i	i
h	h	i	i

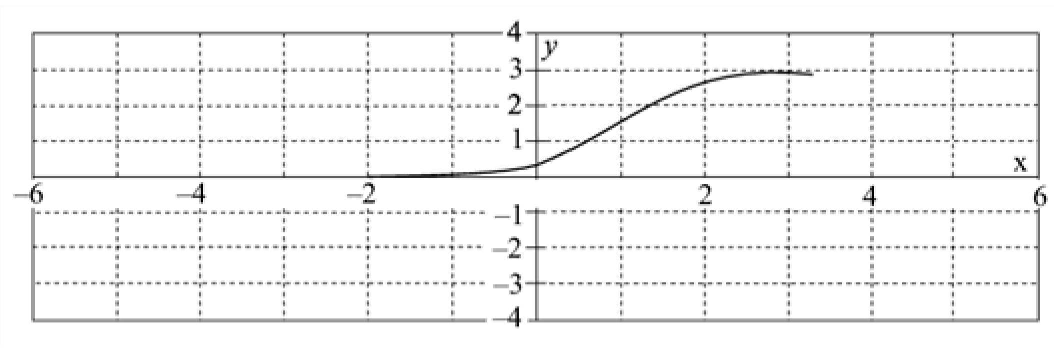
Megjegyzés

(0.1)

Összehasonlítva az utolsó oszlopot a $p \Rightarrow q$ állítás igazságtáblázatával (lásd implikáció), látható, hogy $(\neg p) \vee q$ és $p \Rightarrow q$ logikailag ekvivalensek.

logisztikus függvény

Az $f(x) := \frac{k}{1+e^{a-bx}}$, ($b > 0$, és rendszerint $k > 0$) képlettel értelmezett függvény, illetve ennek grafikonja, a **logisztikus görbe**. Vízszintes aszimptotái $y = 0$ és $y = k$, tengelymetszete $\left(0, \frac{k}{1+e^{a}}\right)$. A függvény jó modellje kényszerfeltételek mellett növekedő populáció mennyiségének.



lognormális eloszlás

Azt mondjuk, hogy a pozitív értékű *X* valószínűségi változó **lognormális eloszlású**, ha az $Y = \ln X$ valószínűségi változó eloszlása normális eloszlás.

lokációs paraméter

A statisztikában a **lokációs paraméterek** olyan számok, amelyek megadják egy minta vagy eloszlás jellemző vagy bizonyos értelemben centrális értékét, jellemzik a minta elhelyezkedését. Leggyakoribb példák lokációs paraméterre az átlag, medián, módusz. Több ok miatt is az átlag a leggyakoribb lokációs paraméter, azonban ha az eloszlás ferde, a medián megfelelőbb lehet. Vö. szóródás.

lokális maximum

Az *f* függvény lokális maximumhelye az értelmezési tartományának olyan *c* pontja, melynek van olyan környezete, ahol *c* kivételével az értelmezési tartomány minden *x* pontjára teljesül az $f(x) < f(c)$ egyenlőtlenség. Ha *f* differenciálható a *c* lokális maximumhelyen, akkor $f'(c) = 0$; azaz, a lokális maximumhely stacionárius pont (egy változóban).

lokális minimum

Az *f* függvény lokális minimumhelye az értelmezési tartományának olyan *c* pontja, melynek van olyan környezete, ahol *c* kivételével az értelmezési tartomány minden *x* pontjára teljesül az $f(x) > f(c)$ egyenlőtlenség. Ha *f* differenciálható a *c* lokális minimumhelyen, akkor $f'(c) = 0$; azaz, a lokális minimumhely stacionárius pont (egy változóban).

longitudinális hullám

A hullámmozgás egyik formája, melyben a hullámot közvetítő közeg részecskéi a hullám terjedési irányával párhuzamos egyenesek mentén rezegnek. Longitudinális hullámok például a hanghullámok.

longitudinális vizsgálat

Olyan kísérlet, amely egy adott időtartamon keresztül ugyanazon egyedek tulajdonságainak változásával foglalkozik. Ha különböző csoportokat vizsgálnak egyidejűleg, különböző időszakokban, akkor nehéz a megfigyelt különbségeket bármelyik tényezőnek tulajdonítani, ezért longitudinális vizsgálatokat terveznek az egyéni különbségek kiküszöbölésére, hasonlóan ahhoz, ahogyan azt a párosított mintán alapuló próbák esetén teszik. Az ilyen vizsgálatok kiterjedt elvégzése azonban nagyon költséges, és mind a kutatótól, mind a résztvevőtől hosszú távú elkötelezettséget kíván.

Lorentz, Hendrik Antoon

(1853–1928) Holland elméleti fizikus, akit az elektron matematikai elméletével kapcsolatos munkásságáért 1902-ben Nobel-díjjal tüntettek ki tanítványával, Pieter Zeemannal együtt, aki kísérletileg igazolta a matematikai eredményeket. A Lorentz–Fitzgerald-kontrakcióról és a Lorentz-transzformációról is ismert.

Lorentz-transzformáció

Azok az egyenletek, melyek összekapcsolják két, egymáshoz képest mozgó vonatkoztatási rendszer tér- és időkoordinátáit. Tegyük fel, hogy a *K* és a K' vonatkoztatási rendszerben felvett koordináta-rendszer megfelelő tengelyei azonos irányba mutatnak, a két koordináta-rendszer origója az időmérés kezdőpillanatában egybeesik, a K' koordináta-rendszer ***v*** sebességgel mozog a *K* koordináta-rendszerhez képest, és ***v*** párhuzamos a *K* koordináta-rendszer *x*-tengelyével! Ekkor a két koordináta-rendszer tér- és időkoordinátái közötti kapcsolatot a következő egyenletek írják le:

$$x' = \beta(x - vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \beta(t - \frac{vx}{c^2}),$$

ahol $\beta = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$. Ezek az egyenletek kifejezik azt a gondolatot, mely szerint az idő nem független a megfigyelőtől, és hogy a téridőt nagy sebességű mozgások esetén négydimenziós struktúraként kell kezelni.

Lorentz–Fitzgerald-kontrakció

Olyan megfigyelő számára, akihez képest egy test nagy sebességgel mozog, a test rövidebbként jelenik meg (precízebben: a testnek a mozgási iránnyal párhuzamos kiterjedése kisebbként jelenik meg), mint egy olyan megfigyelő számára, akihez képest a test nyugalomban van. A két kiterjedés aránya $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, ahol *v* a test sebessége az első megfigyelőhöz képest, *c* pedig a fénysebesség. Ez az arány csak a fénysebességet megközelítő sebességek esetén tér el jelentősen egytől, ezért a jelenség csak nagyon nagy sebesség vagy nagyon pontos mérés esetén figyelhető meg. A jelenséget húsz évvel azelőtt fedezték fel, hogy Einstein speciális relativitáselmélete magyarázatot adott volna rá.

Lorenz-attraktor

A **Lorenz-attraktor** az egyik legnevezetesebb fraktál, amely egy paraméteres differenciálegyenlet-rendszer megoldásából származik. Az egyenletek egy alulról melegített edényben lévő folyadék áramlását írják le, amit Lorenz az időjárás viselkedésének modellezéséhez használt. Mindez a káoszelmélet új – második – korszakához vezetett: az elsőnek Poincaré korai vizsgálatai tekinthetők. A Lorenz által felállított egyenletek a következők:

$$\dot{x} = \alpha(y - x),$$
$$\dot{y} = x(\beta - z) - y,$$
$$\dot{z} = xy - yz.$$

Lovász László

(1948–) Magyar matematikus, kombinatorikai tevékenységéért 1999-ben Wolf-díjat kapott. Számítástudománnyal, lineáris programozással, geometriával, sztochasztikus folyamatokkal is foglalkozik. 2007-től fogva a Nemzetközi Matematikai Unió elnöke.

lövedék

Lövedéknek nevezhető a Föld felszínének közelében mozgó test, ha csupán a gravitációs erő és az esetleges légellenállás hat rá. A szokásos matematikai modellben a testet egy részecske, a Föld felszínét pedig egy vízszintes sík képviseli.

Ha nincs légellenállás, akkor a lövedék pályája parabola, amelynek tengelypontja az a legmagasabban fekvő pont, ahová a lövedék eljut. Tegyük fel, hogy a lövedék a talaj síkjából indult el! Vegyünk fel egy koordináta-rendszert a lövedék pályasíkjában! Az origó legyen az elhajítási pontban, az *x*-tengely legyen vízszintes, az *y*-tengely pedig mutasson függőlegesen felfelé! A mozgásegyenlet $m\ddot{\mathbf{r}} = -mg\mathbf{j}$. A kezdeti feltételek: $\mathbf{r}(0) = \mathbf{0}$ és $\dot{\mathbf{r}}(0) = (v_0\cos(\vartheta))\mathbf{i} + (v_0\sin(\vartheta))\mathbf{j}$, ahol v_0 a lövedék kezdősebessége, ϑ pedig a hajítási szög. Ebből $t \geq 0$ esetén $x(t) = v_0\cos(\vartheta)t$, illetve $y(t) = v_0\sin(\vartheta)t - \frac{1}{2}gt^2$ adódik. Ha $T = \frac{2v_0\sin(\vartheta)}{g}$, akkor $y(T) = 0$ és $x(T) = \frac{{v_0}^2}{g}\sin(2\vartheta)$. Tehát a lövedék hatótávolsága $\frac{{v_0}^2}{g}\sin(2\vartheta)$, repülési ideje pedig $\frac{2v_0\sin(\vartheta)}{g}$. A pálya legmagasabb pontjára a részecske a repülés félidejénél, a $\frac{T}{2} = \frac{v_0\sin(\vartheta)}{g}$ pillanatban jut el. Adott kezdősebesség esetén akkor maximális a hatótávolság, ha $\vartheta = \frac{\pi}{4}$. Hasonlóan vizsgálható egy olyan lövedék mozgása, amelyet a vízszintes sík felett adott magasságban indítottak el, vagy amely egy lejtő mentén mozog.

A talajszintről v_0 kezdősebességgel függőlegesen felfelé eldobott test esetén $y(t) = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$. A repülési idő $\frac{2v_0}{g}$, a test által elért legnagyobb magasság $\frac{v^2}{2g}$.

Bonyolultabb modellt, valamint sík helyett gömböt kell használni, ha egy interkontinentális rakétához hasonló hosszú hatótávolságú lövedék mozgását akarjuk megvizsgálni. Ebben az esetben figyelembe kell venni a Föld forgását, például a Coriolis-erő alkalmazásával.

Lucas, François Edouard Anatole

(1842–1891) Francia matematikus, számelméleti munksságáról ismert, de ő terjesztette el a Hanoi-torony elnevezésű játékot is. Lásd még Lucas-számok.

Lucas-számok

A $2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, \ldots$ sorozat, melynek képzési szabálya megegyezik a Fibonacci-sorozat képzési szabályával, azaz minden szám az őt megelőző két szám összege, csak itt a kiindulási értékek mások.

l’Hospital, Guillaume François Antoine

(1660–1704) Francia matematikus, az idegennyelvű szakirodalomban előfordul a l’Hôpital névváltozat is. 1696-ban kiadta az első differenciálszámítással foglalkozó tankönyvet. Ez és egy későbbi, analitikus geometriáról szóló könyve a XVIII. század nagy részében mérvadónak számított. Az első könyv tartalmazza a l’Hospital-szabályt, melyet Johann Bernoullinak, tanárának tulajdonítanak, aki állítólag beleegyezett abba, hogy anyagi támogatás fejében az eredményeit ismerteti l’Hospital márkival.

l’Hospital-szabály

Bizonyos típusú „$\frac{0}{0}$ alakú” vagy „$\frac{\infty}{\infty}$ alakú” határértékek meghatározására szolgáló módszer. Egyik alakja a következő:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Tétel. Tegyük fel, hogy $f(x) \to 0$ és $g(x) \to 0$, ha $x \to a$, a egy környezetében , végül pedig hogy létezik a $\lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ hatáérték. Ekkor létezik a $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ határérték is, és

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Például

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{1}{2}(1+x)^{-1/2}}{1} = \frac{1}{2}.$$

A tétel akkor is igaz, ha $x \to a$ esetén $f(x) \to +\infty$és $g(x) \to +\infty$. Továbbá: $x \to a$ helyettesíthető az $x \to +\infty$ vagy $x \to -\infty$ feltétellel is.

l’Hôpital

Lásd l’Hospital.

l’Hôspital, l’Hôspital-szabály

Lásd a H betűnél.

15. M

M

Az 1000-es szám római számjeggyel írva.

m

A milli- előtag rövidítése, ami egy egység ezredrészét jelenti, például mm.

m

A méter rövidítése és jelölése.

m

A milli- előtag rövidítése, amely SI mértékegységek előtagjaként a 10^{-3}-nal való szorzást jelöli (például mm).

Maclaurin, Colin

(1698–1746) Skót matematikus, a Newton utáni generáció kiemelkedő alakja. Továbbfejlesztette és általánosította az analízist. E témában írt tankönyve fontos eredményeket tartalmaz. Szerepel benne a Maclaurin-sor is, amely a jóval korábbról származó Taylor-sor egy speciális esete. Maclaurin a geometriában is ért el jelentős eredményeket, és népszerű tankönyvet írt az algebráról.

Maclaurin-sor

Legyen *f* valós függvény, és tegyük fel, hogy minden $r = 1, 2, \ldots$ esetén létezik az $f^{(r)}$ derivált függvény olyan intervallumon, amely tartalmazza a 0-t. Ekkor felírhatjuk a következő hatványsort:

$$f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \ldots,$$

amely az *f* függvény **Maclaurin-sora**. Sok fontos függvény esetén belátható, hogy a Maclaurin-sor konvergens vagy minden *x*, vagy meghatározott *x* értékek esetén, és hogy ezekre az értékekre a sor összege $f(x)$. Ilyenkor azt mondjuk, hogy az *f* függvényt a Maclaurin-sora előállítja. Néhány gyakori függvény Maclaurin-sorát és azon *x*-ek halmazát, melyekre a fenti összefüggés fennáll, a 4. Függelék (*Sorok táblázata*) tartalmazza. A sor konvergenciájának vizsgálatánál ismert példa az $f(0) := 0$, $f(x) := e^{-1/x^2}$ $(x \neq 0)$ képlettel definiált függvény. Megmutatható, hogy a deriváltfüggvény minden *r* esetén létezik, és $f^{(r)}(0) = 0$. Következésképpen e függvény Maclaurin-sora konvergens, és összege minden *x* esetén 0. Ebből látható, hogy ha az *f* függvény Maclaurin-sora konvergens, az összege az *x* pontban nem szükségképpen egyenlő $f(x)$-szel. Lásd még Taylor-tétel.

magasabb rendű derivált

Ha az *f* függvény differenciálható egy intervallumon, akkor értelmezhető a derivált függvénye, f'. Ha f' is differenciálható, akkor ennek deriváltfüggvénye, melyet f''-vel jelölünk, *f* **második deriváltfüggénye**. Ennek *x*-beli értéke, azaz $f''(x)$ vagy $\mathrm{d}^2 f/\,\mathrm{d}x^2$ az *f* függvénynek az *x* helyhez tartozó **második deriváltja**.

Hasonlóan, ha f'' is differenciálható, akkor képezhető $f'''(x)$ vagy $\mathrm{d}^3 f/\,\mathrm{d}x^3$, *f* harmadik deriváltja az *x* helyen, és így tovább. Az *f* függvény *x*-beli **n-edik deriváltját** $f^{(n)}(x)$ vagy $\mathrm{d}^n f/\,\mathrm{d}x^n$ jelöli. $n \geq 2$ esetén az *n*-edik deriváltakat **magasabb rendű deriváltnak** hívjuk. Más jelölésekkel, ha a függvény $t \to x(t)$, akkor a $\mathrm{d}x/\,\mathrm{d}t$ első deriváltat $\dot{x}(t)$, a $\mathrm{d}^2 x/\,\mathrm{d}t^2$ második deriváltat $\ddot{x}(t)$ is jelölheti.

magasabb rendű parciális derivált

Ha adott az *n* változós *f* függvény, melynek változói $\mathrm{d}^2 f/\,\mathrm{d}x^2$ akkor a $\partial f/\partial x_i$ parciális deriváltak, ahol $f'''(x)$, úgy is tekinthetők mint $x_1, x_2, \ldots, x_n$ függvényei. így képezhetők a

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right) \quad \text{és} \quad \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right) \quad (\text{ha} j \neq i)$$

másodrendű parciális deriváltak, melyek szokásos jelölése

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \quad \text{és} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i}.$$

Abban az esetben, amikor $j \neq i$,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i} \quad \text{és} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i}$$

definíció szerint különbözőek, de a leggyakrabban előforduló függvényeknél ezek megegyeznek. (A könyv keretei nem engedik meg, hogy az egyenlőség feltételeire itt kitérjünk.) Hasonlóképpen értelmezhetők a harmadrendű parciális deriváltak is, mint például

$$\frac{\partial^3 f}{\partial x_1^3}, \quad \frac{\partial^3 f}{\partial x_1 \partial x_2^2}, \quad \frac{\partial^3 f}{\partial x_1 \partial x_2 \partial x_3}, \quad \frac{\partial^3 f}{\partial x_2 \partial x_3 \partial x_1},$$

továbbá a negyedrendűek is, és így tovább. $n \geq 2$ esetén az *n*-edrendű parciális deriváltakat **magasabbrendű parciális deriváltaknak** hívjuk.

Ha az *f* függvény két változó, *x* és *y* függvénye, és a parciális deriváltakat f_x és f_y jelöli, akkor rendre $f_{xx}, f_{xy}, f_{yx}, f_{yy}$ felel meg a

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

parciális deriváltaknak, ahol $f_{xy} = (f_y)_x$ és $f_{yx} = (f_x)_y$. E jelöléseket harmadrendű (és magasabbrendű) parciális deriváltakra, valamint többváltozós függvényekre is kiterjeszthetjük. A kétváltozós *f* függvény parciális deriváltjait szokás még f_1-gyel és f_2-vel is jelölni, ekkor a másodrendű parciális deriváltak jelölése f_{11}, f_{12}, f_{21} és f_{22}. Ez a jelölés harmadrendű (és magasabbrendű) parciális deriváltaknál, valamint többváltozós függvényeknél is használható.

magasság

Lásd egyenlőszárú háromszög alapja.

magasságpont

Az a pont, ahol a háromszög magasságvonalai metszik egymást. Ez a pont a háromszög Euler-egyenesén fekszik.

magasságvonal

A háromszög egyik csúcsán átmenő, a csúccsal szemközti oldalra merőleges egyenes. A háromszög három magasságvonala a magasságpontban metszi egymást.

magyarázó változó

Olyan változó, amely valamely statisztikai modelleben befolyásolhatja a függő változó értékét.

majdnem biztosan

Lásd majdnem mindenütt egy valószínűségi mérték szerint.

majdnem minden

(majdnem mindenütt, m.m.) Minden értékre fennáll, kivéve esetleg egy nullmértékű halmazt. A legmeglepőbb példa nulla mértékű halmazra a racionális számok halmaza. Legyen $bx - a = 0$; ekkor amennyiben $f(x) = a$, ha $x \in \mathbb{R}$ racionális, és $f(x) = b$, ha $x \in \mathbb{R}$ irracionális és $\forall x \in \mathbb{R}\ g(x) = b$, akkor *f* és *g* majdnem mindenütt megegyezik.

Mandelbrot, Benoit

(1924–) Lengyel matematikus, aki a fraktálok alkalmazására a matematikában és a természetben is rengeteg példát mutatott, és aki a számítógépes grafika segítségével népszerűsítette a gyönyörű fraktálképeket.

Mandelbrot-halmaz

$f(z) := z^2 + c$ pontok halmaza, amelyek mellett az $z_{n+1} = f(z_n)$ $z_0 = 0$ sorozat – ahol – korlátos. Ez a halmaz rendkívül bonyolult alakzat, határa fraktál. Úgy is definiálható, mint azon *c* pontok halmaza, melyekre a fenti függvény Julia-halmaza összefüggő halmaz. A Mandelbrot-halmazt gyakran használják geometriai fraktálok illusztrációjaként.

Mann–Whitney-féle U próba

Lásd Mann-Whitney-próba.

Mann–Whitney-próba

Nemparaméteres próba (lásd nemparaméteres eljárás), melyben a nullhipotézis az, hogy két független, *n* és *m* elemű minta ugyanabból a sokaságból származik. A megfigyeléseket egyesítjük, és megállapítjuk az egyesített rendezett mintában elfoglalt helyüket, ez lesz a rangjuk. Ha a nullhipotézis igaz, akkor az *n* elemű mintában a rangszámok összegének várható értéke $n(n+m+1)/2$, szórásnégyzete pedig $nm(n+m+1)/12$ lesz. Még *n* és *m* viszonylag kis értékei esetén is közel standard normális eloszlású a leírt statisztika. A próbát szokás még Wilcoxon-féle rangpróbának is nevezni.

mantissza

Lásd lebegőpontos ábrázolás.

maradék

Lásd maradékos osztás tétele és Taylor-tétel.

maradékos osztás tétele

Az elemi számelmélet következő tétele:

Tétel. Legyen *a* és *b* egész szám, $b > 0$. Akkor létezik egyértelműen olyan *q* és *r* egész szám, hogy $a = bq + r$, ahol $0 \leq r < b$. A *b* szám *a*-val való osztásakor *q* a **hányados** és *r* a **maradék**.

maradékosztály (modulo n)

A kongruencia (modulo n) ekvivalenciarelációra vonatkozó ekvivalenciaosztály. Tehát két egész ugyannabban az osztályban van, ha *n*-nel osztva ugyanazt a maradékot adják. Ha $[a]$ jelöli az *a*-t tartalmazó maradékosztályt modulo *n*, akkor a maradékosztályok modulo *n* a $[0], [1], [2], \ldots, [n-1]$ lesznek. Maradékosztályok összege és szorzata az

$$[a] + [b] := [a+b], \quad [a][b] := [ab]$$

módon definiálható. Természetesen meg kell mutatni, hogy a definíciók nem függnek attól, hogy mely két *a* és *b* reprezentánst választottuk a két osztályból. Ezzel az összeadással és szorzással a $\mathbb{Z}_n$-nel jelölt modulo *n* maradékosztályok halmaza gyűrűt alkot (valójában kommutatív egységelemes gyűrűt). Ha *n* összetett szám, a $\mathbb{Z}_n$ gyűrűnek vannak nullosztói, de ha *p* prím, akkor $\mathbb{Z}_p$ test.

maradéktétel

A polinomokra vonatkozó következő eredmény:

Tétel. Ha az $f(x)$ polinomot $x - h$-val osztjuk, akkor a maradék $f(h)$-val egyenlő.

A bizonyítás a következő: Osszuk el az $f(x)$ polinomot $x - h$-val, megkapjuk a $q(x)$ hányadost, és az $r(x)$ maradékot. Ez azt jelenti, hogy $f(x) = (x-h)q(x) + r(x)$. Ha *x* helyére *h*-t írunk, akkor $r(h) = f(h)$-t kapunk, így a tételt bebizonyítottuk.

maradék variáció

Az a variáció, amelyre egy adathalmazhoz illesztett modell nem ad magyarázatot.

Markov, Andrej Andrejevics

(1856–1922) Orosz matematikus, aki elsősorban 1900 után fontos eredményeket bizonyított a valószínűségszámításban, bevezette a Markov-lánc fogalmát és elsők között kezdte tanulmányozni a sztochasztikus folyamatokat.

Markov-lánc

Tekintsük a diszkrét állapotterű $X_1, X_2, X_3, \ldots$ sztochasztikus folyamatot. Ez **Markov-lánc**, ha annak a valószínűsége, hogy X_{n+1} felvesz egy adott értéket, csak X_n értékétől függ, $X_1, X_2, \ldots, X_{n-1}$ értékétől nem. (A Markov-tulajdonság definícióját kiterjeszthetjük folytonos állapotterű sztochasztikus folyamatra vagy még általánosabb $\{X(t), t \in T\}$ folyamatra is, ilyenkor **Markov-folyamatról** beszélünk.) A leggyakrabban tanulmányozott Markov-láncokban annak a valószínűsége, hogy $X_{n+1} = j$ feltéve, hogy $X_n = i$, nem függ *n*-től, ezért jelölhetjük így: p_{ij}. A p_{ij} **átmenetvalószínűségek** abban az esetben, amikor *N* állapot van, a $[p_{ij}]$ $N \times N$-es sztochasztikus mátrixot alkotják.

martingál

Valószínűségi változók olyan X_i sorozata, ahol az $(n+1)$-edik változó várható értéke azon feltétel mellett, hogy az első *n* változó értéke ismert, éppen az X_n értékével egyenlő. Példa martingálra az a véletlen bolyongás, ahol a balra-, illetve a jobbralépés valószínűsége egyaránt 0.5 (vagyis a **szimmetrikus véletlen bolyongás**).

másodfajú hiba

A hipotézisvizsgálat során **másodfajú hiba** lép fel, ha a nullhipotézist nem vetjük el annak ellenére, hogy hamis. A (ϑ-tól függő) $1 - P$(másodfajú hiba $|\vartheta)$ számot a próba erejének nevezzük. Ideális esetben a próba ereje 1, minden, az ellenhipotézisben szereplő ϑ esetén. Az erő segítségével a különféle próbák összehasonlíthatók. Például, az párosított mintán alapuló próbák – ha adott esetben egyáltalán készíthető ilyen – ereje általában nagyobb, mint a megfelelő kétmintás próbáké, mert a változékonyság egy fő forrását itt kiküszöböljük.

másodfajú Stirling-szám

Annak $S(n, r)$ száma, ahányféleképpen *n* elemet *r* számú nem üres részhalmazra lehet felbontani. Például az $\{1, 2, 3, 4\}$ halmaz két nem üres részhalmazra a következőképpen bontható fel:

$$\{1,2,3\} \cup \{4\} \;\; \{1,2,4\} \cup \{3\} \;\; \{1,3,4\} \cup \{2\} \;\; \{2,3,4\} \cup \{1\}$$
$$\{1,2\} \cup \{3,4\} \;\; \{1,3\} \cup \{2,4\} \;\; \{1,4\} \cup \{2,3\}.$$

Tehát $S(4,2) = 7$. Nyilván $S(n,1) = 1$ és $S(n,n) = 1$. Megmutatható, hogy

$$S(n+1, r) = S(n, r-1) + rS(n, r).$$

A binomiális együtthatókhoz nagyon hasonlóan a Stirling-számok is bizonyos azonosságokban fordulnak elő együtthatókként. Nevüket James Stirling skót matematikusról (1692–1770) kapták.

másodfokú egyenlet

Az *x* ismeretlenre nézve **másodfokú egyenletnek** nevezzük az $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x > 0, y < 0\}$ alakú egyenletet, ahol *a*,*b*,*c* adott valós számok, $ax^2 + bx + c = 0$. Teljes négyzetté kiegészítéssel vagy az

$$a \neq 0$$

megoldóképlettel – amely szintén teljes négyzetté kiegészítéssel vezethető le – lehet megoldani. Ha $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, akkor két különböző valós gyök van, ha $b^2 - 4ac > 0$, akkor egyetlen valós gyök van (amit célszerű lehet kétszeres vagy két egybeeső gyöknek tekinteni), ha pedig $b^2 - 4ac = 0$, akkor nincs valós gyök, van viszont két komplex gyök:

$$b^2 - 4ac < 0$$

Ha $x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm i\frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$. és α az β egyenlet gyökei, akkor

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Tehát az adott $\alpha + \beta = -b/a \quad \alpha\beta = c/a$. és α gyökökkel bíró másodfokú egyenlet: β.

másodfokú függvény

A valós analízisben az f függvényt **másodfokú függvénynek** nevezik, ha $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$ minden $f(x) = ax^2 + bx + c$ esetén, ahol *a,b,c* adott valós számok, $x \in \mathbb{R}$. (Bizonyos helyzetekben megengedhető $a \neq 0$ is.) Ennek a függvénynek a grafikonja olyan parabola, amelynek tengelye párhuzamos a második tengellyel, és fölfelé áll, ha $a = 0$, ha pedig $a > 0$, akkor lefelé áll. A grafikon ott metszi az első tengelyt, ahol $a < 0$, ezeket a pontokat (ha vannak ilyenek) tehát ennek a másodfokú egyenletnek a gyökei adják, ha ezek valósak. A csúcs helye vagy teljes négyzetté kiegészítéssel határozható meg, vagy úgy, hogy deriválással meghatározzuk a függvény stacionárius pontját. Ha a grafikon az első tengelyt két pontban metszi, akkor a csúcs abszcisszája a két metszéspont abszcisszájának számtani közepe. Ilyen módon a másodfokú függvényre vonatkozó információ kinyerhető, a grafikon fölvázolható.

másodfokú polinom

Polinom, amelynek a fokszáma kettő.

második derivált

Lásd magasabb rendű derivált.

másodperc

Az SI egységrendszerben az időmérés alapegysége, rövidítve s. Régebbi definíció szerint egy másodperc egyenlő a középnap – lényegében a Nap két delelése között átlagosan eltelő időtartam – egy $86\ 400$-adrészével. Ma a cézium 133-as izotópja által kibocsátott egyik sugárzás periódusidejének segítségével definiálják.

másodrendű feltétel

Lásd szélsőérték.

másodrendű felület

A háromdimenziós tér részhalmaza, amely a Descartes-féle koordináta-rendszerben olyan egyenlettel adható meg, amelynek jobb oldalán a három koordináta másodfokú polinomja áll, bal oldalán pedig nulla:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ahol az *a,b,c,f,g,h* állandók közül nem mindegyik nulla. Ha az egyenletet kielégítő $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0,$ pontok halmaza nem üres, akkor eltolással és a tengelyek elforgatásával az alábbi **kanonikus alakok** egyikére hozható, azaz az ilyen felületek az alábbi módon osztályozhatók:

1. Ellipszoid: $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

2. Egyköpenyű hiperboloid: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

3. Kétköpenyű hiperboloid: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$.

4. Elliptikus paraboloid: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$.

5. Hiperbolikus paraboloid: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{2z}{c}$.

6. Kúp: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\frac{2z}{c}$.

7. Elliptikus henger: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{z^2}{c^2}$.

8. Hiperbolikus henger: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

9. Parabolikus henger: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.

10. Két, egymással nem párhuzamos sík: $\frac{x^2}{a^2}=\frac{2y}{b}$, (azaz $\frac{x^2}{a^2}=\frac{y^2}{b^2}$.)

11. Két, egymással párhuzamos sík: $y=\pm\frac{b}{a}x$, (azaz $\frac{x^2}{a^2}=1$.)

12. Sík: $x=\pm a$, (azaz $\frac{x^2}{a^2}=0$.)

13. Egyenes: $x=0$, (azaz $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=0$.)

14. Pont: $x=y=0$, (azaz $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0$.)

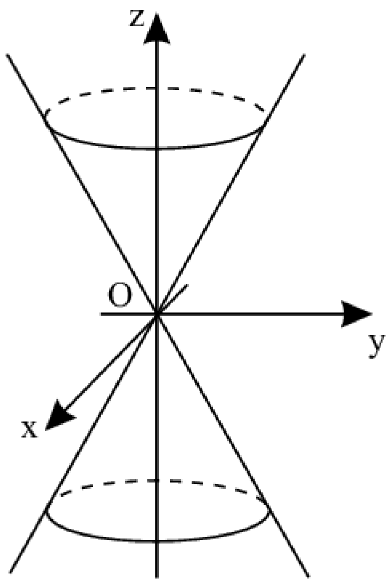
Az első öt esetben a másodrendű felület nem elfajult.

másodrendű kúp

Olyan másodrendű felület, amelynek egyenlete alkalmas koordináta-rendszerben

$x=y=z=0$

Az *xy*-síkkal párhuzamos metszetei ellipszisek (ha $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{z^2}{c^2}$., körök), a harmadik koordinátatengellyel párhuzamos metszetei hiperbolák, az alkotóval párhuzamos metszetei parabolák, ezért ezeknek a metszeteknek a közös neve kúpszelet.



másodrendű parciális derivált

Lásd magasabb rendű parciális derivált.

matematika

Az emberi tudásszerzésnak az a területe, amely számokkal, mennyiségekkel, adatokkal, alakzatokkal és ezek kapcsolatával, valamint általánosításával és absztrakciójával foglalkozik, és ezeket a mindennapi élet problémáinak megoldása során alkalmazza. Nagyon általánosan fogalmazva az elméleti matematika absztrakt mennyiségek közti viszonyokat tanulmányoz jóldefiniált szabályok szerint; az alkalmazott matematika pedig a matematikai eszközöket a valóságos világban felmerülő problémák megoldásánál használja fel. Inkább az elméleti matematikához tartozik az algebra, absztrakt algebra, analízis, geometria, számelmélet, topológia és trigonometria. Több köze van az alkalmazásokhoz a valószínűségszámításnak, a statisztikának, a differenciálegyenleteknek, a sztochasztikus folyamatoknak, az operációkutatásnak, és a kombinatorika egyes fejezeteinek. Egyes országokban a(z alkalmazott) matematika részének tekintik a mechanikát, a kvantummechanikát és relativitáselméletet.

matematika alapjai

A matematika logikai alapjainak tanulmányozása, speciálisan azok a kísérletek, amelyek olyan axiomatikus alapot akartak létrehozni, amire a matematika felépíthető. Eukleidész geometriája, az *Elemek* egyike a legjobban ismert példáknak, és a XX. század elején Russell és Whitehead kísérletezett a matematikát egységesítő axiómarendszer létrehozásával, de – elsősorban – Gödel tevékenységéből kiderült, hogy a feladat eredeti formájában nem oldható meg.

matematikai inga

A matematikai modellekben a **matematikai inga** egy elhanyagolható tömegű, állandó *l* hosszúságú fonálból és a végéhez erősített *m* tömegű részecskéből áll. A fonál másik végét egy rögzített ponthoz erősítették, és az inga nehezékét reprezentáló részecske egy meghatározott függőleges síkban mozoghat, amely átmegy a felfüggesztési ponton. A részecske mindig *l* távolságban van a felfüggesztési ponttól. A részecskére lefelé mutató, *mg* nagyságú gravitációs erő és a fonál húzóereje hat (*g* jelöli a nehézségi gyorsulást). Jelölje $\vartheta(t)$ a fonálnak a függőlegessel a *t* pillanatban bezárt szögét! Megmutatható, hogy a mozgásegyenlet $\ddot{\vartheta} + \frac{g}{l}\sin(\vartheta) = 0$ alakú. Ha $\vartheta(t)$ minden pillanatban sokkal kisebb $\frac{\pi}{2}$-nél, akkor $\sin(\vartheta(t))$ minden *t* pillanatban körülbelül egyenlő $\vartheta(t)$-vel. Ebben az esetben az előbbi egyenlet helyett a $\ddot{\vartheta} + \frac{g}{l}\vartheta = 0$ egyenlet írható fel, ahol $\omega^2 = \frac{g}{l}$. Ilyenkor tehát az inga közelítőleg egyszerű harmonikus rezgőmozgást végez, melynek periódusideje $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

matematikai modell

A mindennapi életben a **valóságos világ** különböző problémáival találkozhatunk, melyek lehetnek például fizikai, gazdasági vagy mérnöki jellegűek, és amelyek megoldásában a matematika felhasználása segítségünkre lehet. De ahhoz, hogy a matematikát alkalmazzuk, gyakran egy absztrakt matematikai problémát kell megfogalmaznunk, melyet az eredeti probléma **matematikai modelljének** nevezünk, és amely közelítőleg leírja a való életből vett problémát. Egy ilyen modell felállításához gyakran egyszerűsítésekre és feltevésekre van szükség. A matematikai probléma ezek után vizsgálható, esetleg megoldható. Az eredmények interpretálása a valóságos világ fogalmaival megfelelő választ adhat az eredeti problémára.

matematikai programcsomag

Az univerzális **matematikai programcsomagok** képesek egyenleteket szimbolikusan megoldani, bonyolult kifejezéseket egyszerűsíteni, segítséget nyújtani az az analízis, a kombinatorika, az algebra, tulajdonképpen a matematika majdnem minden területén. Ilyen programok ma már esetenként kézi számológépeken is működnek. Ma a legismertebb]matematikai programcsomag a **Mathematica**, a **Maple**, jelentősen korlátozottabb képességekkel a **Matlab**, s í. t.

Mathieu-egyenlet

Másodrendű differenciálegyenlet, melynek általános alakja $y''(x)+(a+b\cos(2x))y(x)=0$. Rezgések vizsgálatánál fordul elő. Az egyenlet általános megoldása $Ae^{kx}\Phi(x)+Be^{-kx}\Phi(-x)$, ahol *k* konstans, Φ pedig 2π szerint periodikus **Mathieu-függvény**.

mátrix

Valamely halmaz elemeinek táblázatos elrendezése. Az elemek gyakran számok, például egészek, valós vagy komplex számok, de lehetnek polinomok és más kifejezések is. Egy $m\times n$-es mátrix, melynek *m* sora és *n* oszploa van, a következő alakban adható meg:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

(A szögletes zárójel helyett kerek zárójel is használható.) A fenti mátrix általánosan $[a_{ij}]$ alakban is jelölhető, ahol a_{ij} az *i*-edik sorban és *j*-edik oszlopban álló elem. Lásd még mátrixok összeadása, mátrixok szorzása és mátrix inverze.

mátrix ellentettje

Az $m\times n$-es $\mathbf{A}=[a_{ij}]$ mátrix **ellentettje** (vagy **negatívja**) az az $m\times n$-es $\mathbf{C}=[c_{ij}]$ mátrix, amelynek elemei $c_{ij}=-a_{ij}$. Ezt $-\mathbf{A}$ jelöli.

mátrix hatványa

Ha ***A*** négyzetes mátrix, akkor definiáljuk az $\mathbf{AA},\mathbf{AAA},\mathbf{AAAA},\dots$ mátrixokat. *A* ezen **hatványait** $\mathbf{A}^2,\mathbf{A}^3,\mathbf{A}^4,\dots$ jelöli. Minden pozitív *p* és *q* egészre,

1. $\mathbf{A}^p\mathbf{A}^q=\mathbf{A}^{p+q}=\mathbf{A}^q\mathbf{A}^p$, és
2. $(\mathbf{A}^p)^q=\mathbf{A}^{pq}$.
3. Definíció szerint $\mathbf{A}^0=\mathbf{I}$.

Sőt, ha ***A*** invertálható $(\mathbf{A}^{-1})^p = (\mathbf{A}^p)^{-1}$ $\mathbf{I}$ is invertálható, $\mathbf{A}^{-p}$ és megmutatható, hogy $(\mathbf{A}^{-1})^p$ $\mathbf{A}^p$ az $(\mathbf{A}^p)^{-1}$ mátrix inverze, vagyis . Tehát mindkettő . így, ha ***A*** invertálható, -t definiáljuk minden egészre (pozitív, nulla és negatív egész számokra) és az 1. és 2. tulajdonságok érvényesek *minden p* és *q* egész számra.

mátrix inverze

Az ***A*** négyzetes mátrix **inverze** az az ***X*** mátrix, melyre $\mathbf{AX} = \mathbf{XA} = \mathbf{I}$, ahol ***I*** az ***A***-val azonos méretű egységmátrix. (Csak négyzetes mátrix inverzét definiáljuk.) Ha egy mátrixnak létezik inverze, akkor az egyértelmű, és ekkor azt mondjuk, hogy ***A* invertálható mátrix**. Egy mátrix pontosan akkor invertálható, ha nemszinguláris mátrix.

Ha $\det(\mathbf{A}) \neq 0$, akkor az ***A*** mátrix inverze (a, b) ahol $\mathrm{adj}(\mathbf{A})$ az ***A*** mátrix adjungáltja. Például az alábbi 2×2-es ***A*** mátrix pontosan akkor invertálható, ha $ad - bc \neq 0$, és inverze

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}.$$

mátrixjáték

Olyan játék, ahol a mátrix elemei megadják, hogy mi történik annak a stratégiának megfelelően, amit a két játékos vagy ellenfél választ. Megegyezés szerint az $[a_{ij}]$ mátrix megadja, hogy mennyit kap az egyik játékos, *S*: ha *S* az *i*-edik sort választja, a másik játékos, *O* pedig a *j*-edik oszlopot, akkor *O* az *S* játékosnak a_{ij} egységet fizet. (Ha a_{ij} negatív, akkor *S* fizeti *O*-nak a $-a_{ij}$ összeget.) Ez a **zéróösszegű játék** egy példája, mert a két játékos által kapott teljes összeg nulla: *S* a_{ij} egységet kap, *O* pedig $-a_{ij}$ egységet.

Ha a játék szigorúan meghatározott játék, és *S* és *O* konzervatív stratégiával játszik, akkor *O* mindig fizet *S*-nek egy bizonyos összeget, amit a **játék értékének** nevezünk. Ha a játék nem szigorúan meghatározott, akkor a a játékelmélet alaptétele szerint a játék értéke a kifizetés várható értéke (azaz az átlagos kifizetés, ha a játékot sokszor egymás után játsszák), ha *S* és *O* optimális kevert stratégiát használ.

mátrixjáték várható értéke

Tegyük fel, hogy adott egy mátrixjáték az $p \oplus q$-es $m \times n$ mátrixával, és a két játékos kevert stratégiája, $[a_{ij}]$ és $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$. A **mátrixjáték** $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ **várható értéke**:

$E(\mathbf{x}, \mathbf{y})$

$$E(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_i a_{ij} y_j.$$

Ha , továbbá ***x*** és ***y*** oszlopvektorok, akkor $\mathbf{A} = [a_{ij}]$. A mátrixjáték várható értéke megadja az átlagos kifizetést, ha a játékot egymás után sokszor lejátsszák, és a két játékos végig a fönti két kevert stratégiát alkalmazza.

mátrixnorma

Ha ***A*** valós vagy komplex elemű négyzetes mátrix, akkor az $|\mathbf{A}|$ mátrixnorma olyan nemnegatív szám, melynek megvannak a következő tulajdonságai:

1. $|\mathbf{A}| > 0$, ha $\mathbf{A} \neq 0$ és $|\mathbf{A}| = 0$, ha $\mathbf{A} = 0$;

2. $|k\mathbf{A}| = k|\mathbf{A}|$ minden pozitív *k*-ra;

3. $|\mathbf{A} + \mathbf{B}| \leq |\mathbf{A}| + |\mathbf{B}|$;

4. $|\mathbf{AB}| \leq |\mathbf{A}| + |\mathbf{B}|$.

Ha $\mathbf{A} = [a_{ij}]$, akkor mátrixnorma például $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|$ és $\left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^2\right)^{1/2}$.

mátrixok egyenlősége

Az $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ és $\mathbf{B} = [b_{ij}]$ mátrix pontosan akkor egyenlő, ha ugyanannyi soruk és ugynannyi oszlopuk van, továbbá $a_{ij} = b_{ij}$ minden *i,j* esetén.

mátrixok kivonása

Az azonos típusú (ugyanannyi sorral és oszloppal bíró) ***A*** és ***B*** mátrix esetén a **kivonás** műveletét úgy értelmezzük, mint az ellentett hozzáadását, vagyis definíció szerint $\mathbf{A} - \mathbf{B} := \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$. Ha tehát $\mathbf{A} = (a_{ij}), \mathbf{B} = (b_{ij})$, akkor $\mathbf{A} - \mathbf{B} := \mathbf{C}$, ahol $\mathbf{C} = (c_{ij}), c_{ij} := b_{ij} - a_{ij}$.

mátrixok összeadása

Legyen $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ és $\mathbf{B} = [b_{ij}]$ $m \times n$-es mátrix. Az összeadás műveletét úgy értelmezzük, hogy az $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ összeget olyan ***C*** mátrixnak vesszük, amelyre $\mathbf{C} = [c_{ij}]$, és $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$. Az $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ összeg nincs értelmezve, ha ***A*** és ***B*** nem azonos típusú (nem konformábilis). Az $m \times n$-es mátrixok halmazán így értelmezett $+$ művelet kommutatív és asszociatív.

mátrixok szorzása

Tegyük fel, hogy az ***A*** és ***B*** mátrixok konformábilisak a szorzásra nézve, azaz, ha az ***A*** mátrix $m \times n$-es, akkor a ***B*** mátrix $n \times p$-s. Legyen $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ és $\mathbf{B} = [b_{ij}]$. Ekkor ezek $\mathbf{AB}$ **szorzata** az az $m \times p$-s $\mathbf{C} = [c_{ij}]$ mátrix, melyre

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{r=1}^{n} a_{ir}b_{rj}.$$

Az $\mathbf{AB}$ szorzatot nem definiáljuk, ha ***A*** és ***B*** nem konformábilis, azaz ***A*** oszlopainak száma nem egyenlő ***B*** sorainak számával. A mátrixszorzás nem kommutatív; például ha

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

akkor $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$. Továbbá, az sem igaz, hogy $\mathbf{AB} = \mathbf{0}$ esetén $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ vagy $\mathbf{A} = \mathbf{0}$, mint azt a fenti példa is mutatja. Azonban, a mátrixszorzás asszociatív: $\mathbf{A}(\mathbf{BC}) = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$, és disztributív: $\mathbf{A}(\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}$ és $(\mathbf{A} + \mathbf{B})\mathbf{C} = \mathbf{AC} + \mathbf{BC}$. A fönti egyenlőségekről azt is mondhatjuk, hogy amennyiben $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ és ***C*** olyan mátrixok, amelyekkel valamelyik oldal létezik, akkor létezik a másik oldal is, és a két oldal egyenlő.

mátrixok szorzata

Lásd mátrixok szorzása.

mátrix rangja

Az ***A*** $m \times n$-es mátrix **oszloprangja** az oszlopok legnagyobb elemszámú lineárisan független halmazának elemszáma; ***A*** **sorrang**ja pedig a sorok legnagyobb elemszámú lineárisan független halmazának elemszáma. Megmutatható, hogy elemi sorműveletek nem változtatják meg a mátrix sor- vagy oszloprangját. Következésképpen, ***A*** sor- és oszloprangja egyenlő, mindkettő egyenlő a sorok számával a mátrix redukált lépcsős alakjában. Ez a közös érték ***A*** rangja. Az is megmutatható, hogy ***A*** rangja egyenlő a legnagyobb olyan négyzetes almátrix sorainak és oszlopainak számával, amelynek determinánsa nem nulla. Egy $n \times n$-es mátrix pontosan akkor invertálható, ha a rangja *n*.

mátrix skalárszorosa

Legyen $\mathbf{C} = [c_{ij}]$ típusú mátrix, a $c_{ij} = k a_{ij}$ és *k* egy skalár. A $k\mathbf{A}$ skalárszoros egy olyan $m \times n$ típusú mátrix, amelyre . A skalárral való szorzás a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

1. $(h+k)\mathbf{A} = h\mathbf{A} + k\mathbf{A}$.
2. $k(\mathbf{A}+\mathbf{B}) = k\mathbf{A} + k\mathbf{B}$.
3. $h(k\mathbf{A}) = (hk)\mathbf{A}$.
4. $0\mathbf{A} = \mathbf{0}$, a nulla mátrix.
5. $1\mathbf{A} = \mathbf{A}$.
6. $(-1)\mathbf{A} = -\mathbf{A}$, az ***A*** mátrix ellentettje.

Maupertuis, Pierre-Louis Moreau de

(1698–1759) Francia matematikus és természettudós, aki elsőként fogalmazta meg az úgynevezett legkisebb hatás elvét. Támogatta és Franciaországban népszerűsítette Newton gravitációs elméletét. Expedíciót vezetett Lappföldre, melynek célja az egy szélességi fok eltérésnek megfelelő távolság lemérése volt. A mérés megerősítette, hogy a Föld **lapított szferoid** alakú.

maximális folyam/minimális vágás

Az összfolyam tetszőleges hálózatban kisebb vagy egyenlő, mint bármelyik vágás kapacitása, a maximális folyam pedig pontosan megegyezik a minimális vágás kapacitásával.

maximális párosítás

Lásd párosítás.

maximin stratégia

Lásd konzervatív stratégia.

maximum

Legyen *f* valós függvény, *D* pedig része *f* értelmezési tartományának: $D \subset \mathcal{D}f$. Ha van olyan $c \in D$ pont, melyre $f(c) \geq f(x)$ teljesül minden $x \in D$ esetén, akkor $f(c)$-t az *f* függvény *D* halmazon felvett **(abszolút vagy globális) maximumának** nevezzük. Ilyen pont nem mindig létezik: tekintsük például az $f(x) = 1/x$ vagy az $f(x) = x$ függvényt a $(0, 1)$ nyílt intervallumon, vagy az $f(x) = x - [x]$ képlettel definiált törtrészfüggvényt a $[0, 1]$ zárt intervallumon. Ha egy függvénynek létezik legnagyobb értéke egy *D* halmazon, akkor ezt az értéket a függvény több pontban is felveheti. Weierstrass tétele szerint egy zárt intervallumon értelmezett folytonos függvénynek van maximuma és minimuma. Ha egy függvény folytonos az $[a, b]$ zárt intervallumon és differenciálható (a, b)-n, akkor a maximuma vagy lokális maximum, vagy az intervallum egyik végpontjában felvett függvényérték. Lásd még legnagyobb érték, lokális maximum.

maximumlikelihood-módszer

Lásd likelihoodfüggvény.

Maxwell, James Clerk

(1831–1879) Kiemelkedő brit elméleti fizikus. Az alkalmazott matematikában nagy jelentőségűek a Maxwell-egyenletek néven ismert differenciálegyenletek, melyek az elektromágneses térelmélet alapját alkotják.

Maxwell-egyenletek

Az elektromos és mágneses mezők változását leíró differenciálegyenlet-rendszer:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \varrho \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.$$

Itt ***B*** jelöli a mágneses indukciót, ***D*** az elektromos eltolást, ***E*** az elektromos térerősséget, ***H*** a mágneses térerősséget, ***j*** a töltésáram-sűrűséget, ϱ a szabad töltéssűrűséget, *t* pedig az időt.

mechanika

A fizikának (egyes hagyományok szerint a matematikának) az a területe, amely erőhatásoknak kitett nyugvó és mozgó rendszerek viselkedésével foglalkozik. A klasszikus vagy newtoni mechanika eredményei olyan rendszerekre alkalmazhatók, melyekben érvényesek a newtoni mozgástörvények. Tehát a klasszikus mechanikával nem tárgyalható eredményesen sem a mikrorészecskék viselkedése, sem azok a rendszerek, melyeknek egyes részei egymáshoz képes nagyon nagy sebességgel mozognak (az előbbi rendszerek a kvantummechanika, az utóbbiak a relativitáselmélet segítségével írhatók le).

mechanikus

Olyan számolási vagy bizonyítási eljárás, amely nem igényel interpretációt, vagy kritikus döntéseket. Például a másodfokú egyenlet megoldása a megoldóképlet felhasználásával. Az ilyen eljárások általában könnyen programozhatók.

A **verifikálás** elnevezést is szokás használni akkor, amikor egy állítástmechanikusan, különösebb ötlet felhasználása nélkül bizonyítunk.

medián

Tegyük fel, hogy egy megfigyelés értékeit nagyság szerint növekvő sorrendbe rendeztük, azaz a mintából **rendezett mintát** képezünk. Ekkor a **minta mediánja** a középső megfigyelt érték, ha páratlan elemszámú a minta, illetve a két középső elem átlaga, ha a minta páros elemszámú. Azaz, *n* megfigyelés esetén a medián az $\frac{1}{2}(n+1)$-edik mintaelem, ha *n* páratlan, ha pedig *n* páros, akkor a medián az $\frac{1}{2}n$-edik és az $(\frac{1}{2}n+1)$-edik elem átlaga.

Például jövedelmek jellemzésére a medián alkalmasabb, mint a mintaátlag.

Ha egy folytonos eloszlású valószínűségi változó sűrűségfüggvénye *f* , akkor a **medián** az az *m* szám, melyre

$$\int_{-\infty}^{m} f(x)\,\mathrm{d}x = 0.5.$$

Tehát a medián az a szám, amely az eloszlást két egyenlő részre osztja.

meg

Összeadás. Azaz $3+5$ a 3 és az 5 szám összeadását jelenti, de rendszerint „3 meg 5”-nek mondjuk.

mega-

SI mértékegységek előtagjaként a 10^6-nal való szorzást jelöli.

megbízhatóság

Egy minta átlagának szórásnégyzete. Például az $\overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ statisztika megbízhatósága $\frac{\sigma^2}{n}$, ahol $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X)$, tehát amint a mintaméret növekszik, az $\overline{X}_n$ becslés javul, abban az értelemben, hogy a változékonyság csökken.

megbízhatósági intervallum

A **konfidenciaintervallum** vagy **megbízhatósági intervallum** olyan, a mintából számított intervallum, amely a populáció valamely paraméterének értékét adott valószínűséggel tartalmazza. Az intervallum végpontjai a **konfidenciahatárok**. Az adott valószínűséget **konfidenciaszintnek** hívjuk. Egy tetszőleges, de széles körben használt konfidenciaszint a 95%, ami azt jelenti, hogy egy a húszhoz az esélye annak, hogy az intervallum nem tartalmazza a helyes paramétert. Például, ha egy ismert σ szórású normális eloszlással rendelkező populáció *n* megfigyeléséből vett minta átlaga $\overline{x}$, akkor

$$\left[\overline{x}-\frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+\frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

egy (szimmetrikus) 95$-os konfidencia intervallum a populáció μ várhatóértékére.

megengedett

Ha egy feltételes optimalizálási feladatnak a feltételei egyszerre kielégíthetőek, akkor a feladatot **megengedettnek** hívjuk.

megengedett megoldás nélküli probléma

Olyan feltételes optimalizálási probléma, amelynél a feltételek egyszerre nem elégíthetők ki.

megengedett tartomány

Lásd lineáris programozás.

megengedő diszjunkció

Ha *p* és *q* állítások, akkor a „*p* vagy *q*” állítás, melynek jele $p \vee q$, a *p* és *q* **diszjunkciója**. Például ha a *p* állítás az, hogy „esik az eső”, a *q* pedig az, hogy „hétfő van”, akkor a $p \vee q$ azt jelenti, hogy „esik az eső vagy hétfő van”. Vegyük észre, hogy $p \vee q$ jelentése „*p* vagy *q* vagy mindkettő”. Ez a diszjunkció akkor igaz, ha *p* és *q* közül *legalább az egyik* igaz. Igazságtáblázata a következő: következő:

p	q	$p \vee q$
i	i	i
i	h	i
h	i	i
h	h	h

Néha úgy is említik, hogy „megengedő diszjunkció”, megkülönböztetve a kizáró diszjunkciótól, amely akkor igaz, ha *p* és *q* közül pontosan egy igaz.

Lásd még kizáró diszjunkció.

megerősítés

Egy statisztikai kísérletből származó bizonyíték alátámaszthatja valamely hipotézisben való hitünket, erre néha a **megerősítés** kifejezést használják, habár óvatosan kell ezt tenni; speciálisan el kell kerülni azt a benyomást, mintha a hipotézist minden kétséget kizáróan igazoltuk volna.

megfeleltetés

Lásd kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés.

megfigyelés

Olyan statisztikai vizsgálat, amelyben a kutatók a résztvevőket anélkül kérdezik vagy figyelik meg, hogy kísérleteket terveznének, beavatkozásokkal. Az a tény, hogy a résztvevőket nem randomizált módon helyezik el csoportokba azzal jár, hogy megjelenik a zavaró változók problémája. Lásd még irányított esettanulmányok.

megfigyelő

A vonatkoztatási rendszerekhez célszerű **megfigyelőket** társítani, akikről azt feltételezik, hogy a mozgásokat ehhez a vonatkoztatási rendszerhez képest észlelik, és képesek távolságok és időtartamok lemérésére.

megfigyelőváltás

Legyen A és B két különböző helyen lévő megfigyelő! Ugyanazt az eseményt A és B különbözőképpen észleli. Ismerve az egyik észlelést, valamint A és B egymáshoz viszonyított helyzetét, lehetővé válik a másik megfigyelő észlelésének kiszámítása klasszikus mechanikai közelítésben, ami megköveteli, hogy az idő és a távolság független legyen a megfigyelő megválasztásától.

megfigyelt érték

Egy valószínűségi változó helyettesítési értéke. Az *X* valószínűségi változóra vonatkozó *n* megfigyelést rendszerint $\mathbb{Q}$ jelöli.

megfordítás

A $p \Rightarrow q$ implikáció **megfordítása** $q \Rightarrow p$. Ha egy implikáció igaz, a megfordítása lehet igaz is, és hamis is. Ha egy implikáció hamis, a megfordítása biztosan igaz.

meghatároz

Feltételek, amelyek elegendőek egy mennyiség egyértelmű specifikálásához. Például, két pont meghatároz egy egyenest, éppúgy, mint ahogy egy pont és a meredekség is – két dimenzióban.

megismételhető

Például, egy kísérlet, amely megméri, hogy milyen messzire tud egy rugalmas rugó kinyúlni, ha kis tömegeket függesztünk fel. A **megismételhetőség** kísérleteknél, bizonyításoknál és szimulációnál egyaránt alapvető követelmény.

megmaradási feltétel hálózati folyamokban

Semmi nem halmozódhat fel vagy nyelődhet el egy a forrás és a nyelő közötti pontban, azaz minden közbülső pontban a teljes befolyás egyenlő a teljes kifolyással.

megnyúlás

Egy megnyújtott rugó *x* hosszúságának és a rugó nyújtatlan állapotban felvett *l* hosszúságának különbsége, tehát $x - l$. A rugó megnyúlása negatív lesz, ha a rugót összenyomták.

megoldás

Egy egyenlet(rendszer) **megoldása** valamely alkalmas (explicite vagy hallgatólagosan definiált) alaphalmaz olyan eleme (szám, vektor, függvény), amelynél a – logikai függvényként felfogott – egyenlet(rendszer) igaz értéket vesz fel. Lásd még ezt is egyenlőtlenség.

megoldáshalmaz

Egy egyenlet(rendszer) összes megoldásának halmaza; valamely alkalmas (explicite vagy hallgatólagosan definiált) alaphalmaz részhalmaza. Lásd még ezt is egyenlőtlenség.

megoldhatatlan

Nincs megoldása. Például $x^2 + 1 = 0$ megoldhatatlan a valós számok halmazán belül, persze megoldható a komplex számok halmazán belül.

megrajzolás

Pontok megjelölése egy koordináta-rendszerben. Egy függvény görbéjének a megszerkesztésével kapcsolatban is használjáuk, amikor bizonyos számú pontot megrajzolunk, és kikövetkeztetjük a görbe viselkedését a megrajzolt pontok között.

megszámlálható

Az *X* halmaz **megszámlálható**, ha létezik kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés *X* és a természetes számok valamely részhalmaza között. Tehát egy megszámlálható halmaz vagy véges, vagy megszámlálhatóan végtelen. Egyes források a „megszámlálható”-n a megszámlálhatóan végtelent értik.

megszámlálhatóan végtelen

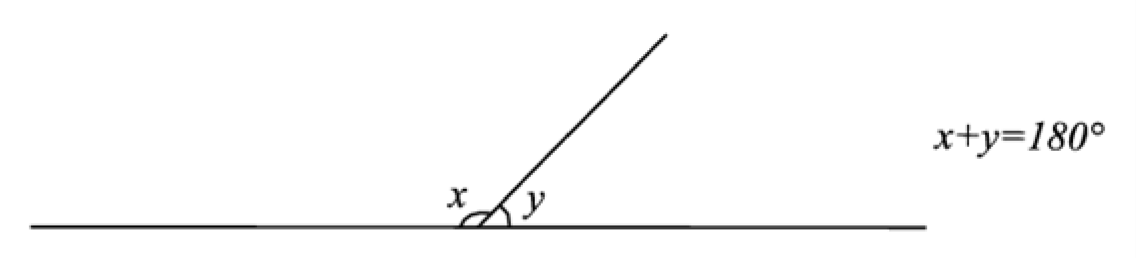
Az *X* halmaz **megszámlálhatóan végtelen**, ha van kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés *X* és a természetes számok halmaza között. Megmutatható, hogy a racionális számok halmaza megszámlálhatóan végtelen, de a valós számok halmaza nem. Egyes források a megszámlálhatón megszámlálhatóan végtelent értenek.

megszüntethető szingularitás

Lásd szinguláris pont.

mellékszög

Egy egyenesen fekvő két olyan szög, amelyeknek egyik száruk ugyanaz a félegyenes. A mellékszögek összege $180°$.



mellékszögek, társszögek

Egymást 180 fokra kiegészítő párhuzamos szárú szögek.

mellette fekvő oldal

Derékszögű háromszögnek az az oldala, amely a derékszög és az adott szög között van.

Meneláosz

(i. sz. 100 körül) Görög matematikus, akinek egyetlen fennmaradt munkája egy fontos tanulmány a gömbi geometriáról és annak csillagászati alkalmazásairól szól. Ebben elsőként használta a főkör fogalmát és vizsgálta a gömbháromszögek tulajdonságait. A róla elnevezett tételt gömbi háromszögekre is kiterjesztette.

Meneláosz tétele

Legyen L, M és *N* három pont az *ABC* háromszög BC, CA és *AB* oldalegyenesein. Ekkor L, M és *N* pontosan akkor kollineáris, ha

$$\frac{BL}{LC} \cdot \frac{CM}{MA} \cdot \frac{AN}{NB} = -1.$$

(Itt a szakaszok előjeles hosszáról van szó, azaz úgy tekintjük, hogy *BC* iránya *B*-ből *C*-be mutat. Tehát például *LC* pozitív, ha *LC* és *BC* iránya megegyezik, és negatív ellenkező esetben.) Lásd még Ceva tétele.

mennyiség

Olyan dolog, aminek numerikus értéke vagy nagysága van.

meredekség

Lásd gradiens.

merev test

Olyan test, melynek alakja nem változik, bármilyen erők hatnak is a testre. A matematikai modellekben merev testek reprezentálhatják az olyan valódi testeket, amelyeknek deformációi elhanyagolhatók. A merev test állhat részecskékből, melyeknek távolsága rögzített, és ezáltal merev szerkezetet alkotnak, vagy lehet folytonos anyageloszlású rúd, lemez, illetve háromdimenziós test is. A merev test mozgásának vizsgálata során általában a következőkkel foglalkoznak: a test térbeli helyzete, szögsebessége, impulzusmomentuma, mozgási energiája, illetve tömegközéppontjának helyvektora, sebessége és gyorsulása. Egy merev test általában hat szabadsági fokú. A vektori formában felírt mozgásegyenletek egyike a test tömegközéppontjának mozgását írja le, a másik pedig az impulzusmomentum változási ütemét kapcsolja össze a merev testre ható erők forgatónyomatékaival.

mérhető függvény

Azt mondjuk, hogy a *D* halmazon értelmezett *f* valós-valós függvény **mérhető** az $S \supset D$ halmaz részhalmazaiból álló *X* σ-algebrára nézve, ha minden *k* valós számra $\{x \in D | f(x) > k\} \in X$.

mérhető halmaz

Legyen *X* az *S* halmaz részhalmazaiból álló σ-algebra. Ekkor *X* elemeit **mérhető halmazoknak** nevezzük.

meridián

Lásd délkör.

merőleges

Egymással derékszöget bezáró. Lehet két egyenes, két sík, egy egyenes és egy sík, vagy egy egyenes és egy felület. Görbék merőlegességét érintőik merőlegességével definiáljuk.

merőleges egyenesek

A sík koordinátageometriájában hasznos szükséges és elégséges feltétel arra, hogy két, m_1 és m_2 meredekségű egyenes **merőleges** legyen az, hogy $m_1 m_2 = -1$. (Ebbe az az eset is beleértendő, amikor $m_1 = 0$ és m_2 végtelen, illetve fordítva.)

merőleges összetevő

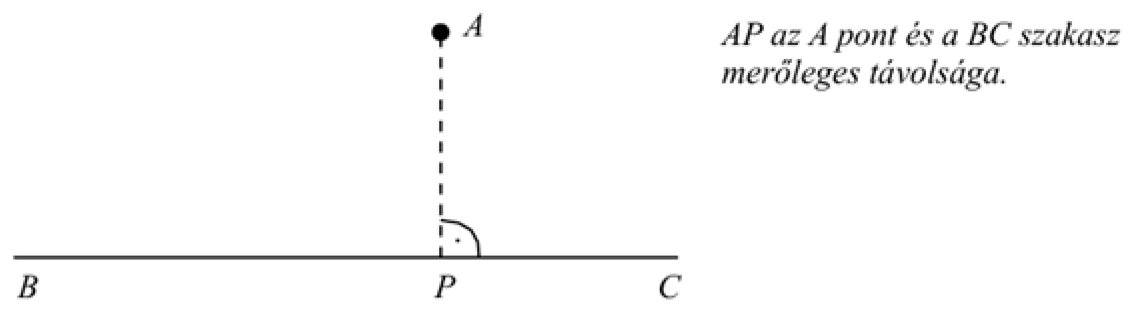
Lásd radiális és transzverzális komponensek.

merőleges síkok

Két sík a háromdimenziós térben **merőleges** egymásra, ha a két sík normálisa merőleges egymásra. Ha $\mathbf{n}_1$ és $\mathbf{n}_2$ a síkok normálisai, ez azt jelenti, hogy $\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = 0$.

merőleges távolság

Egy pontnak egy egyenestől vagy síktól vett azon távolsága, amelyet a ponton átmenő, az egyenesre vagy a síkra merőleges egyenes mentén mérünk. Ez lesz a legrövidebb távolság a pont és az egyenes vagy a sík bármely pontja között.



merőleges vektorok

Az ***a*** és ***b*** sík- vagy térvektor egymásra **merőleges** (vagy **ortogonális**), ha derékszöget zárnak be, azaz a skaláris szorzatuk nulla: $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$.

merőleges vetítés

Egy alakzatnak valamely egyenesre vagy síkra vonatkozó vetítése oly módon, hogy az alakzat minden pontjához hozzárendeljük az egyenesnek vagy a síknak az alakzathoz legközelebbi pontját. Ha *X* jelöli az alakzat pontját és X' a képét, akkor ez azt jelenti, hogy $\overrightarrow{XX'}$ merőleges az egyenesre vagy a síkra.

Mersenne, Marin

(1588–1648) Francia szerezetes, filozófus és matematikus, aki a kortársak, Descartes, Fermat, Galilei és Pascal között játszott fontos közvetítő szerepet kiterjedt levelezése révén. Úgy tartották, hogy Mersenne-t értesíteni egy felfedezésről felér azzal, mint egész Európában publikálni. Megpróbált képletet találni a prímszámokra, és a $2^p - 1$ alakú számokat vizsgálta, ahol *p* prím. Az ilyen alakú prímeket Mersenne-prímeknek nevezzük, azonban nem minden ilyen szám prímszám, például $2^{11} - 1 = 2047 = 23 \times 89$ nem az.

Mersenne-féle prím

$2^p - 1$ alakú prímszám, ahol *p* prímszám. Az ilyen alakú ismert prímek száma több mint 30, és számítógépek használata segítségével egyre többet találnak meg közülük. 2006 szeptemberében a legnagyobb ismert Mersenne-prím a mintegy tízmillió jegyű $2^{32\ 582\ 657} - 1$ szám, de folyamatos, együttes keresés folyik az interneten keresztül összekapcsolt számítógépekkel egyre nagyobbak fellelésére. Minden Mersenne-prímből előállítható egy páros tökéletes szám.

mértani haladvány

Lásd mértani sorozat.

mértani hely

Régebben a sík (esetleg a tér) bizonyos feltételnek eleget tevő részhalmazait a **mértani hely** elnevezéssel illették. Például a síkban azon pontok mértani helye, melyek egy adott ponttól egyenlő távolságra vannak, kör. Azon pontok mértani helye a síkon, melyek két adott ponttól, *A*-tól és *B*-től egyenlő távolságra vannak, az *AB* szakasz szögfelező merőlegese. Ha egy koordináta-rendszerben a mértani hely felírható $\{(x, y) | f(x, y) = 0\}$ alakban, akkor az $f(x, y) = 0$ egyenletet a mértani helyet megadó egyenletnek nevezzük.

mértani közép

Lásd közép.

mértani sor

Az $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots$ véges vagy végtelen sor **mértani sor**, ha tagjai mértani sorozatot alkotnak. így minden *k*-ra fennáll az $a_k / a_{k-1} = q$ összefüggés, ahol *q* a sor **kvóciense**, továbbá $a_k = a_1 q^{k-1}$. Jelölje *a* a sor első tagját és legyen s_n az első *n* tag összege, azaz $s_n = a + aq + aq^2 + \cdots + aq^{n-1}$. Ekkor s_n a következő képlettel is kifejezhető (ha $q \neq 1$):

$$s_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q} = \frac{a(q^n-1)}{q-1}.$$

Ha a *q* kvóciensre $-1 < q < 1$ teljesül, akkor $q^n \to 0$, tehát $s_n \to a/(1-q)$. Az $a/(1-q)$ értéket az $a + aq + aq^2 + \ldots$ végtelen sor **összegének** nevezzük. Speciálisan, ha $-1 < x < 1$, akkor az $1 + x + x^2 + \ldots$ mértani sor összege $1/(1-x)$. Innen például $x = \frac{1}{2}$ helyettesítéssel azt kapjuk, hogy az $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots$ sor összege 2. Ha $x \le -1$ vagy $x \ge 1$, akkor az s_n sorozatnak nincs véges határértéke, így a végtelen sornak nem létezik összege.

mértani sorozat

Ha az $a_1, a_2, a_3, \ldots$ véges vagy végtelen sorozathoz van olyan *q* valós szám, melyre $a_2/a_1 = q, a_3/a_2 = q, \ldots$, akkor a sorozatot **mértani sorozatnak** nevezzük. A *q* szám neve **hányados** vagy **kvóciens**. Például $3, 6, 12, 24, 48\ldots$ olyan mértani sorozat, melyre $a_1 = 3$ és $q = 2$. A mértani sorozat *n*-edik tagjára teljesül: $a_n = a_1 q^{n-1}$.

mérték

Legyen *X* az *S* halmaz részhalmazaiból álló σ-algebra, és legyen μ ezen a σ-algebrán értelmezett nemnegatív értékű függvény, amelyre teljesül, hogy $\mu(\emptyset) = 0, \quad \text{és } \mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B), \quad \text{ha } A \cap B = \emptyset.$ Például a valószínűség olyan speciális mértéknek tekinthető, melynek értékkészlete a $[0, 1]$ intervallum. Ha egy függvény rendelkezik a fenti tulajdonságokkal, de negatív értékeket is felvehet, akkor **előjeles mértéknek** nevezzük. Megengedhetjük azt is, hogy μ értékeit a kiterjesztett valós számok halmazából vegye föl.

mértékegység

Lásd SI egységrendszer.

mértékelmélet

A matematikának az a területe, amely a mérhető halmazokkal és mérhető függvényekkel foglalkozik.

mértéktér

A mértéktér egy *S* halmazból, egy $X \subset \mathcal{P}(S)$ σ-algebrából és egy *X*-en értelmezett μ mértékből áll, ahol $\mathcal{P}(S)$ az *S* halmaz hatványhalmaza.

méter

Az SI egységrendszerben a hosszúság alapegysége, rövidítve m. Régebbi definíció szerint egy méter az Egyenlítő és a déli vagy az északi sark távolságának egymilliomod része. Később a Párizsban meghatározott körülmények között tárolt platina-irídium rúd hosszaként definiálták. Ma a kripton 86-os izotópja által kibocsátott egyik sugárzás hullámhosszának segítségével definiálják.

metrika

(távolságfüggvény) Legyen *X* nem üres halmaz, és *d* ennek elempárjaihoz nemnegatív értékeket rendelő függvény: $d : X \times X \to \mathbb{R}_0^+$. Ekkor *d* segítségével két pont távolsága és így metrikus tér definiálható. A metrikától a következő tulajdonságokat követeljük meg:

1. $d(x, y) = 0$ pontosan akkor, ha $x = y$;
2. $d(x, y) = d(y, x)$;
3. $d(x, y) + d(y, z) \ge d(x, z)$ bármely $x, y, z \in X$ esetén.

metrikus tér

Egy halmaz, és egy, a halmazon értelmezett metrika (távolságfüggvény) együttese.

metszés

Két geometriai alakzat vagy görbe akkor metszi egymást, ha van legalább egy közös pontjuk. E közös pont(ok) a metszéspont(ok).

metszet

Síkbeli alakzat, amelyet egy sík metsz ki egy felületből vagy testből. Ha a testnek vagy felületnek van szimmetriatengelye, és a sík merőleges erre a tengelyre, akkor a metszet neve **keresztmetszet**. Például az egyenes körkúp összes keresztmetszete kör, és a keresztmetszet sugara arányos a csúcs síktól mért távolságával.

metszet

Valamely alaphalmaz *A* és *B* részhalmazának metszete az a halmaz, melynek elemei *A*-hoz is és *B*-hez is hozzátartoznak. Jelölése $A \cap B$ (ejtsd „A **metszet** B"). A „metszet" szót mind az eredményül kapott halmazra, mind az alaphalmaz részhalmazain értelmezett kétváltozós műveletre használjuk. Teljesülnek a következő tulajdonságok:

1. Minden *A* halmaz esetén $A \cap A = A$ és $A \cap \emptyset = \emptyset$.
2. Minden *A* és *B* halmazra $A \cap B = B \cap A$, azaz a metszetképzés kommutatív.
3. Minden A, B és *C* halmazra $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$, azaz a metszetképzés asszociatív.

A (iii) tulajdonság szerint két vagy több halmaz metszete, $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$, zárójelek nélkül is felírható, és jelölhető a következőképpen:

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i.$$

Két esemény metszetéhez lásd esemény.

mikro-

SI mértékegységek előtagjaként a 10^{-6}-nal való szorzást jelöli.

Milétoszi Thálész

Lásd Thálész.

millenniumi problémák

Hét klasszikus matematikai probléma, amelyek az ezredforduló idején megoldatlanok voltak, és amelyet a cambridge-i (Massachusets állam) Clay Matematikai Intézet tett közzé 2000. május 24-én, és amelyek mindegyikének a megoldásáért egymillió dollárt ígértek. A hét probléma következő: P és NP, a Hodge-sejtés, a Poincaré-sejtés (ezt azóta – úgy tűnik – Grigorij Perelman igazolta, majd a részben ezért kapott Fields-érmet visszautasította), a Riemann-sejtés, a Yang–Mills-elmélet, Navier–Stokes-egyenletek megoldásának létezése és simasága és a Birch-Swinnerton-Dyer-sejtés.

milli-

SI mértékegységek előtagjaként a 10^{-3}-nal való szorzást jelöli.

milliárd

Ezer millió (10^9).

milliméterpapír

Előre nyomtatott egymást metsző egyeneseket tartalmazó papír. A leggyakrabban egyenesek két egyenlő közű párhuzamos seregét tartalmazza, amelyek egymásra merőlegesek, de mindkét tengelyen lehet logaritmikus beosztás is, vagy olyan, amelyik valamilyen valószínűség-eloszlásból származik.

Milnor, John Willard

(1931–) Amerikai matematikus, a differenciáltopológiában elért eredményeiért 1962-ben Fields-érmet kapott, 1989-ben a Wolf-díj nyertese volt.

minimális folyam (hálózatban)

Az éleken keresztül folyó folyamok legkisebbike. Csak akkor érdekes, ha nullánál nagyobb.

minimális súlyozott feszítő fa

A gráfelmélet egyik problémája, hogy hogyan találjuk meg egy összefüggő, súlyozott élű gráf olyan feszítő fáját, amelyben az élekhez rendelt súlyok összege minimális. Ennek megtalálása fontos például olyan gyakorlati problémák megoldásánál, hogy hogyan lehet minimális költséggel (adott pontok között) kábelrendszert vagy csővezeték-rendszert kiépíteni, ami lényegesen különbözik attól, hogy hogyan hozzunk létre pontok között szállításhoz használható kapcsolatokat. A minimális súlyozott feszítő fa meghatározására két szokásos módszer a Kruskal-algoritmus és a Prim-féle algoritmus.

minimax stratégia

Lásd konzervatív stratégia.

minimax tétel

Lásd a játékelmélet alaptétele.

minimum

Lásd legkisebb érték, lokális minimum.

Minkowski, Hermann

(1864–1909) Matematikus. Litvániában született német szülők gyermekeként. Szoros barátság fűzte Hilberthez. A teret és az időt négydimenziós struktúraként fogta fel, amivel jelentősen hozzájárult a relativitáselmélet megalapozásához. Kiemelkedő eredményeket ért el a számelmélet területén is. Hilbert közeli barátja volt.

minőségellenőrzés

Statisztikai módszerek alkalmazása termelési vagy egyéb folyamatban a minőség meghatározott szintjének fenntartására. A módszerek között szerepel az elfogadási mintavétel, amelynek alapján döntünk, hogy átvegyünk-e egy adott szálítmányt, és a kontrollkártyák, amelyek alapján azonosítjuk azt a pontot, amelynél folyamatba be kell avatkozni.

minta

A populáció részhalmaza, amelyet abból a célból választottak ki, hogy a populációról statisztikai következtetéseket vonjanak le. (Szigorúan véve ez nem is egy részhalmaz, mert elemei ismétlődőek is lehetnek.) A minta **véletlen minta**, ha az azonos méretű minták bármelyike azonos valószínűséggel választható. Ha a mintát úgy választjuk meg, hogy a populáció egyetlen eleme se szerepeljen benne többször, ez a **visszatevés nélküli mintavétel**. A **visszatevéses mintavétel** esetén egy elemet többször is kiválaszthatunk. Az **arányos minta** olyan, amelyben egy előre meghatározott lista minden egyes kategóriájából megadott számú elem szerepel. Lásd még rétegezett minta.

mintaelem rangja

Azt mondjuk, hogy a megfigyelések egy mintában rendezettek, ha bizonyos kritériumok szerint rendezve vannak. Például a számok növekvő vagy csökkenő rendben lehetnek rendezve, az emberek a magasságuknak vagy koruknak megfelelően, és a termékek a kelendőségük szerint. Egy megfigyelés **rangja** a helye a listában, ha a minta rendezett. A nemparaméteres eljárás gyakran használják a rangot a mintában szereplő megfigyelések számszerű értéke helyett.

mintaeloszlás

Minden mintaelem egy valószínűségi változó, mert értéke egyik mintáról másikra változik. Ennek a valószínűségi változónak az eloszlása a **mintaeloszlás**.

mintaterjedelem

Numerikus adatok esetén a legkisebb és a legnagyobb megfigyelés közötti különbség. Egy statisztikai minta szóródásának lehetséges mérőszáma.

mintavételi torzítás

Az a torzítás, amit a mintavétel módja okoz. Ha például hétfőn reggel kérdezzük meg egy város embereit, akkor valószínűleg számarányuknál kevesebb tanár és ingázó fog szerepelni a megkérdezettek között, azaz ezek a csoportok **alul lesznek reprezentálva**.

modell

Lásd matematikai modell.

modulo n összeadás és szorzás

A „modulo" szó azt jelenti: „a modulushoz viszonyítva". Legyen *n* pozitív egész, és legyen *S* a $\{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$teljes maradékrendszer modulo n. Ekkor az *S*-beli **összeadást** (a modulo *n* összeadást) a következőképpen definiáljuk. Ha *a* és *b* *S*-beli elemek, akkor ezek összege legyen az az $r \in S$ elem, melyre $a + b$ kongruens *r*-rel (mod *n*). Hasonlóan definiálható a modulo *n* **szorzás** is. Az *a* és *b* *S*-beli elemek szorzata legyen az az $s \in S$ szám, melyre *ab* kongruens *s*-sel (mod *n*). Például a következő két táblázat a modulo 5 összeadást és szorzást adja meg:

$$\begin{array}{c|ccccc} + & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{c|ccccc} \times & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 2 & 4 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 1 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}.$$

modulus

Lásd kongruencia (modulo n).

modus ponens

Más néven **leválasztási szabály**. Olyan következtetési szabály, mely szerint ha egy feltételes állítás és a benne foglalt előzmény igaz, akkor az állításban szereplő következmény is igaz.

modus tollens

Olyan következtetési szabály, mely szerint ha a feltételes állítás és a következmény tagadása igaz, akkor az előzmény hamis.

módusz

A leggyakrabban előforduló érték egy mintában. Csoportosított adatoknál a módusz az a csoport, amely a leggyakrabban fordul elő. Folytonos eloszlású valószínűségi változó módusza az az érték, melynél a sűrűségfüggvénynek lokális maximuma van. (A fogalom diszkrét valószínűségi változóra való átvitele körülményesebb.)

móduszintervallum

Csoportos mintavétellel kapott adatok esetén az a csoport, amelyikbe a legtöbb adat esik. Miként a módusz esetén, itt sincs garancia arra, hogy egyetlen ilyen intervallum létezik.

momentum

(statisztika) Az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ mintaértékekből számított, *p* körüli *j*-edik **(tapasztalati) momentum**

$$\frac{\sum (x_i - p)^j}{n}.$$

Az *X* valószínűségi változó *p* körüli *j*-edik **(elméleti) momentuma** $E((X-p)^j)$. (Lásd várható érték.) A 0 körüli első momentum a várható érték. A várható érték körüli második momentum a szórásnégyzet.

Tegyük fel, hogy mintát vettünk egy sokaságból, melyet *k* ismeretlen paraméterrel lehet leírni. A **momentumok módszere** alapján a *k* számú ismeretlen paraméterre oly módon kaphatunk becslést, hogy az első *k* elméleti és tapasztalati momentumot egyenlővé tesszük egymással, és az egyenletrendszert megoldjuk. Ez az ismeretlen paraméterek ún. momentumbecslése.

momentumbecslés

A momentumok módszerével készített becslés. Lásd momentum.

momentumgeneráló függvény

Az *X* valószínűségi változó **momentumgeneráló függvénye** a $t \to M(t) := E(e^{tX})$ képlettel értelmezett függvény. Ha $M(t)$ létezik, akkor mivel $e^{tX} = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r X^r}{r!}$ és *E* additív függvény, ezért $M(t)$ kifejezésében $E(X^r)$ együtthatója $\frac{t^r}{r!}$ lesz. Ezáltal *X* momentumait a függvény segítségével meghatározhatjuk.

momentumok módszere

Lásd momentum.

Monge, Gaspard

(1746–1818) Francia matematikus. Napóleon kormányában volt miniszter, döntő szerepe volt a párizsi École Polytechnique megalapításában. Geometriaelőadásai szorosan kapcsolódtak kutatási területéhez: ő tekinthető az ábrázoló geometria megteremtőjének és a modern analitikus geometria megalapozójának.

monoton függvény

Az *f* valós függvény **monoton** az *I* intervallumon, ha vagy (monoton) növekvő *I*-n $(f(x_1) \leq f(x_2)$, ha $x_1 < x_2)$, vagy (monoton) csökkenő $(f(x_1) \geq f(x_2)$, ha $x_1 < x_2)$. Hasonlóan, *f* **szigorúan monoton**, ha vagy szigorúan monoton növő, vagy szigorúan monoton csökkenő.

monoton sorozat

Az $a_1, a_2, a_3, \ldots$ sorozat **monoton**, ha vagy monoton növekvő (azaz $a_i \leq a_{i+1}$ minden *i*-re), vagy monoton csökkenő (azaz $a_i \geq a_{i+1}$ minden *i*-re), és **szigorúan monoton**, ha vagy szigorúan monoton növekvő vagy szigorúan monoton csökkenő.

Monte Carlo-módszer

Valamely probléma olyan közelítő megoldása, amely azon alapul, hogy egy kísérletet többször elvégzünk, majd megfigyeljük, hogy valamilyen tulajdonság milyen arányban fordul elő. Bonyolult valószínűségek is becsülhetők számítógépes szimulációban mért relatív gyakoriságok felhasználásával. A módszert használják bonyolult vagy többszörös integrálok kiszámítására is.

morfizmus

A függvény és a leképezés általánosítása a kategóriaelméletben.

Morley tétele

A következő, Frank Morley (1860–1937) nevéhez fűződő

Tétel. Bármely háromszögben a szomszédos szögharmadolók metszéspontjai szabályos háromszöget határoznak meg.

Figyelemre méltó, hogy az eukleidészi geometriának ezt az elegáns tételét Eukleidész után milyen sokkal fedezték fel.

mozgásegyenlet

A részecskék mozgását leíró második newtoni mozgástörvényen alapuló egyenlet. Vektori formában az egyenlet $m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}$ alakú, ahol ***F*** az *m* tömegű részecskére ható erők vektori összege. Ez az egyenlet ekvivalens a Descartes-féle koordinátákkal felírt $m\ddot{x} = F_1$, $m\ddot{y} = F_2$ és $m\ddot{z} = F_3$ differenciálegyenlet-rendszerrel, ahol $\mathbf{F} = F_1\mathbf{i} + F_2\mathbf{j} + F_3\mathbf{k}$. Az egyenlet szintén ekvivalens az (r, ϑ, z)-vel jelölt hengerkoordinátákkal felírt $m(\ddot{r} - r\dot{\vartheta}^2) = F_1, \quad m(r\ddot{\vartheta} + 2\dot{r}\dot{\vartheta}) = F_2$ és $m\ddot{z} = F_3$ egyenletrendszerrel, ahol most $\mathbf{F} = F_1\mathbf{e}_r + F_2\mathbf{e}_\vartheta + F_3\mathbf{k}, \quad \mathbf{e}_r = \mathbf{i}\cos\vartheta + \mathbf{j}\sin\vartheta$ és $\mathbf{e}_\vartheta = -\mathbf{i}\sin\vartheta + \mathbf{j}\cos\vartheta$ (lásd radiális és transzverzális komponensek).

mozgási energia

A testek mozgásához társított energia. A mozgási energiát általában E_m jelöli. Egy *m* tömegű, *v* sebességgel mozgó részecske mozgási energiája $E_m = \frac{1}{2}mv^2$. Tegyük fel, hogy egy merev test ω szögsebességgel forog egy rögzített tengely körül! A test részei ekkor különböző sebességgel mozognak. A részek együttes mozgási energiáját a test **forgási energiájának** nevezik, és általában E_f-fel jelölik. Ha *I* jelöli a testnek a rögzített tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát, akkor a test forgási energiája $E_f = \frac{1}{2}I\omega^2$.

A mozgási energia tömeg szorozva hosszúság a négyzeten szorozva idő a mínusz másodikon dimenziójú, SI mértékegysége pedig a joule.

mozgó átlag

Az $x_1, x_2, x_3, \ldots$ megfigyeléssorozat *n*-edrendű **mozgó átlaga** a számtani közepek következő sorozata:

$$\frac{x_1 + \cdots + x_n}{n}, \quad \frac{x_2 + \cdots + x_{n+1}}{n}, \quad \frac{x_3 + \cdots + x_{n+2}}{n}, \ldots.$$

Használnak súlyozott mozgó átlagot is, amilyen például

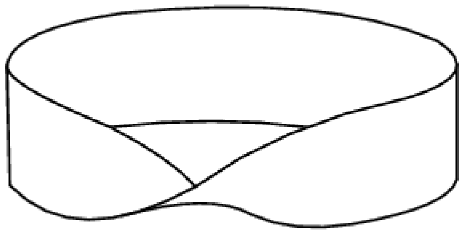
$$\frac{x_1 + 2x_2 + x_3}{4}, \quad \frac{x_2 + 2x_3 + x_4}{4}, \quad \frac{x_3 + 2x_4 + x_5}{4}, \ldots.$$

Möbius, August Ferdinand

(1790–1868) Német csillagász és matematikus, főleg geometriával és topológiával foglalkozott. Róla nevezték el a Möbius-szalagot.

Möbius-szalag

Möbius-szalagot kapunk, ha egy hosszú szalag vagy papírcsík két keskenyebbik végét összeillesztjük úgy, hogy az egyik a másikhoz képest félig elcsavarodjon. A felület bármely két pontja folytonos vonallal összeköthető úgy, hogy a vonal nem megy át a szalag szélén. így a Möbius-szalag **egyoldalú felület**: egyetlen oldala és egyetlen éle van.



Érdekes alakzatokat kaphatunk, ha a Möbius-szalagot hosszában két vagy több részre vágjuk, illetve ha hasonlót teszünk olyan szalagokkal, amelyek létrehozásánál a csíkot egész fordulattal csavarjuk el.

multikollinearitás

Többváltozós lineáris rengressziónál multikollinearitásról beszélünk, ha két vagy több magyarázó változó egymással szoros korrelációban van.

multiplicitás

Lásd gyök.

multiplikatív csoport

Olyan csoport, amelyben a műveletet szorzásnak nevezzük. Két elem szorzatát jelölhetjük *ab*-vel, $a \cdot b$-vel, $a \times b$-vel stb.

multiplikatív egység

A szorzás műveletére nézve neutrális elem, így például a valós és komplex számok multiplikatív csoportjában a multiplikatív egység az 1 szám, a 3×3-as invertálható mátrixok csoportjában az egység a $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix.

multiplikatív inverz

Lásd inverz elem.

munkatétel

Egy részecske mozgási energiájának valamely időtartam alatti megváltozása egyenlő a részecskére ható erők eredőjének az adott időtartam alatti munkavégzésével.

munkavégzés

Az ***F*** erő **munkavégzése** a t_1 és a t_2 időpont között

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}(t) \cdot \mathbf{v}(t)\, \mathrm{d}t,$$

ahol ***v*** az erő támadáspontjának sebességfggvénye.

Egy *m* tömegű, ***a*** gyorsulású részecske $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ mozgásegyenletéből adódik, hogy $\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = m\mathbf{a} \cdot \mathbf{v}$, ez pedig az $\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\frac{1}{2}m\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})$ egyenletté írható át. Integrálás után azt kapjuk, hogy a részecske mozgási energiájának megváltozása egyenlő az erő munkavégzésével.

Tegyük fel, hogy egy részecske az *x*-tengely mentén a pozitív irányban mozog, kitérése és sebessége a *t* pillanatban $x(t)\mathbf{i}$, illetve $v(t)\mathbf{i}$, és a részecskére a pozitív irányba mutató állandó $F\mathbf{i}$ erő hat! Ekkor az erő munkavégzése a t_1 és a t_2 időpont között

$$\int_{t_1}^{t_2} Fv(t)\,\mathrm{d}t.$$

Az integrál értéke $F(x(t_2) - x(t_1))$. Ezt gyakran így fejezik ki: „munka $=$ ero $\times$kitérés".

Egy konzervatív erő munkavégzése egyenlő a potenciális energia megváltozásának -1-szeresével. Ha egy személy a talaj szintjéről *z* magasságra emel fel egy *m* tömegű testet, akkor az általa végzett munka *mgz*-vel, vagyis a test helyzeti energiájának növekedésével egyenlő.

A munka tömeg szorozva hosszúság a négyzeten szorozva idő a mínusz másodikon dimenziójú, SI mértékegysége pedig a joule.

művelet

Az *S* halmazon értelmezett **művelet** olyan függvény, amelyik *S* bizonyos számú elemeihez rendel hozzá elemeket. Ha ez utóbbiak mindegyike is *S*-ben van, akkor azt mondjuk, hogy a művelet **zárt**. Egyváltozós, illetve kétváltozós műveletről beszélünk akkor, ha a függvény értelmezési tartománya az *S*, illetve az $S \times S$ halmaz. Ez utóbbi esetben tehát *S* bármelyik két eleméhez hozzá van rendelve valamilyen elem. Például $\sqrt{}$ egyváltozós művelet a pozitív valós számokon, $\cap$ pedig kétváltozós művelet valamely adott halmaz részhalmazainak halmazán; mindkettő zárt.

műveletei jel

Jel, amely azt mutatja, hogy egy vagy több mennyiséggel el kell végezni egy műveletet.

műveleti jel

Valamely művelet jele, például: $+$, $-$, $\times$és $/$ aritmetikában, vagy $*$ függvények konvolúciójának jelölésére.

16. N

n

A nano- rövidítése.

n-

Valamely kifejezés előtagjaként egy véges, de meghatározatlan természetes számot jelent. Például az *n*-szög egy *n* oldalú sokszög.

N

A newton ($\mathrm{kg\,m\,s^{-1}}$) mértékegység jele.

nabla

Lásd differenciáloperátor.

nagy Fermat-tétel

A tétel szerint egyetlen $n > 2$ egész szám esetén sincs az $x^n + y^n = z^n$ egyenletnek megoldása a pozitív egészek körében. Fermat ezt Diophantosz *Arithmetica* című könyvének margójára jegyezte fel, hogy bebizonyította a tételt, de mivel ezt többször nem említette, ezért valószínű, hogy rájött, a bizonyítása nem teljes. Évszázadokon keresztül rengeteg kutatást végeztek a témában, míg 1995-ben Andrew Wilesnak sikerült bizonyítania a tételt.

nagyobb ív

Lásd ív.

nagytengely és kistengely hossza

Lásd ellipszis.

naiv halmazelmélet

A halmazelmélet első megfogalmazása, amiből később jött létre az axiomatikus halmazelmélet. A **naiv halmazelmélet** a halmazok mint elemek együttesének fogalmára vonatkozó informális megállapodásokon nyugszik. A naiv halmazelméletet a XIX. század végén Georg Cantor alkotta meg, hogy a matematikusok konzisztens módon dolgozhassanak végtelen halmazokkal. Később, a XIX. és a XX. század fordulója körül (például Russell munkásságából) kiderült, paradoxonokhoz vezet, az egyik ilyen a Russell-paradoxon, ezért Zermelo, Neumann János és mások létrehozták az axiomatikus halmazelméletet.

nand

Digitális áramkörökben a és-nem műveletet megvalósító logikai kapu.

nano-

SI mértékegységek előtagjaként a 10^{-9}-nal való szorzást jelöli.

Napier, John

(1550–1617) Skót matematikus, aki 1614-ben elsőként publikált logaritmustáblázatot. A matematikából (amelyet az egyházi és állami ügyek mellett megmaradt szabad idejében űzött) a gömbi geometria és a számolás érdekelte. A logaritmust inkább geometriailag értelmezte, mint az alap segítségével. Ténylegesen *x* logaritmusának azt az *y* számot vette, amelyre

$$x = 10^7 (1 - \frac{1}{10^7})^y$$

teljesül. Az így definiált szám az *x* szám természetes alapú logaritmusának lineáris függvénye.

Napier-féle logaritmus

Lásd logaritmus.

Napier-féle rudak

Napier találmánya a szorzás elvégzéséhez. Csontból vagy elefántcsontból készült rudakból állt, amelyekre ráírták a szorzótábla számait. A rudakkal úgy szoroztak, hogy bizonyos számjegyeket összeadtak. A logaritmus ebben nem játszott szerepet.

Nash, John Forbes

(1928–) Amerikai matematikus, aki 1994-ben (Harsányi Jánossal és Reinhard Seltennel megosztva) megkapta a közgazdasági Nobel-díjat a nemkooperatív játékok elmélete területén végzett munkájáért, amit 1949-ben közölt. Annak ellenére, hogy milyen fontos volt munkája a közgazdaságtan, a diplomácia és a honvédelmi stratégia területén (amire maga Nash alkalmazta az eredményeit a RAND Corporation munkatársaként a hidegháború alatt), ő maga tiszta matematikusnak tekinti magát. A valós algebrai varietások, a Riemann-geometria, a sokaságok és különösen a parabolikus és elliptikus egyenletek elméletéhez is sokkal járult hozzá. Úgy tudni, hogy versenyben volt az 1958-as Fields-éremért, de akkor még nem közölte a parabolikus és elliptikus egyenletekre vonatkozó eredményeit, és így nem kapta meg. Mire az 1962-es kitüntetésekkel foglalkoztak, Nash életét a skizofréniával folytatott hosszú küzdelem dominálta. Az *Egy csodálatos elme* című könyv és film bemutatja kiválóságát, és az elmebetegséggel folytatott küzdelmét.

n-dimenziós tér

A sík, illetve a háromdimenziós tér pontjait azonosítani lehet a pontok Descartes-féle koordinátáiból álló (x, y) valós számpárokkal, illetve (x, y, z) valós számhármasokkal. Sokszor hasznos, ha ennek megfelelően tetszőleges *n* természetes szám esetén tekintjük az *n*-dimenziós teret, ahol egy pontot *n* számú koordinátával adunk meg. A sík, illetve a tér geometriájában megismert számos fogalmat általánosíthatunk a magasabb dimenziós terekre is. Például, ha $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, illetve $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ jelöli a *P* és a *Q* pont koordinátáit, akkor e két pont távolságát a

$$\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \cdots + (x_n - y_n)^2}$$

képlettel lehet értelmezni. Egyeneseket és az általuk bezárt szöget is lehet definiálni. Azon pontok halmazát, amelyek $x_1, x_2, \cdots, x_n$ koordinátái kielégítik az

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b$$

lineáris egyenletet **hipersíknak** szokás nevezni. Ez a teret két féltérre osztja ahhoz hasonlóan, ahogyan egy sík a háromdimenziós teret. Különböző dimenziószámú úgynevezett **altereket** is lehet értelmezni: az origón – azaz a $(0, 0, \ldots, 0)$ ponton – átmenő egyenesek egydimenziós alterek, az origón átmenő hipersíkok pedig $(n-1)$-dimenziós alterek. További görbéket és felületeket is lehet tekinteni. A síkbeli négyzet és a térbeli kocka *n*-dimenziós általánosítása a hiperkocka.

n-edik derivált

Lásd a magasabb rendű deriváltakat.

n-edik egységgyök

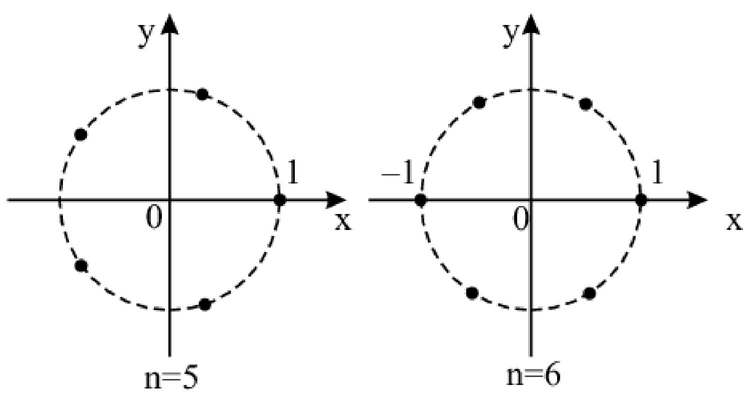
Adott *n* természetes szám esetén az **n-edik egységgyök** olyan *z* komplex szám, amelyre $z^n = 1$. Az *n* számú különböző *n*-edik egységgyök $e^{i2k\pi/n} \quad (k = 0, 1, \ldots, n-1)$ vagy

$$\cos\left(\frac{2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{2k\pi}{n}\right) \qquad (k = 0, 1, \ldots, n-1).$$

Az *n*-edik egységgyökök a komplex síkon egy olyan szabályos *n*-szög csúcsai, amelyek az egységkörön

p	q	$p \uparrow q$
i	i	h
i	h	i
h	i	i
h	h	i

fekszenek, ahogy azt és $n = 6$ esetén az ábra mutatja. Az 1 valós szám minden *n*-re egységgyök, és páratlan *n* esetén -1 is az. A valóstól különböző *n*-edik egységgyökök konjugált párokat alkotnak. Lásd még a harmadik egységgyököt és a negyedik egységgyököt.



n-edik gyök

Legyen *n* természetes szám. Az *a* valós szám **n-edik gyökének** nevezzük azt az *x* valós számot, amelyikre $x^n = a$ teljesül. (Ha $n = 2$, akkor a négyzetgyök, ha $n = 3$, akkor pedig a **köbgyök** elnevezést használjuk.)

Legyen először *n* páros szám. Ekkor negatív *a* esetén nincs olyan *x* valós szán $a \geq 0$ lyel σ^2. Ha $\sqrt[n]{a}$ zitív, akkor viszont két ilyen szám is van, az egyik pozitív, a másik pedig negatív. Ha , akkor az szi -2 lum $\sqrt[4]{16} := 2$ szám nemnegatív *n*-edik gyökét jelöli. Például 16-nak két valós negyedik gyöke van (2 és), de

.

Most legyen *n* páratlan szám. Ekkor tetszőleges valós *a* esetén egyetlen olyan *x* valós szám van, amellyel $x^n = a$. Például $\sqrt[3]{-8} = 2$.

n-edik primitív egységgyök

Az ε *n*-edik egységgyök **primitív**, ha minden *n*-edik egységgyök előáll, mint ε valamely hatványa. Például *i* primitív negyedik egységgyök, de -1 ugyan negyedik egységgyök, de nem primitív.

n-edrendű parciális derivált

Lásd a magasabb rendű parciális deriváltakat.

negáció

Lásd tagadás.

negatív binomiális eloszlás

A geometriai eloszlás általánosítása arra az esetre, amikor egy független kísérletsorozatban valamely *A* esemény *k*-adik bekövetkezését figyeljük meg. Feltesszük, hogy *A* valószínűsége mindegyik kísérletnél ugyanaz a *p* érték. Jelölje *X* azt a valószínűségi változót, amelyik azt adja meg, hogy a kísérlet ismétlései során az *r*-edik kísérletnél fordult elő *k*-adszor az *A* esemény. Ekkor *X* eloszlása

$$P(X = r) = \binom{r-1}{k-1} p^k (1-p)^{r-k} \qquad (k = 1, 2, \ldots,\ r = k, k+1, \ldots).$$

Ez a **negatív binomiális eloszlás**, amelynek magyarázata a következő: A binomiális eloszlás szerint

$$\binom{r-1}{k-1} p^{k-1} (1-p)^{(r-1)-(k-1)} = \binom{r-1}{k-1} p^{k-1} (1-p)^{r-k}$$

a valószínűsége annak, hogy *A* az első $(r-1)$ kísérletben $(k-1)$-szer, a komplementere pedig $\big((r-1)-(k-1)\big) = r-k$ esetben fordul elő. Annak a valószínűsége, hogy az *r*-edik kísérletnél *A* követekezik be, a fenti szám *p*-szerese.

negatív irány

Lásd irányított egyenes.

negatív korreláció

Lásd korreláció.

negatív szám

Nullánál kisebb valós szám.

negyedfokú egyenlet

Negyedfokú polinomra vonatkozó egyenlet.

negyedfokú polinom

Polinom, amelynek legmagasabb kitevőjű tagja negyedfokú.

negyedik egységgyök

Olyan *z* komplex szám, melyre $z^4 = 1$. Négy negyedik egységgyök van, és ezek: $1, i, -1$ és $-i$. Lásd egységgyök.

négyes

Négyes vagy **rendezett négyes**: négy objektum meghatározott sorrendben véve, jelölhető például így: $10^{15} = 10^{6+(\mathbf{4}-1)\times 3}$.

négynégyzetszám-tétel

Lásd Lagrange tétele a négy négyzetszámról.

négyoldal

Négyoldalú sokszög. Lásd teljes négyoldal.

négyszíntétel

1852-ben Francis Guthrie észrevette, hogy Anglia térképét ki lehet négy színnel színezni, úgy, hogy a szomszédos tartományok színe különböző legyen, s ennek nyomán megfogalmazta a sejtést, hogy minden térkép kiszínezhető négy színnel. Az állítás bizonyítását a matematikusok az 1850-es évektől kezdve keresték. 1890-ben Heawood belátta, hogy a színezéshez öt szín elegendő, mígnem 1976-ban Appel és Haken bebizonyították a tételt. Eleinte a matematikusok kételkedtek a bizonyítás helyességében, amely nagyrészt azon alapult, hogy számítógéppel ellenőriztek rengeteg esetet, amelyeket egyesével igen nehéz lenne ellenőrizni. Ezt a bizonyítást azonban ma már általánosan elfogadják, és jelentős teljesítménynek tekintik, bár némelyek továbbra is hangoztatták esztétikai fenntartásaikat.

négyszög

Lásd teljes négyszög.

négyzet

Szabályos négyszög, azaz olyan, amelyiknek négy egyenlő oldala és négy derékszöge van.

négyzet

(hatvány) Szám vagy kifejezés második hatványa, amit úgy kaphatunk meg, hogy önmagával szorozzuk, például $3^2 = 3 \times 3 = 9$, $(a+b)^2 = (a+b) \times (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$.

négyzetek különbsége

Mivel $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, ezért tetszőleges kifejezés, amely a baloldalihoz hasonló formájú – azaz **négyzetek különbsége** – faktorizálható a jobb oldali alakban.

négyzetes középeltérés

Az átlagos négyzetes eltérés (pozitív) négyzetgyöke.

négyzetes mátrix

Olyan mátrix, amelyiknek ugyanannyi sora és oszlopa van.

négyzetes mátrix rendje

Ha az ***A*** mátrixnak *n* sora és *n* oszlopa van, akkor azt mondjuk, hogy ***A*** négyzetes mátrix, és **rendje** *n*.

négyzetgyök

Az a valós szám négyzetgyöke az az x szám, amelynek négyzete $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \to \sum_{i=1}^{n} a_i x_i$. Ha a $a \geq 0$, akkor $\sqrt{a}$n szám nem létezik. Ha a pozitív, akkor két ilyen szám létezik, egy pozitív és egy negatív. Ha , akkor az a szám négyzetgyökei közül a nemnegatívat jelöli.

négyzetszám

Az n^2 alakú egészek, ahol n pozitív egész. A négyzetszámok az $1, 4, 9, 16, 25, \ldots$ számok. Megint másképp: olyan számok, amelyek kifejezhetők egy szám önmagával vett szorzataként.

nem

Lásd tagadás.

nemeukleidészi geometria

Bolyai, Lobacsevszkij és Gauss felfedezése zárta le azt a hosszú, sikertelen kísérletsorozatot, amelyiknek célja volt annak igazolása, hogy a párhuzamossági axióma Eukleidész többi axiómáiból levezethető. Ha a párhuzamossági axióma kivételével Eukleidész összes axiómája teljesül, akkor abszolút geometriához jutunk; ha még azt is tudjuk, hogy a párhuzamossági axióma nem teljesül, akkor **nemeukleidészi geometriákat** kapunk. Közülük a legfontosabb a **hiperbolikus geometria** és az **elliptikus geometria**. Az előbbiben a párhuzamossági axióma helyett az áll, hogy egy egyenesre nem illeszkedő ponton át legalább két olyan egyenes halad, amelyiknek nincs közös pontja az adott egyenessel; az utóbbiban pedig az, hogy a sík bármely két egyenese metszi egymást.

nemfolytonos függvény

Egy függvény, amely nem folytonos.

nemkorlátos függvény

Az f valós-valós függvény **nem korlátos**, ha alulról vagy felülről nem korlátos, azaz tetszőleges $K \in \mathbb{R}+$ esetén létezik olyan $x \in \mathcal{D}f \subset \mathbb{R}$, melyre $|f(x)| > K$. Például a valós számokon értelmezett $x \longrightarrow x^2$ függvény nem korlátos, mert felülről nem korlátos (noha alulról korlátos). Az $x \longrightarrow x$ identitásfüggvény szintén nem korlátos (sem alulról, sem felülről).

nem megszámlálható

A H halmaz **nem megszámlálható**, ha nem létezik bijektív megfeleltetés H és a természetes számok valamely részhalmaza között. Például a $[0, 1]$ intervallum pontjai nem alkotnak megszámlálható halmazt. Az egész-, a páros- és a racionális számok halmaza azonban megszámlálható. A nem megszámlálható halmazoknak bizonyos értelemben több elemük van, mint a megszámlálható halmazoknak.

nemnegatív

Pozitív valós szám vagy a nulla.

nem összefüggő gráf

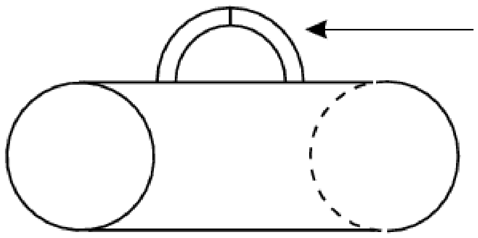
Olyan gráf, amelyben a pontok két vagy több diszjunkt halmazba sorolhatók úgy, hogy a halmazok között nem megy él.

nemparaméteres eljárás

A statisztikai következtetés olyan módszere, amely nem tartalmaz feltevést a vizsgált populáció eloszlásáról. A nemparaméteres próbák gyakran a populáció mediánjára vonatkoznak, és az egyes megfigyelések rangszámát használják. Nemparaméteres próba a Wilcoxon-próba, a Kolmogorov–Szmirnov-próba, és az előjelpróba.

nemszám

A **nemszám** vagy **genus** az a maximális szám, ahányszor egy felület egyszerű zárt görbe mentén kettévágható úgy, hogy a felület még összefüggő marad. Másképp: a „fogantyúk” száma egy felületen.



nem szignifikáns

Ha egy statisztikai próba nem vezet szignifikáns eredményre, akkor lényeges, hogy ezt ne tekintsük a nullhipotézis alátámasztásának; ez éppenhogy erős érv ellene.

nem szimmetrikus

Lásd aszimmetrikus.

nemszinguláris mátrix

A négyzetes ***A*** mátrix **nemszinguláris** (vagy **reguláris**), ha nem szinguláris, azaz ha $\det(\mathbf{A}) \neq 0$, ahol $\det(\mathbf{A})$ jelöli ***A*** determinánsát. Lásd még az inverz mátrixot.

nettó

Ami marad az összes levonandó levonása után. Például egy ház eladása után a **nettó** bevételt megkapjuk, ha az eladási árból levonjuk az ügyvédnek, az ingatlanügynöknek és a további résztvevőknek a járandóságát.

Neumann-feltétel

Parciális differenciálegyenletek egyik típusú peremfeltétele.

Neumann János

(1903–1957) Világhírű magyar matematikus, aki a tiszta és alkalmazott matematika számos ágában maradandót alkotott. Neumann Budapesten született, de 1930-tól az Egyesült Államokban élt. Egyike volt a közgazdasági alkalmazások által motivált optimumszámítás és játékelmélet megalkotóinak, de a halmazelmélet és funkcionálanalízis területén is jelentős eredményeket köszönhetünk neki. A modern elektronikus számítógépek kifejlesztésében és a tárolt program fogalmának megalkotásában Neumann nélkülözhetetlen szerepet játszott. Alapvető fontosságú a kvantummechanika alapjairól írott könyve, valamint halmazelméleti tevékenysége is.

neutrális elem

Az *S* halmazon értelmezett $\circ$kétváltozós műveletre vonatkozóan $e \in S$ egy **neutrális elem**, ha minden $a \in S$ elem esetén $a \circ e = e \circ a = a$ teljesül. Ha a műveletet szorzásnak (összeadásnak) nevezzük, akkor a neutrális elemet **egységelemnek** (**nulla elemnek**) is hívjuk, és az 1 (0) szimbólummal jelöljük. A „neutrális elem ” kifejezés hasznlata mellett az az érv szól, hogy a „nulla elemnek” más definíciója is van (nulla elem).

nevező

Lásd tört.

newton

Az erő SI mértékegysége, rövidítve *N*. Egy newton annak az erőnek a nagysága, amely egy kilogramm tömegű testre hatva egy méter per szekundum a négyzeten gyorsulást eredményez.

Newton, Isaac

(1642–1727) Angol fizikus és matematikus, akinek munkássága meghatározta és forradalmasította a XVII. század matematikáját és fizikáját. Gauss és Einstein szemlátomást őt tekintették minden idők legnagyobb matematikusának. ő alkotta meg a differenciál- és integrálszámítás alapjait, a mechanika elméletét, a gravitációs törvényt, a bolygómozgás elméletét, a binomiális sort, a numerikus analízis Newton-módszerét és az egyenletek elméletének számos fontos tételét. A kritikától való beteges irtózása miatt művének nagy részét nem publikálta. Edmond Halley például 1684-ben azt jelezte Newtonnak, hogy kutatja azt a vonzástörvényt, melyből a bolygómozgás Kepler-törvényei levezethetők. Newton azonnal válaszolt neki, és elküldte a vonzástörvény megfogalmazását (lásd Newton-féle gravitációs erőtörvény), amelyet ő már évekkel azelőtt kidolgozott. A megdöbbent Halley ezután nekiállt rábeszélni Newtont eredményeinek közlésére. (Hooke pedig már 1678-ban fölfedezte az összefüggést, bár igazolni nem tudta.) *Principia* című művének – amely talán a legjelentősebb alkotás a természettudományok történetében – 1687-es kiadásával Newton ezt végül megtette.

Newton-féle gravitációs erőtörvény

Minden más testtől elszigetelt két részecske egymásra gyakorolt vonzóerejét leíró törvény. Tegyük fel, hogy az R_1, illetve R_2 részecske tömege *m*, illetve *M*! Jelölje ***r*** az R_2 részecskétől az R_1 részecskéhez húzott vektort, és jelölje *r* ennek a vektornak az abszolút értékét! Ekkor az R_1 részecskére ható ***F*** erőt az

$$\mathbf{F} = -\frac{\gamma M M}{r^3}\mathbf{r}$$

képlet adja meg, ahol γ a gravitációs állandó. Mivel $\frac{\mathbf{r}}{r}$ egységvektor, ezért az R_1 részecskére ható gravitációs erő nagysága fordítottan arányos a két részecske távolságának négyzetével. Az R_2 részecskére ható erő nagysága megegyezik az R_1 részecskére ható erő nagyságával, és a két erő iránya ellentétes.

Newton-féle interpolációs képlet

Legyen $x_0, x_1, x_2, \ldots x_n$ ekvidisztáns sorozat, azaz olyan, amelyre $x_i = x_0 + ih \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$. Tegyük fel, hogy ismerjük az $f_0 := f(x_0), f_1 := f(x_1), f_2 := f(x_2), \ldots, f_n := f(x_n)$ értékeket *f* függvény esetén. A **Newton-féle első interpolációs képlet** (másképp: **Gregory–Newton-formula** véges differenciák felhasználásával ad közelítést $f(x)$-re, ahol $x := x_0 + \vartheta h$ és $0 < \vartheta < 1$. A képlet szerint ez a függvényérték a következőképpen közelíthető:

$$f(x) \approx f_0 + \vartheta\Delta f_0 + \frac{\vartheta(\vartheta-1)}{2!}\Delta^2 f_0 + \frac{\vartheta(\vartheta-1)(\vartheta-2)}{3!}\Delta^3 f_0 + \ldots$$

Az $f(x) \approx f_0 + \vartheta\Delta f_0$ közelítés megadja a lineáris interpolációnak megfelelő eredményt, az összeghez újabb tagot hozzávéve pedig másodfokú interpolációt kapunk.

Newton-féle interpolációs polinom

Ha az interpoláció egymástól *h* távolságra levő *n* egyenlő közű alappontjai $x_k = x_0 + kh$ $(k = 0, 1, \ldots, n)$ és $y_0, y_1, \ldots, y_n$ tetszőleges számok, akkor pontosan egy olyan legfeljebb *n*-edfokú polinom létezik, amelyik átmegy az

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$$

pontokon – azaz az x_k pontban az y_k $(k = 1, 2, \ldots, n)$ értéket veszi fel. Ezt a **Newton-féle interpolációs polinomot** felírhatjuk az

$$\begin{aligned} f(x) = y_0 + \frac{(x-x_0)}{h}\triangle y_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{2!h^2}\triangle^2 y_0 + \cdots + \\ + \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_n)}{n!h^n}\triangle^n y_0 \end{aligned}$$

alakban, ahol $\triangle y_0 = y_1 - y_0, \triangle^2 y_0 = \triangle y_1 - \triangle y_0, \ldots$ az előremutató differenciák.

Newton-módszer

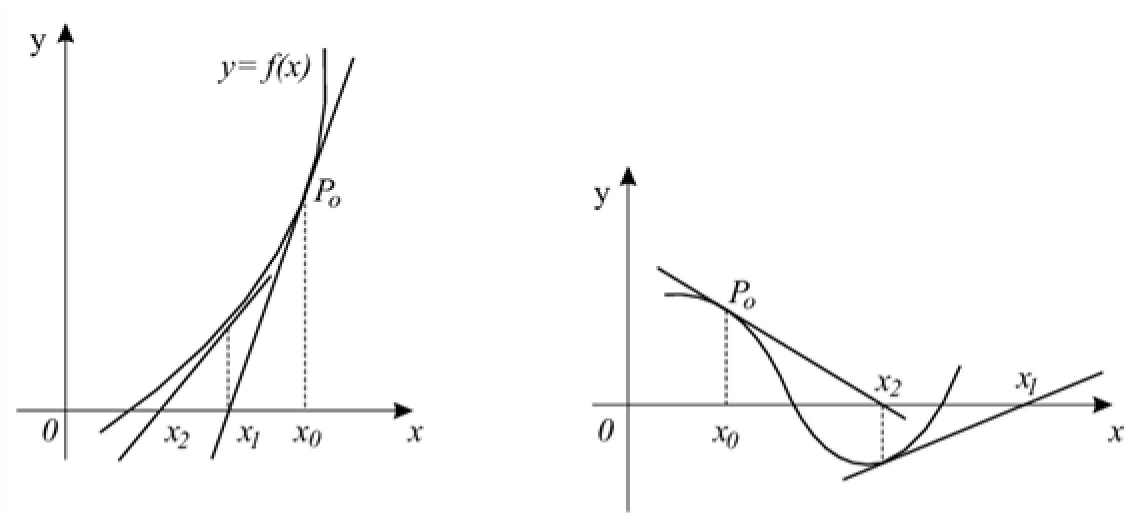
Az $f(x) = 0$ egyenlet gyökei egymás utáni közelítéseinek előállítására használt módszer. Alapgondolata a következő: Legyen x_0 a gyök első közelítése. (Valamilyen ezt az értéket igyekszünk a szóban forgó gyökhöz „elég közel” megválasztani.) Ha a gyök valójában $x_0 + h$, akkor a Taylor-sor első közelítőleg ezt kapjuk: $f(x_0 + h) \approx f(x_0) + hf'(x_0)$. Mivel $f(x_0 + h) = 0$, ezért $h \approx -\frac{f(x_0)}{f'(x_1)}$, így kézenfekvő, hogy

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)},$$

a gyök jobb közelítése. A módszer geometriai jelentése a következő: Legyen P_0 az $(x_0, f(x_0))$ pont (lásd a bal oldali ábrát). Ekkor x_1 az a pont, ahol a görbe P_0 pontbeli érintője metszi az első (*x*-)tengelyt. Ezt az eljárást folytatva kaphatjuk meg az $x_0, x_1, x_2, \cdots$ sorozatot:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots),$$

amelyik tehát bizonyos feltételek esetén a gyök egyre jobb közelítését adja. Előfordulhat azonban az is (egy ilyen esetet illusztrál a jobb oldali ábra), hogy bár az iterációs sorozat képezhető, de tagjai egyre inkább távolodnak a gyöktől.



Newton ütközési törvénye

Lásd ütközési együttható.

Newton–Leibniz-tétel

Lásd integrál.

Newton–Raphson módszer

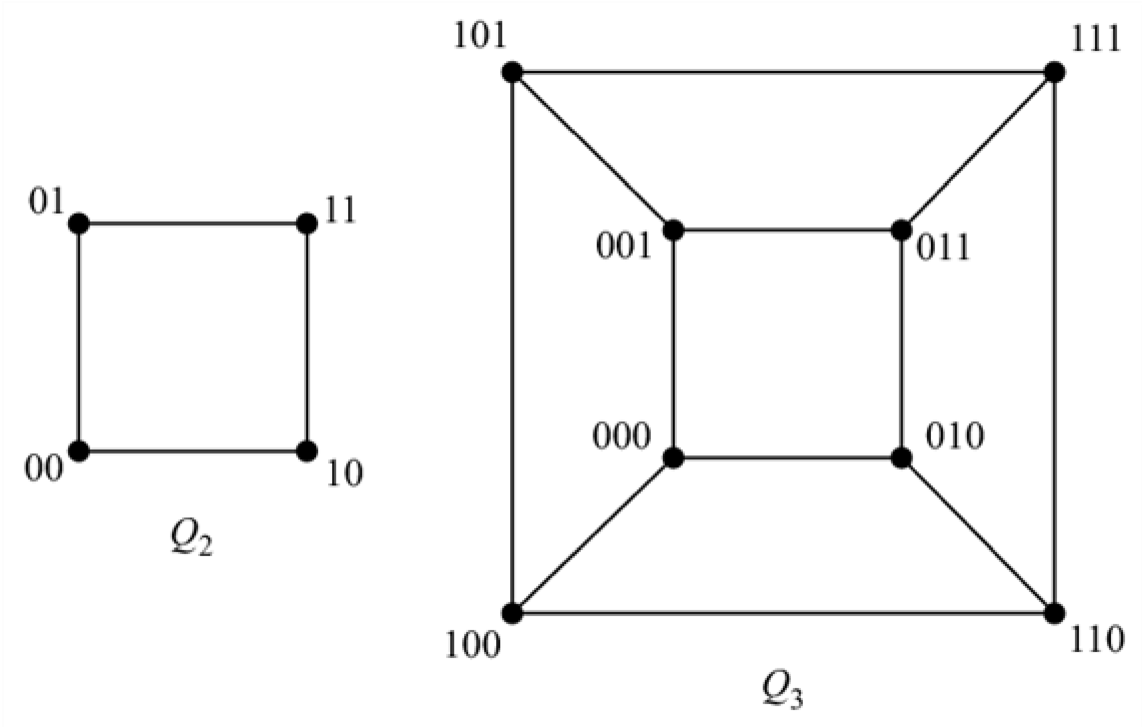
Lásd Newton-módszer.

Neyman, Jerzy

(1894–1981) A hipotézisvizsgálat és a becsléselmélet területén végzett munkájáról ismert statisztikus. ő vezette be a megbízhatósági intervallum fogalmát. A mai Moldávia területén született, néhány évet a londoni University College-on töltött, mielőtt 1938-ban átment volna a University of Californiára, Berkeleybe.

n-kocka

A Q_n szimbólummal jelölt egyszerű gráf, amelynek 2^npontjait és éleit azonosítani lehet egy *n*-dimenziós hiperkocka csúcsaival és éleivel, következésképpen számú pontja van. Ezeket *n* hosszúságú bináris szavakkal lehet címkézni. Q_2t poQ_3 akkor köt össze egy él, ha a címkéik pontosan egy számjegyben különböznek egymástól. A és a gráfot az ábra szemlélteti.



Noether, Emmy (Amalie)

(1882–1935) Német matematikus, a gyűrűk, a nemkommutatív algebrák és az absztrakt algebra egyéb területein végzett magasszintű alkotó tevékenységéről ismert.

nominális

Lásd adat, nominális skála.

nominális skála

Olyan nem sorbarendezhető adatok kategóriáinak halmaza, amelyekből azért osztályok képezhetők, amilyen például a szín vagy a nem. Vő. ordinális skála.

norma

Egy matematikai objektum **normája** az objektum hosszának vagy méretének mértéke. Formálisan egy vektortéren értelmezett, bizonyos tulajdonságoknak eleget tevő nemnegatív értékű függvény. Valós és komplex szám normája az abszolút értéke. További példák: vektornorma, mátrixnorma, egy intervallum felosztásának finomsága.

normális

Lásd felület normálisa, görbe normálisa, normális eloszlás sík normálisa.

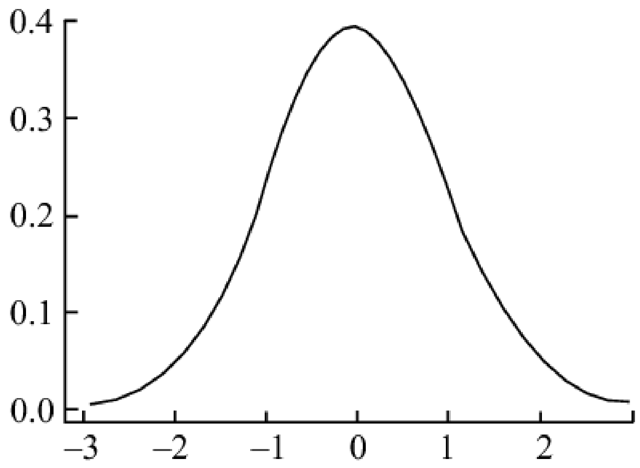
normális eloszlás

Az az $N(\mu, \sigma^2)$ szimbólummal jelölt folytonos valószínűségeloszlás, amelyiknek *f* sűrűségfüggvénye

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2$$
$$\cdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m,$$

Ennek várható értéke μ, szórásnégyzete pedig σ^2. A statisztikában széles körben alkalmazott eloszlás, mivel sok kísérlet eredményez olyan adatokat, amelyek közelítőleg normális eloszlásúak. Igen általános feltételek mellett nem normális eloszlású valószínűségi változók összege közelítőleg normális eloszlású (lásd központi határeloszlás tétel). A binomiális, a Poisson- és a χ^2-eloszlás határeloszlása (a paraméterekkel alkalmas értékhez tartva) szintén normális eloszlás. **Standard normális eloszlásról** beszélünk akkor, ha $\mu = 1$ és $\sigma^2 = 1$.

Ha az *X* valószínűségi változó $N(\mu, \sigma^2)$ eloszlású és $Z = (X - \mu)/\sigma$, akkor *Z* $N(0,1)$ eloszlású. Az $N(0,1)$ eloszlás sűrűségfüggvényét szemlélteti az ábra.



Az alábbi táblázat pedig *z* néhány értékére megadja, hogy az $[\mathbf{A}|\mathbf{b}]$ standard normális eloszlásból származó megfigyelések mekkora hányadának értéke haladja meg *z*-t. Ezek az értékek tehát egyoldali ellenhipotézist tartalmazó próbákhoz használhatók.

z	0	0.5	1.0	1.28	1.5	1.64	1.96	2.33	2.57	3.00	3.5
%	50	30.9	15.9	10.00	6.7	5.0	2.5	1.0	0.5	0.14	0.02

A táblázatban nem található *z* értékekre interpolálhatunk.

normálvektor

A síkra merőleges vektor a sík **normálvektora**, ez a sík minden vektorára merőleges.

növekmény

Korábban használt fogalom; az a mennyiség, amellyel egy adott változó értékét megnöveljük. A növekmény lehet pozitív, negatív vagy nulla, és rendszerint megköveteljük, hogy bizonyos értelemben „kicsi” legyen. Az *x* változó növekményét általában Δx vagy δx jelölte.

növő függvény

Az f v $\delta \to 0$ $x_1 < x_2$ **noton** $f(x_1) \leq f(x_2)$ **növekedő** vagy **monoton növő** az I interval $x_1 < x_2$
minden $f(x_1) < f(x_2)$ esetén . Az f függvény **szigorúan monoton növő**, ha
esetén teljesül.

növő sorozat

Az $a_1, a_2, a_3, \ldots$ sorozat **monoton növekvő**, **monoton növekedő** vagy **monoton növő**, ha $\alpha_3 = |A \cap B \cap C|$ minden *i*-re, és szigorúan monoton növekvő, ha minden *i* esetén $a_i < a_{i+1}$ teljesül.

nulla

Más néven zérus vagy zéró, jele a 0. A nulla a valós számok additív egységeleme, vagyis Z_n tetszőleges $x + 0 = 0 + x = x$ esetén. Továbbmenve, bármely gyűrű additív egységelemére igaz az is, hogy $x \in \mathbb{R}$, ahol *x* tetszőleges gyűrűelem és $x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0$ jelöli a gyűrűszorzást.

nulla elem

Az *S* halmazon értelmezett ·kétváltozós művelet **nulla eleme** olyan ○ elem, melyre $n \in S$ teljesül minden $a \circ n = n \circ a = n$ esetén. A valós számok halmazán értelmezett szorzás nulleleme például egyedül a 0 szám. Gyűrűben az összeadás neutrális eleme egyúttal nullelem a fenti értelemben.

nulla függvény

Más néven **konstans nulla** vagy **azonosan nulla függvény**, olyan *f* függvény, melyre $a \in S$, *f* függvény értelmezési tartományának minden *x* eleme esetén.

nulla mátrix

Bármely olyan mátrix, amelyiknek minden eleme 0.

nulla sorozat

Nulla sorozat vagy **nullsorozat** az olyan sorozat, amelyiknek a határértéke 0.

nullhely

Más néven nullahely vagy zérushely. Lásd gyök.

nullhipotézis

Lásd hipotézisvizsgálat.

nullitás

Az $m \times n$ típusú ***A*** téglalapmátrix **nullitása** az *n* számnak és a mátrix rangjának a különbsége. Ez a szám egyenlő az $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ homogén lineáris egyenletrendszer megoldásai által alkotott altér – ***A*** **magtere** – dimenziójával. Másként fogalmazva ez azon szabad paraméterek száma, amelyek segítségével az egyenletrendszer összes megoldása előállítható. Ezeket a megoldásokat a mátrix redukált lépcsős alakjából kaphatjuk meg.

nullmátrix

Bármely olyan $f(x) = 0$-es mátrix, amelynek minden eleme 0.

nullmértékű

A valós számok egy *H* részhalmazát **nullmértékűnek** mondjuk, ha *H* befedhető megszámlálható sok, tetszőlegesen kicsi összhosszúságú nemelfajuló intervallummal. Jelekkel kifejezve, *H* pontosan akkor nullmértékű, ha bármely $\varepsilon > 0$ pozitív szám esetén léteznek olyan $I_n \quad (n \in \mathbb{N})$ nyílt intervallumok, hogy $H \subset \bigcup_{n=1}^{+\infty} I_n$ és $\sum_{n=1}^{+\infty} |I_n| < \varepsilon$, ahol $|I_n|$ jelenti az I_n intervallum hosszát.

Megmutatható, hogy a véges halmazok, sőt a megszámlálható halmazok mind nullmértékűek. így a racionális számok $\mathbb{Q}$ halmaza nullmértékű, ám az irracionális számok $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ halmaza már nem az. E példák alapján esetleg azt hihetnénk, hogy egy halmaz pontosan akkor nullmértékű, ha megszámlálható – ez azonban nem igaz: vannak olyan halmazok, amelyek nullmértékűek ugyan, de nem megszámlálhatóak, amint azt a nullmértékű, de kontinuum számosságú Cantor-halmaz példája mutatja.

nullosztó

Ha *a* és *b* nullától különböző elemei egy gyűrűnek, és $ab = 0$, akkor *a* és *b* nullosztók. Például a 2×2-es valós mátrixok gyűrűjében,

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

tehát az egyenlőség bal oldalán álló mindkét mátrix nullosztó. A $\mathbb{Z}_6$ gyűrűben, ami a {0,1,2,3,4,5} halmaz az összeadással és a szorzással modulo 6, a 4 elem nullosztó, mivel $4.3 = 0$.

nullvektor

A nulla abszolút értékű vektor; irányát nem értelmezzük. Lásd vektor.

numerikus analízis

A gyakorlat számos olyan matematikai problémát felvet, amelynek a pontos megoldását vagy nem lehet megadni vagy az rendkívül bonyolult lenne. Ilyenkor az egyetlen járható út a numerikus módszerek alkalmazása, azaz a megadott adatokból bizonyos numerikus műveletekkel előállítani a megoldást, illetve annak bizonyos közelítését. A **numerikus analízis** feladata ilyen közelítő eljárások keresése és azok vizsgálata.

A rendkívül erős számítógépek segítségével már igen bonyolult rendszerek is modellezhetőek, ezért a megfelelő számítási eljárások kidolgozása és elemzése egyre fontosabb. A repülőgépek és a nagy teljesítményű autók esetében a modellek elkészítése és tesztelése helyett napjainkban már a számítógépes szimuláció kerül előtérbe.

numerikus deriválás

Az *f* függvény adott pontbeli deriváltjának a közelítésére használatos módszer. A közelítő értéket a függvényértékekből képzett véges differenciákból kapjuk. Például $f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ vagy $f''(x) \approx \frac{f(x+h)-2f(x)+f(x-h)}{h^2}$, ahol *h* egy kis pozitív szám (úgynevezett „növekmény”).

numerikus integrálás

A **numerikus integrálás** módszereivel határozott integrálok közelítő értékét lehet előállítani. Alkalmazásuk több szempontból is hasznos; például azokban az esetekben, amikor az integrandusnak a primitív függvénye nem elemi függvény, vagy azt csak nagyon nehezen lehet kiszámítani. Sokszor az integrandus explicit alakja sem ismeretes, csupán annak értékei vannak megadva az integrálási intervallum bizonyos diszkrét pontjaiban. A legegyszerűbb numerikus integrálási módszerek a trapézszabály és a Simpson-képlet.

17. Ny

nyelő

Egy hálózat olyan pontja, amelyik felé az összes folyam irányul.

nyeregpont

Tegyük fel, hogy egy felület egyenlete $z = f(x, y)$, ahol a *z*-tengely szokásos módon függőlegesen felfelé áll. A felület *P* pontja **nyeregpont**, ha a *P* pontban az érintő sík vízszintes, és ha *P* lokális minimuma egy függőleges metszetként megkapható görbének, míg lokális maximuma egy másiknak. Ezt azért hívják így, mert a ló nyergének középpontja rendelkezik hasonló tulajdonsággal. A hiperbolikus paraboloidnak például az origóban nyeregpontja van. Lásd még stacionárius pont (két változóban).

nyers adat

Olyan adatok, amelyeket még nem elemeztek. A változók értékei, ahogyan feljegyezték őket.

nyílt félsík

Lásd félsík.

nyílt féltér

Lásd féltér.

nyílt gömb

Egy metrikus térben azon pontok halmaza, amelyek távolsága a tér egy adott *a* pontjától adott δ értéknél kisebb, azaz azon *x* pontok halmaza, amelyekre $d(x,a) < \delta$ teljesül. Lásd még metrika.

nyílt halmaz

Metrikus tér olyan részhalmaza, amelyiknek minden pontja körül van teljes egészében a halmazban lévő nyílt gömb.

nyílt intervallum

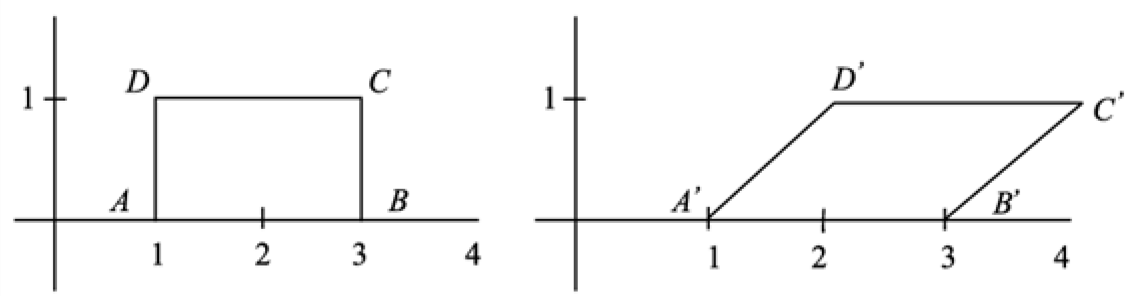
Az (a,b) szimbólummal jelölt $\mathbb{R}$-beli $\{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$ halmaz.

nyílt körlap

Lásd körlap.

nyírás

Olyan transzformáció, amelynél a pontok egy rögzített egyenessel vagy síkkal párhuzamosan mozdulnak el, és az elmozdulásuk nagysága arányos a rögzített egyenestől vagy síktól mért távolságukkal. Nyírás hatására a terület és a térfogat nem változik, téglalap képe parallelogramma, téglatest képe parallelepipedon, ha a rögzített egyenes, illetve sík párhuzamos az egyik éllel.



nyíróerő

Ha két érintkező felület mindegyike olyan erőt fejt ki a másik felületre, amely párhuzamos a felületekkel, akkor ezt az erőt **nyíróerőnek** nevezik.

nyitott mondat

Csak a változó(k) bizonyos értékei esetére igaz állítás. Például ha egy labdát a földről függőlegesen felfelé hajítunk $14.7\mathrm{m/s}$ kezdősebességgel, akkor a lehetséges magasságot az idő függvényében a $h(t) := 14.7t - 4.9t^2$ függvény írja le, de ez nyilván csak a $t \in [0,3]$ értékekre érvényes. Ha más *t* értékeket helyettesítünk be az összefüggésbe, a labda magassága nem megfelelő értékű lesz.

nyolcas számrendszer

A számítástechnikában gyakran használt, nyolcas alapú számrendszer.

nyolcszög

Nyolcoldalú sokszög.

nyom

Egy négyzetes mátrix nyoma nem más, mint a főátlóbeli elemek összege.

nyomás

Tegyük fel, hogy egy *A* nagyságú felületre merőlegesen *F* nagyságú erő hat, és a felület bármely részére ható erő arányos a felület nagyságával! Ekkor a felület mentén a **nyomás** $p := \frac{F}{A}$. Képzeljünk el például egy *m* tömegű, téglatest alakú, egyenletes tömegeloszlású tárgyat! A tárgy az egyik oldalán fekszik. Ennek az oldalnak az élhosszait jelölje *a* és *b*! Ekkor a talaj felszínének azon a részén, amelyen a test nyugszik, $p = \frac{mg}{ab}$ a nyomás, feltéve, hogy a test fölött vákuum van.

Most képzeljünk el egy felül nyitott tartályban nyugalomban lévő, ϱ sűrűségű folyadékot! A folyadék belsejében kijelölt ΔA nagyságú, *h* mélységben található vízszintes felületelemre a felette lévő folyadékmennyiség súlyának megfelelő $\varrho(\Delta A)hg$ erő hat, feltéve, hogy a folyadék fölött vákuum van. így a felület mentén a nyomás $p = \varrho gh$. Megmutatható, hogy a folyadék minden pontjához egyértelműen hozzárendelhető egy nyomásérték. így általában a nyomás egy folyadékban, illetve gázban a hely és az idő skalár értékű függvénye.

A nyomás dimenziója tömeg szorozva hosszúság a mínusz elsőn szorozva idő a mínusz másodikon, SI mértékegysége pedig a pascal.

nyomaték

Lásd impulzusmomentum és tehetetlenségi nyomaték. Az erőhöz tartozó tehetetlenségi nyomatékot gyakran egyszerűen az erő nyomatékának nevezik.

nyomatéki elv

Ha egy egyensúlyban lévő testre erőrendszer hat, akkor az erők bármely pontra vonatkoztatott forgatónyomatékainak eredője zérus. Ennek speciális esete a **nyomatéki elv**: Ha koplanáris erők rendszere hat egy egyensúlyban lévő testre, akkor az erőknek a sík bármely pontjára vonatkoztatott forgatónyomatékai zérus eredőt adnak.

Tegyük fel például, hogy egy könnyű rudat csukló támaszt alá, és hogy a rúdra két részecskét függesztettünk: egy m_1 tömegű részecskét a csuklótól jobbra d_1 távolságban, és egy m_2 tömegű részecskét a csuklótól balra d_2 távolságban. Az m_1 tömegű testre m_1g nagyságú gravitációs erő hat, amelynek a csuklóra vonatkoztatott forgatónyomatéka m_1gd_1 nagyságú, és az óramutató járásával megegyező irányba forgat. Az m_2 tömegű részecskére ható gravitációs erő forgatónyomatéka m_2gd_2 nagyságú, és az óramutató járásával ellentétes irányba forgat. A nyomatéki elv szerint akkor lehet egyensúly, ha $m_1gd_1 = m_2gd_2$.

Vizsgáljuk meg ugyanezt a példát úgy, hogy a forgatónyomatékot vektorként definiáljuk! Válasszuk a csukló helyét origónak, az *x*-tengely pedig legyen párhuzamos a rúddal, és a rúdnak a csuklótól jobbra eső része a tengely pozitív félegyenesén legyen! Az *y*-tengely mutasson függőlegesen felfelé! Az m_1 tömegű részecskére ható gravitációs erő $-m_1g\mathbf{j}$, az erőnek az origóra vonatkoztatott forgatónyomatéka $(d_1\mathbf{i}) \times (-m_1g\mathbf{j}) = -m_1gd_1\mathbf{k}$. Az m_2 tömegű részecskére ható erőnek az origóra vonatkoztatott forgatónyomatéka $(-d_2\mathbf{i}) \times (-m_2g\mathbf{j}) = m_2gd_2\mathbf{k}$. A nyomatéki elvből adódó egyensúlyi feltétel azonos a korábban kapottal.

nyomóerő

Érintkező testek (vagy egy test egymással érintkező részei) között ható erő, amelynek iránya merőleges annak a testnek a felületére, amelyre hat, és a hatásának kitett test felé mutat.

nyújtás

Egy sík nyújtása az *O* pontból egy $c \neq 0$ tényezővel az a transzformáció, amely az *O* pontot helybenhagyja, és a tetszőleges *P* pontot olyan P' pontba visz át, amellyel *P* és P' egy egyenesbe esnek, és $OP' = cOP$. Ez Descartes-féle koordinátákban felírva azt jelenti, hogy $x' = cx, y' = cy$.

nyújthatatlan húr

Lásd nyújthatatlan szál.

nyújthatatlan szál

Olyan szál, melynek hossza állandó, tehát független a szálban fellépő húzóerőtől.

18. O, Ó

okt-, okto-

Szóösszetételek előtagjaként a vele összetett fogalom nyolcszorosát jelenti, „nyolc-”.

oktaéder

Nyolclapú, nem feltétlenül szabályos poliéder. A szabályos oktaéder az öt szabályos test egyike: mindegyik lapja egyenlőoldalú háromszög, 6 csúcsa és 12 éle van.

oktális

Lásd nyolcas számrendszer.

oktáns

A háromdimenziós teret egy Descartes-féle koordináta-rendszer koordinátasíkjai nyolc tartományra osztják. Ezeket nevezzük **oktánsoknak**. Az $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x > 0, y > 0, z > 0\}$ ponthalmazt **pozitív** (vagy **első**) **oktánsnak** is hívjuk. Kétdimenziós megfelelője a kvadráns, általánosítása az *n*-dimenzós esetre az ortáns.

oldal

Valamly sokszög szomszédos csúcspontjait összekötő egyenesszakasz. Valamely poliéder lapjainak egyike.

oldallap

Egy testnek az alaplaptól különböző lapja.

ómega

Az ω szimbólummal jelölt görög „o”-betű. A fizikában gyakran a szögsebesség, a matematikában pedig a legkisebb végtelen számosság – azaz a természetes számok halmazának a számossága – jelölésére használják.

operátor

Operátornak gyakran olyan függvényt szokás nevezni, amelynél az értelmezési tartomány elemei függvények.

optimális

Egy érték vagy egy megoldás **optimális**, ha bizonyos meghatározott értelemben a lehető legjobb. Például egy lineáris programozási problémánál a célfüggvény maximuma/minimuma az optimális érték, és az optimális megoldás olyan vektor, ahol a célfüggvény az optimumot felveszi.

optimális stratégia

Lásd a játékelmélet alaptétele.

optimalitási feltétel

Lásd szimplexmódszer.

optimalizálás

Egy probléma lehető legjobb megoldásának a keresése. A matematikában gyakran ez egy adott függvény minimális vagy maximális értékének a megkeresését jelenti.

optimumelemzés

Amikor számítógépes programmal oldunk meg egy lineáris programozási problémát, a megoldás további információval szolgálhat, például hogy van-e bármilyen tartalék a változókban, vagy valamely kényszer elhagyásához társított értékben. Mivel ezek az információk csak akko válnak ismertté, hogy az algoritmus megadja az optimális megoldást, a **optimumelemzés** elnevezést használhatjuk az ilyen információkat megadó eljárás leírására.

óramutató járásával ellentétes irányú

Ellentétes az óramutató mozgásának szokásos irányával. Égtájakkal kifejezve: É $\longrightarrow$ Ny $\longrightarrow$ D $\longrightarrow$ K. A polárkoordináta-rendszerben ezt vesszük pozitív iránynak.

óramutató járásával megegyező irányú

Az óra mutatójának szokásos mozgásával azonos irányú. Égtájakkal kifejezve az É $\longrightarrow$ K $\longrightarrow$ D $\longrightarrow$ Ny az óramutató járásával megegyező irány.

ordinális adat

Az **ordinális adatok** olyan statisztikai adatok, amelyek rendezhetők, például abból a szempontból, hogy melyik objektum a kedveltebb, de a megfelelő objektumokon valós számot eredményező méréseket esetleg nem tudunk végezni. Ahol sok és bonyolult kritérium szerepel, ott sokszor nem vagyunk képesek sorbarendezni az objektumokat.

ordinális skála

Olyan skála, amelyen az adatok sorbarendezhetők, de nincs mértékegység, amely jelezné a különbségek nagyságát. Ezt, illetve az ezen alapuló ordinális adatokat használjuk a rangkorrelációs együttható kiszámolásánál.

ordináta

A síkbeli Descartes-féle koordináta-rendszer második (*y*-)koordinátája.

origó

Lásd koordináták az egyenesen, koordináták a háromdimenziós térben, koordináták a síkon.

ortáns

Az *n*-dimenzós teret egy Descartes-féle koordináta-rendszer koordinátasíkjai 2^n számú tartományra osztják. Ezeket nevezzük **ortánsoknak**. Az $\{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n | \forall i x_i > 0\}$ ponthalmazt **pozitív** (vagy **első**) **ortánsnak** is hívják. Kétdimenziós speciális esete a kvadráns, háromdimenziós speciális esete az oktáns.

ortogonális bázis

Egy eukleidészi tér páronként ortogonális bázisa. Lásd még ortonormált vektorrendszer.

ortogonális görbék

Két görbe (speciálisan két egyenes) **ortogonális**, ha derékszögben metszik egymást.

ortogonális mátrix

Az ***A*** négyzetes mátrix **ortogonális**, ha $\mathbf{A}^\top\mathbf{A} = \mathbf{I}$, ahol $\mathbf{A}^\top$ az ***A*** mátrix transzponáltja és ***I*** az egységmátrix. A következő tulajdonságok teljesülnek:

1. Ha ***A*** ortogonális, akkor ***A*** invertálható mátrix, és $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^\top$, ui. $\mathbf{A}^\top\mathbf{A} = \mathbf{I}$.
2. Ha ***A*** ortogonális, akkor $\{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$.
3. Ha ***A*** és ***B*** azonos rendű ortogonális mátrix, akkor az $S \times S$ mátrix is ortogonális.

ortogonális polinomok

A pontosan *k*-adfokú $\det(\mathbf{A}) = \pm 1$ polinomok (p_k) sorozata az $[a, b]$ intervallumon **ortogonális** a *w* súlyfüggvényre vonatkozóan, ha

$$\int_a^b p_i(x)p_j(x)w(x)\,\mathrm{d}x = 0, \qquad \text{ha } i \neq j.$$

Ha $\int_a^b p_i(x)p_i(x)w(x)\,\mathrm{d}x = 1$, akkor (p_k) **ortonormált polinomsorozat**.

ortonormált polinomok

Lásd ortogonális polinomok.

ortonormált vektorrendszer

Egy eukleidészi térben páronként merőleges egységvektorok halmaza. A háromdimenziós térben három páronként ortogonális egységvektor **ortonormált bázist** alkot. A háromdimenziós Descartes-féle koordináta-rendszer szokásos ortonormált bázisa a koordinátatengelyek irányába mutató $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ és ***k*** egységvektorokbl áll.

oszcilláció

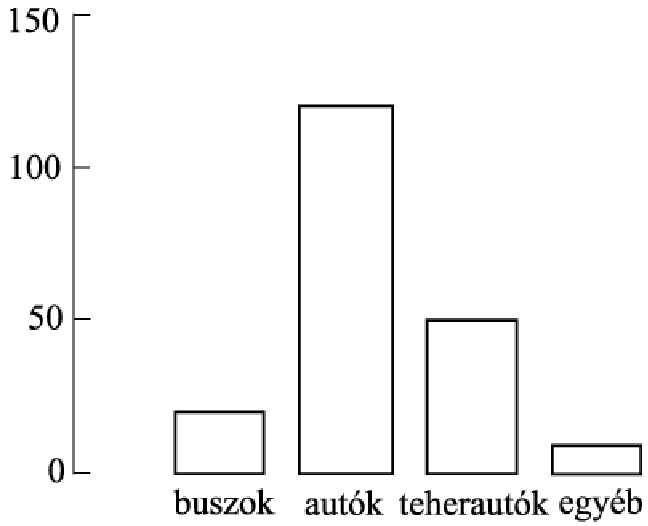
Lásd rezgőmozgás.

oszlopaira nézve sztochasztikus mátrix

Lásd sztochasztikus mátrix.

oszlopdiagramm

Olyan diagramm, amely a nominális vagy diszkrét adatokat gyakorisági eloszlásukkal ábrázolja, amikor viszonylag kevés a lehetséges értékek száma. Oszlopok vagy téglalapok sorozatából áll, amelynek tagjai az egyes értékeknek felelnek meg, a téglalapok magassága pedig arányos a gyakoriságokkal. Az oszlopok egyenlő szélesek és általában nem érintik egymást. Az ábra egy kis közlekedési felmérésben regisztrált különböző fajtájú járművek számát mutatja.



oszlopekvivalencia

Legyen ***A*** és ***B*** két azonos méretű mátrix. Ha az ***A*** mátrix elemi oszlopműveletek sorozatával a ***B*** mátrixra transzformálható, akkor ***A*** és ***B*** **oszlopekvivalens**.

oszlopmátrix

Az a mátrix, amelynek pontosan egy oszlopa van, tehát egy $m \times 1$ méretű,

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}$$

alakú mátrix. Ha adott egy $n \times m$ méretű mátrix, annak oszlopait hasznos lehet úgy kezelni, mint egyedi oszlopmátrixokat.

oszlopművelet

Lásd elemi oszlopművelet.

oszloprang

Lásd rang.

oszloptér

Az a vektortér, amelyet egy mátrix oszlopvektorai generálnak.

oszlopvektor

Lásd oszlopmátrix.

oszt

Legyen *a* és *b* egész szám. Akkor mondjuk, hogy *a* osztja *b*-t (amit így jelölhetünk: $a|b$), ha létezik olyan *c* egész, hogy $ac = b$. Ekkor azt is mondjuk, hogy *a* osztója *b*-nek, *b* osztható *a*-val, *b* többszöröse *a*-nak.

osztályfelbontás

Az *S* halmaz **osztályfelbontása** *S* nem üres részhalmazainak olyan rendszere, amelynél *S* minden eleme pontosan egy részhalmaznak eleme. így *S* az osztályfelbontásban szereplő részhalmazok egyesítése, és az osztályfelbontásban szereplő bármely két különböző részhalmaz diszjunkt. Az *S* halmaz bármely osztályfelbontása ekvivalenciarelációt definiál *S*-en: legyen $a \sim b$, ha *a* és *b* ugyanahhoz a részhalmazhoz tartoznak a felbontásban. Fontos tény, hogy ez megfordítva is igaz: egy *S*-en definiált ekvivalenciareláció osztályfelbontást ad meg *S*-en.

osztályközök

Numerikus adatokat csoportosíthatunk a lehetséges értékek halmaza szerint szétosztva az úgynevezett **oszályközökbe**. Például, ha a szóba jöhető pontszámok egy dolgozatban 0 és 99 között vannak, akkor a $0-19, 20-39, 40-59, 60-79$ és a $80-99$ intervallumokkal csoportokat tudunk definiálni. Gyakran (de nem mindig) az a legjobb, ha egyenlő széles intervallumokat képzünk.

Az osztályköz egyik értékét, általában az intervallum középső pontját használjuk az intervallum reprezentálására, például ezekből számítjuk az átlagot.

oszthatatlan, nem osztható

Egy szám vagy kifejezés nincs meg maradék nélkül egy másik számban vagy kifejezésben: erre azt mondjuk, hogy a második **nem osztható** az elsővel.

osztható

Lásd oszt.

osztó

Lásd oszt.

osztók száma

Az *n* egész szám osztóinak száma, beleértve 1-et és *n*-et is, $d(n)$ jelöli. Például $d(6)=4$, mivel 6 osztói: 1,2,3, és 6. Bármely *p* prímszámra és *k* pozitív egész számra $d(p^k)=k+1$.

19. Ö, Ő

önhivatkozó

Olyan állítás, amely önmagára hivatkozik; paradoxonokhoz vezethet. Például az „ez az állítás hamis" értelmetlen, mivel ha igaz, akkor hamis, ha pedig hamis, akkor igaznak kell lennie.

önkiválasztó minta

A mintavétel talán legrosszabb módja: amikor egy újság, rádió- vagy televízióállomás olyanokat kérdez meg, akik érdekeltek a végeredményben, akkor az eredmények a legnagyobb valószínűség szerint csak a legszélsőségesebb véleményeket tükrözik, ezért tulajdonképpen használhatatlanok.

összeadás

Lásd irányított egyenesszakaszok összeadása, komplex számok összeadása, mátrixok összeadása, vektorok összeadása.

összeadás az n modulusra nézve

Lásd modulo *n* összeadás és szorzás.

összeegyeztethetetlen

Egy egyenletrendszer egyenletei **összeegyeztethetetlenek**, ha a rendszer megoldáshalmaza üres.

összefüggő egyenletek

Olyan (lineáris) egyenletek egy halmaza, melyben legalább egy egyenlet kifejezhető a többi (lineáris) kombinációjaként.

összefüggő események

Lásd független események.

összefüggő gráf

Olyan gráf, melyben bármely pontból bármely pontba vezet út. Tehát egy gráf akkor összefüggő, ha egy darabból áll, azaz pontosan egy komponense van.

összefüggő halmaz

Egy halmaz **összefüggő**, ha nem állítható elő két nem üres halmaz egyesítéseként úgy, hogy egyik részhalmaznak se legyen közös eleme a másik lezártjával.

összefüggő valószínűségi változók

Nem független valószínűségi változók. Az összefüggőség természete azonban különböző kontextusokban egészen különböző lehet, kezdve attól, hogy az egyik változó teljesen meghatározza a másikat, egészen addig, hogy a hatás szélsőségesen gyenge közöttük. Ha például egy zsákban 50% piros és 50% golyó van, és *A* az az esemény, hogy az első kihúzott golyó piros, és *B* az az esemény, hogy a második kihúzott golyó piros, akkor tekintsük a következő két esetet. Először, ha a zsákban mindössze két golyó van, akkor ha *A* előfordul, akkor *B* biztosan nem következhet be, azaz *B* valószínűségét teljesen meghatározza az, hogy tudjuk-e azt, hogy *A* bekövetkezett. Ha azonban a zsákban 1000 golyó van, akkor akkor $P(B|A) = \frac{500}{999}$, s ez a feltételes valószínűség majdnem akkora, mint $P(B)$, vagyis mint amikor semmi információnk nincs az első golyó színéről.

összeg

Lásd összeadás eredménye, mátrixok összeadása.

összegezés jelölése

Az $a_1 + a_2 + \dots a_n$ véges összeg a szigma görög nagybetű felhasználásával így írható:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i.$$

Speciálisan például

$$1^2 + 2^2 + \cdots + 10^2 = \sum_{i=1}^{10} i^2, \quad 1 + x + x^2 + \cdots + x^{n-1} = \sum_{i=1}^{n-1} x^i.$$

(Az itt szereplő *i* összegező index helyett tetszőleges más betű is használható lett volna. Lásd formális változó.) Hasonlóan, használhatjuk a

$$\sum_{i=1}^{+\infty} a_i$$

jelölést az $a_1 + a_2 + \dots$ végtelen összeg jelölésére (sor), és ha ez a végtelen sor konvergens, akkor magát az összeget is ugyanígy jelöljük. Például a

$$\sum_{i=1}^{+\infty} \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$$

végtelen harmonikus sor nem konvergens, míg az $1+x+x^2+x^3+\dots$ mértani sor $-1<x<1$ esetén konvergens, és összege, $\frac{1}{1-x}$ így is jelölhető:

$$\sum_{i=1}^{+\infty} x^i = \frac{1}{1-x} \quad (-1<x<1).$$

összetett állítás

Olyan állítás, amely egyszerű állításokból az „és”, „vagy”, „nem”, „következik” vagy ezek megfelelő szimbólumai használatával tevődik össze. A szóbanforgó egyszerű állítások az összetett állítás komponensei. Például $(p \wedge q) \vee (\neg r)$ összetett állítás, mely a *p*,*q* és *r* komponensekből épül fel.

összetett állítás összetevője

Lásd összetett állítás.

összetett szám

Egy pozitív egész szám összetett szám, ha az nem prímszám, se nem egyenlő eggyel, azaz fel tudjuk írni *hk* szorzat alakjában, ahol *h* és *k* egytől nagyobb egész számok.

összetett tört

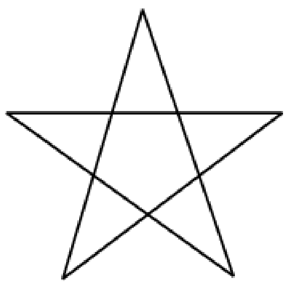
Olyan tört, amelynek a nevezője, vagy a számlálója, vagy mindkettő tartalmaz törtet. Például $\frac{\frac{3}{4}}{1+\frac{2}{3}}$ összetett tört. Lásd egyszerű tört.

összevont becslés

Ha ésszerű feltenni, hogy két összehasonlítani kívánt populáció szórásnégyzete egyenlő, akkor a különbséget legjobban megmutató próba a közös szórásnégyzet egyetlen becslését alkalmazza, és ehhez a két minta összes adatát felhasználja. Az **összevont becslés** $s_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_X}(x_i-\overline{x})^2+\sum_{j=1}^{n_Y}(y_j-\overline{y})^2}{n_X+n_Y-2}$, ahol x_i , y_j mintamegfigyelések két halmaza, rendre n_X és n_Y mintamérettel és $\overline{x}$, $\overline{y}$ mintaátlagokkal.

ötágú csillag

A lenti síkbeli alakzat, egy szabályos ötszög minden második csúcsának összekötésével, vagy az élek metszésig való meghosszabbításával kapható meg.



ötödfokú egyenlet

Ötödfokú polinomra vonatkozó egyenlet.

ötödfokú polinom

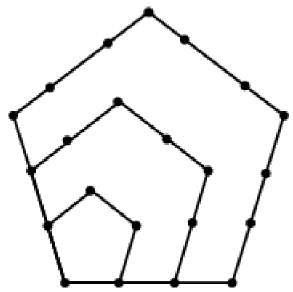
Olyan polinom, amelynek a fokszáma öt.

ötszög

Ötoldalú sokszög.

ötszögszám

Olyan szám, amely egymásba ágyazott ötszögek alakjába rendezhető, ahogy az alábbi ábra mutatja. A sorozat $1, 5, 12, 22, 35, \ldots$, amely előáll $\frac{n}{2}(3n-1)$ alakban $n = 1, 2, 3, \ldots$ esetén.



20. P

p

A piko- előtag rövidítése.

pálya

Egy mozgó részecske helyvektorának végpontja által leírt görbe. Ha a részecskére ható erőt a Newton-féle gravitációs erőtörvény írja le, akkor a pálya ellipszis, parabola vagy hiperbola, és a vonzócentrum mindegyik esetben a fókuszpontban, illetve a fókuszpontok egyikében van.

Papposz

(i.e. 320 körül) Az utolsó nagy görög geométer. Eukleidész és Ptolemaiosz munkáihoz írt magyarázatokat, de legértékesebb műve a *Synagoge* (*Gyűjtemény*), amely sok részletes beszámolót tartalmaz a görög matematikáról, ezek némelyike más forrásból nem ismert.

Papposz tételei

A következő két, forgási felületekre és forgástestekre vonatkozó tétel:

Tétel. Tegyük fel, hogy egy síkgörbe íve egy teljes fordulatot tesz egy olyan síkbeli egyenes körül, amely nem metszi az ívet. Ekkor a kapott forgási felület felszíne egyenlő az ív hossza szorozva a görbe súlypontja által bejárt távolsággal.

Tétel. Tegyük fel, hogy egy síktartomány egy teljes fordulatot tesz egy olyan síkbeli egyenes körül, amely nem metszi a tartományt. Ekkor a kapott forgástest térfogata egyenlő a tartomány területe szorozva a tartomány súlypontja által bejárt távolsággal.

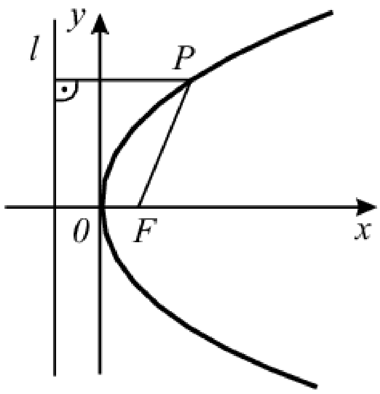
A tételek olyan felszínek és térfogatok kiszámítására használhatók, mint amilyen a tóruszé. Segíthetnek másrészt a súlypont helyének meghatározásában is. Például ha a második tételt használjuk, és ismerjük egy gömb térfogatát, akkor meg tudjuk határozni egy olyan tartomány súlypontját, amelyet egy félkör és egy átmérő határol.

pár

Egy kételemű halmaz, lehet **rendezetlen**, vagy lehet **rendezett**, mint például az (x, y) koordinátapár.

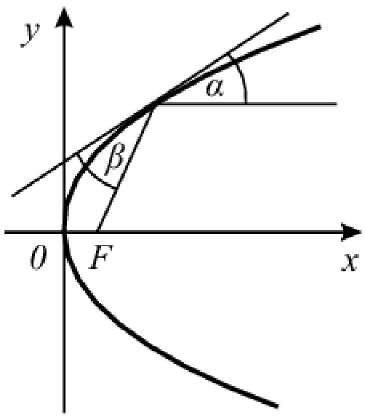
parabola

Olyan kúpszelet, amelynek excentricitása 1. A parabola tehát azon pontokból áll, amelyeknek egy rögzített F ponttól (a **fókuszponttól**) vett távolsága egyenlő egy rögzített l egyenestől (a **vezéregyenestől**) vett távolságával. Megkaphatjuk egy olyan kúp síkmetszeteként is, amelynél a metsző sík párhuzamos a kúp alkotójával (kúpszelet). A fókuszponton átmenő, a vezéregyenesre merőleges egyenes a parabola **tengelye**; az a pont, amelyben a tengely metszi a parabolát: a **csúcspont**. Választhatjuk a csúcspontot az origónak, a parabola tengelyét az *x*-tengelynek, a csúcspontbeli érintőt pedig az *y*-tengelynek és a fókuszt az $(a, 0)$ pontnak. Ebben a koordináta-rendszerben a vezéregyenes egyenlete $x = -a$ lesz, a parabola egyenlete pedig $y^2 = 4ax$. Amikor egy parabola tulajdonságait vizsgáljuk, szokás ezt a kényelmes koordináta-rendszert választani.



Különböző *a* értékek különböző méretű parabolákat adnak, de minden parabola ugyanolyan alakú. *t* bármely értékére az $(at^2, 2at)$ pont kielégíti az $y^2 = 4ax$ egyenletet, és viszont, a parabola bármely pontjának a koordinátái előállnak $(at^2, 2at)$ alakban valamilyen *t* számmal. így az $X(t) = at^2, Y(t) = 2at$ egyenletek az $y^2 = 4ax$ parabola paraméteres egyenleteinek tekinthetők.

A parabola egy fontos tulajdonsága a következő. Legyen α a *P* pontbeli érintő és a *P*-n átmenő, a parabola tengelyével párhuzamos egyenes által bezárt szög. Legyen továbbá β a *P*-beli érintő, valamint a *P*-n és a fókuszon átmenő egyenes közötti szög, ahogy az ábra mutatja.



Ekkor $\alpha = \beta$. Ez a parabolatükör alapja: ha egy fényforrás van a parabolatükör fókuszában, akkor minden fénysugár a tengellyel párhuzamosan verődik vissza, tehát párhuzamos fénynyalábot hoz létre.

parabola tengelye

Lásd parabola.

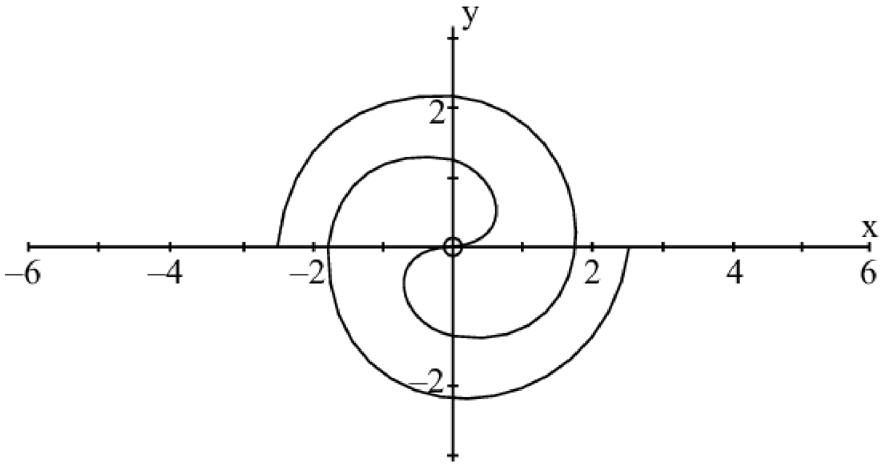
parabolikus henger

Olyan henger, amelynél a rögzített görbe egy parabola, és az a rögzített egyenes, amellyel az alkotók párhuzamosak, merőleges a parabola síkjára. A **parabolikus henger** másodrendű felület, egyenlete alkalmas koordináta-rendszerben

$$\frac{x^2}{a^2} = \frac{y^2}{b^2}.$$

parabolikus spirál

Olyan spirál, amelyben az *r* sugárvektor hosszát polárkoordinátákkal az $r^2(\vartheta) = k\vartheta$ egyenlet határozza meg. Az alábbi diagrammon $k = 1$.



paraboloid

Lásd elliptikus paraboloid és hiperbolikus paraboloid.

paradoxon

Olyan helyzet, amelyben egy nyilvánvalóan ésszerű feltételezés ésszerűtlen következtetéshez vezet. Úgy tűnhet, hogy ha egy bizonyos állítás igaz, akkor abból az következik, hogy hamis; illetve, ha hamis, akkor igaz. Erre példa a Grelling-paradoxon, a a hazug paradoxona és a Russell-paradoxon. Lásd még Zénón, Simpson-paradoxon.

parallelepipedon

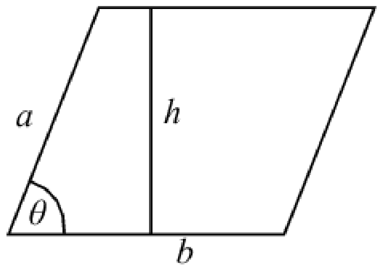
Olyan hatlapú poliéder, amelynek minden oldala egy parallelogramma. (Figyeljünk a szó helyesírására!)

parallelogramma

Olyan négyszög, amelyben

1. a szemközti oldalak párhuzamosak, továbbá
2. a szemközti oldalak egyenlő hosszúak.

Valójában bármely tulajdonságból következik a másik. A parallelogramma területe egyenlő az „alapszor magassággal”. Tehát mondjuk, ha az egyik *b* hosszúságú oldalpár *h* távol van egymástól, a terület *bh* lesz. Illetve, ha a másik pár *a* hossszúságú és a szomszédos oldallal ϑ szöget zárnak be, akkor a terület $ab\sin(\vartheta)$.



parallelogramma-szabály

Lásd vektorok összeadása.

paraméter

(az elméleti matematikában) Olyan változó, amely különböző értékeket vehet fel, ezáltal különböző értékeket ad bizonyos más változóknak. Például, a *t* paraméter segítségével felírhatjuk az $5x_1 + 4x_2 = 7$ egyenlet megoldásait $x_1 = 3 - 4t,\, x_2 = -2 + 5t$ alakban, a $t \in \mathbb{R}$ paraméter függvényében. Lásd még térbeli egyenes paraméteres egyenletei és paraméterezés.

paraméteres egyenlet

Lásd paraméterezés, térbeli egyenes paraméteres egyenletei.

paraméteres statisztika

A matematikai statisztikának az az ága, amely egy populáció eloszlásának paramétereire levonható következtetésekkel foglalkozik a mintából vett megfigyelések és mérések alapján.

paraméterezés

Legyen $I \subset \mathbb{R}$ intervallum, $P : I \longrightarrow \mathbb{R}^2$ folytonos (sőt általában differenciálható) függvény. Akkor a *P* függvény értékkészletét **(sík)görbének** nevezzük, és maga a *P* függvény ennek a görbének egy **paraméterezése**, vagy **paraméteres egyenlete**. Például az $X(t) := at^2, Y(t) := 2at \quad (t \in \mathbb{R})$ egyenletek az $y^2 = 4ax$ parabola paraméteres egyenletei; és $X(t) := a\cos(\vartheta), Y(t) := b\sin(\vartheta) \quad (\vartheta \in [0, 2\pi))$ az

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ellipszis paraméteres egyenletei. A görbe gradiense minden pontban meghatározható, ha $X'(t) \neq 0$, az $y'(X(t)) = Y'(t)/X'(t)$ összefüggésből.

páratlan egész

A $2n + 1$ alakú páratlan számok, ahol *n* tetszőleges egész szám.

páratlan függvény

Az *f* valós függvény **páratlan függvény**, ha minden $x \in \mathcal{D}f$ esetén $-x \in \mathcal{D}f$ és $f(-x) = -f(x)$. Páratlan függvény grafikonja középpontosan szimmetrikus az origóra, ugyanis, ha az (x, y) pont a grafikonon van, akkor $(-x, -y)$ is rajta van. Például *f* páratlan függvény, ha $f(x)$ az alábbi kifejezések bármelyike: *2x*, x^3, $x^7 - 8x^3 + 5x$, $1/(x^3 - x)$, $\sin(x)$, $\mathrm{tg}(x)$, és a függvények értelmezési tartománya a valós számoknak az a legbővebb részhalmaza, amelyen a szóban forgó kifejezés értelmezhető.

páratlan rész

Egy adott egész szám legnagyobb páratlan osztója. A 14 szám páratlan része – amit az $\mathrm{odd}(14)$ szimbólummal jelölünk – tehát 7; $\mathrm{odd}(9) = 9, \quad \mathrm{odd}(8) = 1$ és $\mathrm{odd}(2^n) = 1$ minden pozitív *n* egész szám esetén.

parciális derivált

Tegyük fel, hogy *f* *n* változós valós függvény. Ha

$$\frac{f(x_1 + h, x_2, \ldots, x_n) - f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{h}$$

tart egy határértékhez, amikor $h \longrightarrow 0$, akkor ezt a határértéket az f függvény $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ pontban vett $\partial_1 f(x_1, x_2, \ldots, x_n), \quad f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), \quad f_{x_1}(x_1, x_2, \ldots, x_n), \quad \partial f/\partial x_1$ elölik: . Egy adott függvény esetén ez a parciá x_1 derivált a differenciá $x_2, \ldots, x_n$ ott szabályai szerint számítható ki, úgy deriválva, mintha a függvény csak függvénye lenne, az változókat pedig állandónak tekintve. A többi parciális derivált,

$$\partial_2 f(x_1, x_2, \ldots, x_n), \partial_3 f(x_1, x_2, \ldots, x_n), \ldots, \partial_n f(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

hasonló módon definiálható. Például, ha $f(x,y) = xy^3$, akkor a parciális deriváltak $\partial_1 f(x,y) = f_x(x,y) = \partial f/\partial x = y^3$, $\partial_2 f(x,y) = f_y(x,y) = \partial f/\partial y = 3xy^2$. Lásd még magasabb rendű parciális derivált.

parciális derivált rendje

Lásd a magasabb rendű parciális deriváltakat.

parciális differenciálás

Egy többváltozós függvény parciális deriváltjai meghatározásának folyamata. Azt mondjuk, hogy a $\partial_i f$ parciális deriváltat az f függvényből kapjuk „az *i*-edik változó szerint parciálisan differenciálva”.

parciális differenciálegyenlet

Lásd differenciálegyenlet.

parciális integrálás

Lásd integrálás.

parciális tört

Lásd elemi tört.

Pareto-ábra

Olyan oszlopdiagramm, amelyen a kategóriák gyakoriságuk csökkenő sorrendjében vannak rendezve. Megmutatja, hogy egy adott szituációban melyek a legfontosabb tényezők, és lehetővé teszi, hogy reális költséghaszon-elemzést végezzünk annak megállapítására, hogy milyen intézkedéseket kell tennünk a teljesítmény javítása érdekében.

párhuzamos

Kettő vagy több egyenes vagy sík, amelyek mindig azonos távolságra vannak egymástól, következésképpen sohasem metszik egymást. Ez utóbbi tulajdonság azonban nem elégséges ahhoz, hogy egyenesek párhuzamosak legyenek három dimenzióban, mivel a kitérő egyenesek szintén sosem találkoznak. Párhuzamos egyeneseknek egy síkban kell feküdniük. Néha görbéket és felületeket is párhuzamosaknak mondanak, ha kielégítik az azonos távolságra való elhelyezkedés feltételét, ahol a távolság görbék, illetve felületek között úgy van definiálva, mint a görbe vagy a felület egy rögzített pontja és a másik görbe vagy felület pontjai közötti legrövidebb távolság.

párhuzamossági axióma

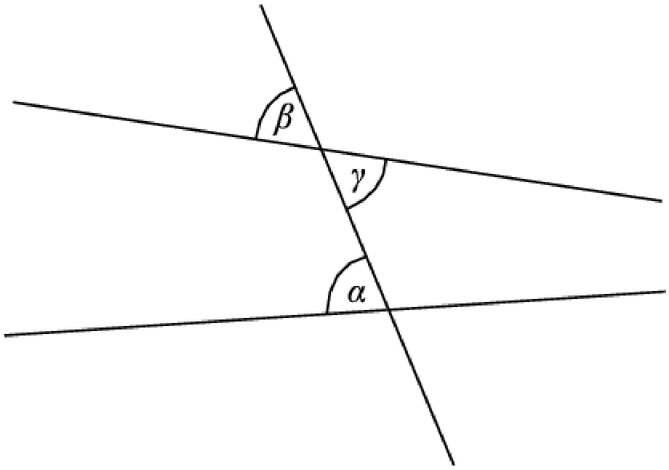
Az eukleidészi geometria egyik axiómája, amely azt mondja ki, hogy ha két egyenest keresztez egy harmadik, és az egyik oldalon a belső szögek összege kisebb, mint két derékszög, akkor a két egyenes azon az oldalon találkozik. Ez ekvivalens a Playfair-féle axiómával, amely azt mondja, hogy ha adott egy pont egy adott egyenesen kívül, akkor pontosan egy olyan egyenes halad át a ponton, amely párhuzamos az adott egyenessel. A tizenkilencedik században Bolyai János és Lobacsevszkij megmutatta, hogy a párhuzamossági axióma független az eukleidészi geometria többi axiómájától, s felfedezték a nemeukleidészi geometriát, amelyben a többi axióma fennáll, de a párhuzamossági axióma nem.

párhuzamos számítás

Ugyanazon feladat részeinek egyidejű végrehajtása több processzor segítségével, az eredmény gyors előállítása érdekében. Vesd össze soros számítás.

párhuzamos szárú szögek

Ha egy sík két egymással párhuzamos *e* és *f* egyenesét egy harmadik *g* egyenes metszi, akkor nyolc szög keletkezik, amelyek közül a két párhuzamos egyenes közé esőt **belső szögnek**, a többit **külső szögnek** nevezzük.



Az ábrán látható β és γ szög **csúcsszögek**, α és γ **váltószögek**, α és β **egyállású szögek**, α és δ **társszögek**, β és δ **mellékszögek**.

paritás

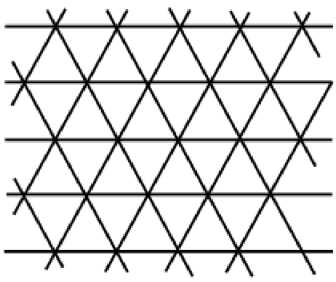
Egy egész szám azon tulajdonsága, hogy páros-e vagy páratlan. Tehát azt mondhatjuk, hogy a 6-nak és a 14-nek ugyanaz a paritása (mindkettő páros), míg 7 és 12 ellentétes paritású.

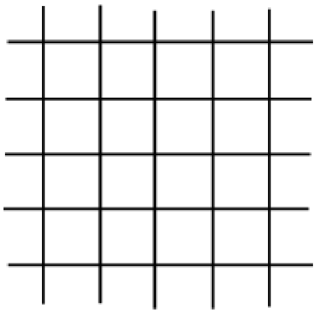
paritásellenőrzés

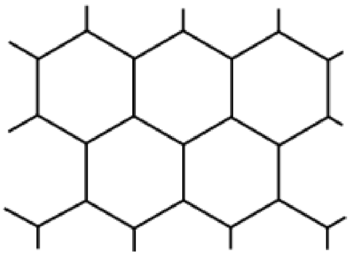
Lásd ellenőrző bit.

parkettázás

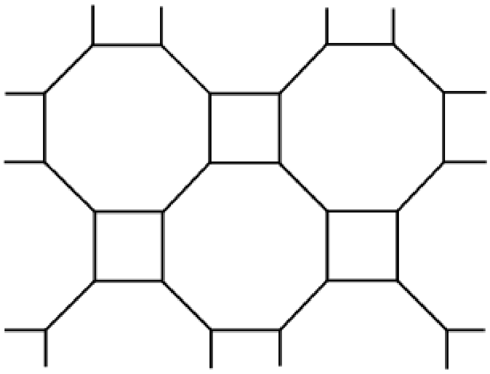
Parkettázásnak (vagy más néven csempézésnek) a sík egy befedését értjük különböző alakzatokkal. Gyakran az alakzatok sokszögek, amelyek valamilyen ismétlődés szerint vannak lerakva. A parkettázás **szabályos**, ha csak egyféle, egybevágó szabályos sokszögeket használunk hozzá. Szabályos parkettázásból az a három létezik, amelyeket az ábra szemléltet: a sokszögek vagy szabályos háromszögek vagy négyzetekkel vagy hatszögek.

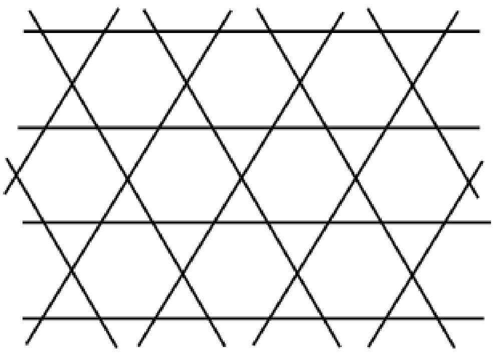






A parkettázás **félig szabályos**, ha csak szabályos sokszögeket tartalmaz, de ezek nem mind egybevágók. Megmutatható, hogy az ilyenekből csak nyolcféle létezik, melyek közül az egyiknek két, tükörszimmetrikus megjelenése lehet. Belátható továbbá, hogy a félig szabályos csempézések csak háromszögeket, négyzeteket, hatszögeket, nyolcszögeket és tizenkétszögeket használhatnak fel. Az alábbi egyik ábra nyolcszögekből és négyzetekből, míg a másik hatszögekből és háromszögekből áll; mindkettő ismerős lehet padlómintázatokból. Ha nem szabályos sokszögeket is megengedünk, a csempézések száma végtelen sokféle lehet. Érdekes ábrák nyerhetők például egybevágó nemszabályos ötszögekből. A témakör(nek is) jeles kutatója Penrose, Roger.





páronként

$\{A_i\}$-n egyes lehetséges párra alkalmazva, amely előállítható egy ha $A_i \cap A_j = \emptyset$. így $i \neq j$ ául, az, hogy **páronként** diszjunkt részhalmazok egy halmaza, azt jelenti, hogy , ha .

páronként diszjunkt

Azt mondjuk, hogy az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ halmazok **páronként diszjunktak**, ha $A_i \cap A_j = \emptyset$ minden *i*-re és *j*-re, ahol $i \neq j$. A kifejezés végtelen sok halmaz esetén is alkalmazható.

páros

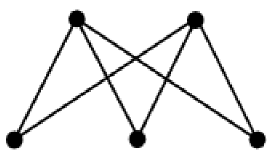
Maradék nélkül osztható kettővel.

páros függvény

Az *f* valós függvény **páros**, ha $f(-x) = f(x)$ minden $x \in \mathcal{D}f$ esetén. Tehát páros függvény grafikonja szimmetrikus az *y*-tengelyre. *f* páros függvény lesz, ha értékét például a következők bármelyikeként definiáljuk: $5, x^2, x^6 - 4^2 + 1, 1/(x^2 - 3), \cos(x)$.

páros gráf

Olyan gráf, melynek a pontjai a V_1 és V_2 diszjunkt halmazba oszthatók úgy, hogy V_1 pontjai közül semelyik kettő között nem halad él, és ugyanígy V_2 pontjai között sem. A $K_{m,n}$ **teljes páros gráf** olyan páros gráf, melynek a V_1 halmazában *m* pontja van, a V_2 halmazában pedig *n* pontja úgy, hogy a V_1 halmazban lévő minden pont és a V_2 halmazban lévő minden pont között halad él.



$K_{2,3}$

párosítás

Páros gráfban élek olyan részhalmazát nevezzük **párosításnak**, amelynél semelyik két élnek nincs közös pontja. A párosítás **maximális**, ha az élek száma a lehető legnagyobb.

párosított kísérleti terv

Olyan kísérleti terv, ahol az alanyokat párba állítják, és a párok egyik tagját egy kezelést kapó csoportba, a másikat pedig egy kontrollcsoportba sorolják. Amikor különböző anyagokon tesztelnek egy mosóport más mosóporhoz viszonyítva, akkor egy ruhadarabot két részre vágnak, vagy egy klinikai tesztnél két csoport betegeit párba állítják kor, nem, súly stb. szerint úgy, hogy a megfeleltetés a lehető legpontosabb legyen: a párok tagjai minél inkább hasonlítsanak egymáshoz. Ezek után a kezeléseket a párokon véletlenszerűen alkalmazzák, és mérik az eredmények közötti különbségeket. E tervezési eljárás előnye, hogy csökkenthető vele az egyedek közötti különbségek hatása, és könnyebben azonosíthatók a kísérleti körülmények okozta eltérések.

párosított mintán alapuló próbák

Tegyük fel, hogy páronként egy bizonyos kapcsolat áll fenn egy-egy megfigyelés között: például szövetdarabokat két részre osztunk és minden egyes darab két fele egy párt alkot. A **párosított mintán alapuló próbák** általában sokkal hatékonyabbak, mint a hasonló kétmintás próbák, mivel a változékonyság egy fő forrását kiiktatják. Ha a párok két tagjának kimenetelei közti különbséget nézzük, mivel az egyedek közötti különbözőség ki van iktatva, könnyebb azonosítani a kísérleti kezelés okozta valódi eltérést.

páros permutáció

Az eredeti sorrend átrendezése páros számú elempár felcserélésével.

partikuláris megoldás

Lásd differenciálegyenlet, elsőrendű lineáris differenciálegyenlet.

pascal

Az SI egységrendszerben a nyomás mértékegysége, rövidítve Pa. Egy Pascal egyenlő egy newton osztva egy négyzetméterrel.

Pascal, Blaise

(1623–1662) Francia matematikus és vallásos filozófus, aki a természettudományokban geometriai, hidrosztatikai és valószínűségszámítási munkásságáról ismert. A Pascal-háromszöget, a binomiális együtthatók elrendezését nem ő fedezte fel, de ő használta valószínűségszámítási tanulmányaiban, amelyről Fermat-val levelezett. Bekapcsolódott a görbék határolta alakzatok területének kiszámítására irányuló munkába is, amely hamarosan az analízishez vezetett. Fő hozzájárulása ehhez a munkához a ciklois egy íve alatti terület meghatározása volt.

Pascal-háromszög

Alább látható az első hét sora számok azon elrendezésének, melyet **Pascal-háromszög** néven ismerünk. Általában, az *n*-edik sor az $\binom{n}{r}$ vagy ${}^{n}C_{r}$ binomiális együtthatókból áll, ahol $r = 0, 1, \ldots, n$. A számok ilyen elrendezéséből látható, hogy az $\binom{n+1}{r}$ szám miért egyenlő az $\binom{n}{r-1}$ és a $\binom{n}{r}$ számok összegével, amelyek tőle fent balra és jobbra helyezkednek el. Például $\binom{7}{3}$ egyenlő 35-tel, ez $\binom{6}{2}$, ami 15 és a $\binom{6}{3}$, azaz 20 összegével egyenlő.

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
 & & & & & & 1 & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & & \\
 & 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 & \\
1 & & 7 & & 21 & & 35 & & 35 & & 21 & & 7 & & 1
\end{array}$$

Pauli, Wolfgang Ernst

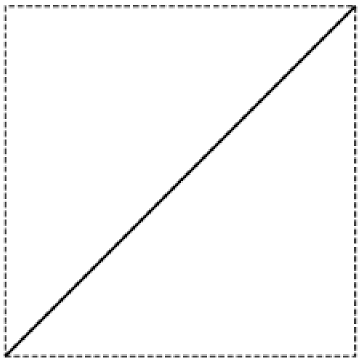
(1900–1958) Osztrák elméleti fizikus, akinek munkássága forradalmasította az atomi viselkedésről alkotott felfogást. Elsőként feltételezte zérus tömegű semleges részecskék létezését, melyeket ő neutronoknak hívott, és amelyek később neutrínó néven váltak ismertté, és ő rendelt elsőként spinkvantumszámot az elektronokhoz. 1945-ben fizikai Nobel-díjjal tüntették ki a **Pauli-féle kizárási elv** felfedezéséért, amely kimondja, hogy két elektron nem rendelkezhet ugyanazokkal a kvantumszámokkal.

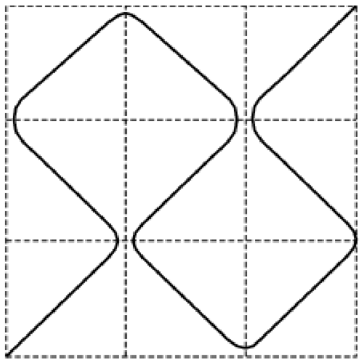
Peano, Giuseppe

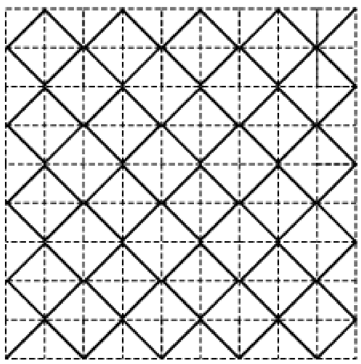
(1858–1932) Olasz matematikus, akinek a matematika axiomatizálását célzó munkássága nagy hatású volt. A szimbolikus logika fejlődéséhez hasznos jelölések bevezetésével is hozzájárult. Az egész számokkal kapcsolatos axiómái fontos fejlődést jelentettek az aritmetika formális elemzésében. ő volt az első, aki példákat adott az úgynevezett térkitöltő görbékre. Alapvető eredményeket ért el differenciálegyenletek megoldásainak létezése és egyértelműsége területén. Egyetemesnyelv-kísérlete a *Latino sine flexione*.

Peano-féle görbe

Vegyük egy négyzet átlóját, ahogyan a baloldali ábrán látható. Cseréljük ezt fel a kisebb négyzetek kilenc átlójával (itt úgy rajzoltuk, hogy látszódjon, milyen sorrendben járjuk végig az átlókat). Cseréljünk fel most ennek minden egyenes szakaszát még kisebb négyzetek kilenc átlójával, hogy a jobboldali eredményt kapjuk. A **Peano-féle görbét** akkor kapjuk, ha ezt a folyamatot a végtelenségig folytatjuk. Az a meglepő tulajdonsága van, hogy a négyzet minden pontján áthalad, és ezért **térkitöltőnek** mondják. Bármely térkitöltő görbe, amit hasonló módon szerkesztünk meg szintén nevezhető Peano-féle görbének.







Pearson, Karl

(1857–1936) Brit statisztikus, aki nagy hatással volt a biológiában és a társadalomtudományokban alkalmazott statisztika fejlődésére. Evolúciós és örökléstani problémáktól indíttatva definiálta az olyan alapvető fogalmakat, mint a szórás, a variációs együttható és (1900-ban) a χ^2-próba. Ez a munka fontos cikkek egy sorozatában jelent meg, amit akkor írt, amikor az alkalmazott matematika, majd az eugenika professzora volt a University College-ban, Londonban.

Pearson-féle korrelációs együttható

Lásd korreláció.

példa

Egy általános állítás specializálása egy konkrét esetre. Egy általános állítás megcáfolásához egyetlen ellenpélda elég, de akárhány példa sem bizonyíték rá. Például egy kör *n* különböző pontját összekötve $f(x, y(x)) = f(x_0, y_0)$ húr keletkezik, ha *n* rendre $1, 2, 4, 8, 16$. A húrok számai itt $1, 2, 3, 4, 5$

alakúak, de 2^{n-1} esetén 31 húr keletkezik, tehát az általános kifejezés nem $n = 6$. Valójában ez egy negyedfokú kifejezés.

példány

Speciális eset, gyakran egy általános kifejezésből kapható a paraméterek közül egy vagy néhány rögzítésével.

Pell, John

(1610–1685) Angol matematikus, akinek a Pell-féle egyenlet őrizte meg nevét, amelyet (ugyan Euler nyomán, de) helytelenül tulajdonítanak neki.

Pell-féle egyenlet

Az $x^2 = ny^2 + 1$ diophantoszi egyenlet, amelyben *n* pozitív egész szám, nem teljes négyzet. Ilyen egyenletek megoldására szolgáló módszereket Arkhimédész ideje óta kutatnak. Speciális eseteket oldott meg Bhāskara. Fermat látszólag értette, hogy mindig létezik végtelenül sok megoldás, erre bizonyítást Lagrange adott. Az egyenletet Euler nevezte el Pellről – helytelenül.

Penrose, Roger

(1931–) Brit matematikus és elméleti fizikus, aki 25 éven át volt az Oxfordi Egyetem matematikaprofesszora. 1988-ban Stephen Hawkinggal együtt fizikai Wolf-díjjal tüntették ki, de együttműködött más matematikusokkal is, aminek eredményeként fontos cikkeket tett közzé a kozmológia, a topológia és a sokaságok tárgykörében, valamint a tvisztorelméletről, amelynek célja a kvantumelmélet és a relativitáselmélet egyesítése a geometria és az algebra segítségével. Népszerű tudományos művek szerzőjeként is ismert, amelyek közérthető stílusukkal széles körben teszik ismertté a friss tudományos eredményeket.

penta-

Ötöt jelentő előtag.

percentilis

Lásd kvantilis.

perdület

Lásd impulzusmomentum.

perdületmegmaradás

Lásd impulzusmomentum-megmaradás.

peremeloszlás

Tegyük fel, hogy az *X* és *Y* diszkrét valószínűségi változók együttes eloszlása p_{ij}, ahol $i \in \{1, \ldots, n\}, j \in \{1, \ldots, k\}$. Ekkor *X* **peremeloszlása** vagy **marginális eloszlása**

$$p_i = \sum_{j=1}^{k} p_{ij}, \quad i \in \{1, \ldots, n\}.$$

Hasonlóképpen adható meg *Y* peremeloszlása is.

Tegyük fel, hogy *X* és *Y* folytonos eloszlású valószínűségi változók, melyek együttes sűrűségfüggvénye *f*. Ekkor *X* peremeloszlása az az eloszlás, melynek sűrűségfüggvénye

$$f_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, t)\,\mathrm{d}t.$$

peremérték-feladat

Egy differenciálegyenlet egy tartományon, a peremfeltételekkel együtt.

peremfeltétel

Differenciálegyenletek megoldására az értelmezési tartomány határán kirótt feltételek, amelyek egy partikuláris megoldást határozhatnak meg.

Pergai Apollóniosz

Lásd Apollóniosz.

perigeum

Lásd apszis.

perihélium

Lásd apszis.

periodikus

Lásd periódus.

periódus

Ha valamely *p* értékre $f(x+p)=f(x)$ minden olyan *x*-re, amelyre *x* és $x+p$ is benne van *f* értelmezési tartományában, akkor az *f* függvény **periodikus**, és **periódusa** *p*. Például $\cos$ periodikus 2π szerint, hiszen $\cos(x+2\pi)=\cos(x)$ minden *x*-re; vagy fokokat használva, $\cos x^{\circ}$ periodikus, periódusa 360°, hiszen $\cos(x^{\circ}+360^{\circ})=\cos(x^{\circ})$ minden *x*-re. A legkisebb ilyen tulajdonságú *p*-t nevezik **alapperiódusnak**.

periódusidő

A mechanikában bármely jelenség, amely szabályszerűen ismétlődik, periodikusnak mondható; a jelenség legközelebbi megismétlődéséig eltelt időt hívják **periódusidőnek** vagy peródusnak. Azt mondják, hogy a mozgás ismételt **ciklusokból** áll, a periódus az az idő, amely alatt egy ciklus végbemegy. Tegyük fel, hogy $x(t)=A\sin(\omega t+\alpha)$, ahol $A(>0)$, ω és α állandó. Ez megadhatja például egy egyenes vonalon mozgó részecske $x(t)$ kitérését a *t* időpontban. Ez a részecske így az origó körül oszcillál. A periódus az egy teljes oszcillációhoz szükséges idő, és $2\pi/\omega$-val egyenlő.

permutáció

Elemi szinten *n* darab tárgy egy **(ismétlés nélküli) permutációját** úgy képzelhetjük el, mint a tárgyak egy elrendezését vagy átrendezését. A permutációk száma *n* tárgy esetében egyenlő $n!$-sal.

Tegyük fel, hogy az *n* tárgy *k* különböző féle lehet, ahol r_1 darab van az egyik fajtából, r_2 a másikból és így tovább. Az *n* tárgy különböző **ismétléses permutációinak** száma

$$\frac{n!}{r_1!r_2!\dots r_k!},$$

ahol $r_1+r_2+\cdots+r_k=n$. Például a „KELEPEL” szó különböző anagrammáinak a száma $7!/3!2!$, ami 420-szal egyenlő.

Ha az *n* tárgyból egyszerre *r*-et veszünk, akkor ezek **ismétlés nélküli variációinak** száma egyenlő $n(n-1)\dots(n-r+1)$-gyel, ami másrészt $n!/(n-r)!$. Például az A,B,C,D elemeknek 12 permutációja van, ha egyszerre kettőt veszünk ki közülük: $AB,AC,AD,BA,BC,BD,CA,CB,CD,DA,DB,DC$. Ha az *n* tárgyból egyszerre úgy veszünk *r* számút, hogy közöttük azonosak is lehetnek, akkor ezek **ismétléses variációkat** alkotnak, számuk n^r.

Ha az *n* tárgyból egyszerre *r*-et veszünk $\binom{n}{r}$és nem vagyunk tekintettel a sorrendre, akkor ezek **(ismétlés nélküli) kombinációinak** száma egyenlő $\binom{n+r-1}{r}$en túlmenően az elemek még ismétlődhetnek is, akkor **ismétléses kombinációkhoz** jutunk, számuk .

Egy magasabb szinten egy *X* halmaz egy **permutációját** egy *X*-ből *X*-re való bijekcióként definiáljuk.

permutációcsoport

Permutációk csoportot alkotó halmaza, ahol a szorzás a permutációk egymás utáni alkalmazása. A teljes permutációcsoport, amelyet **szimmetrikus csoportnak** is nevezünk, $n!$ darab elemből fog állni, elemei az *n* tárgy összes permutációi. Az összes páros permutációból álló részcsoportot **alternáló csoportnak** nevezzük.

permutációk és kombinációk

Annak a megszámlálása, hogy tárgyakat hányféleképpen lehet egy bizonyos sorrendbe rendezni. Lásd permutáció, kombináció.

permutáló mátrix

Olyan $n \times n$-es mátrix, amelynek minden sorában és oszlopában egyetlen 1-es van, az összes többi elem 0. Ilyen mátrixokkal valamely halmaz *n* elemének egy permutációját reprezentálhatjuk. Például arra, hogy leképezzük az $1, 2, 3$ számhármast az $1, 3, 2$ számhármasra, az

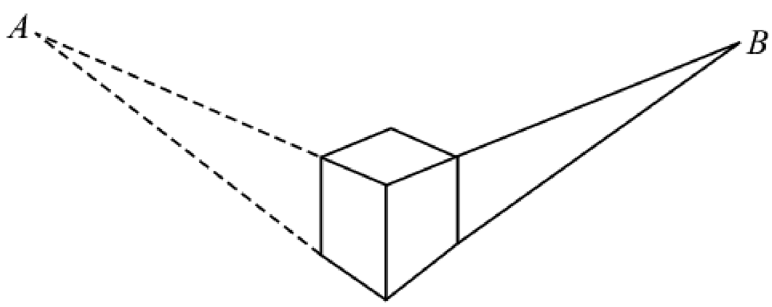
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

mátrixot használnánk, mivel

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

perspektíva

Annak művészete és matematikája, hogy hogyan lehet megjeleníteni kétdimenziós ábrán három dimenziót. A térbeli egyenes vonalak egyenesként jelennek meg a képen. A kép síkjával párhuzamos egyenesek párhuzamosokként jelennek meg a képen. Más, a térben párhuzamos egyenesek egy **enyészpontban** találkoznak, és minden új irányhoz másik enyészpont kell. Példának lásd az alábbi ábrát két enyészponttal. Lásd még projektív geometria.



p érték

Annak a valószínűsége, hogy egy adott próbastatisztika éppen a megfigyelt értéket veszi fel, vagy annál kevésbé valószínűt, feltéve, hogy a nullhipotézis igaz volt. Míg a legtöbb könyvben a kritikus értékek alapján készítenek próbákat a hipotézisek ellenőrzésére, vagy előre meghatározott szignifikanciaszinthez konstruálnak kritikus tartományokat, majdnem minden publikált statisztika és számítógépes program a próbák kimenetelét az aktuális *p* értékkel adja meg.

perturbáció

A paraméterértékek kis megváltozása egy egyenletben vagy egy optimalizálási problémában. Nem egyszer arra használjuk, hogy megvizsgáljuk egy helyzet stabilitását, vagy hogy azonosítsuk a keresett megoldást.

perturbáció

(a mechanikában) Például egy mozgó részecskének a pályájáról való kismértékű kitérítése, vagy egy potenciál kismértékű megváltoztatása.

peta-

SI mértékegységek előtagjaként a 10^{15}-nel való szorzást jelöli.

π

A körvonal hossza osztva az átmérő hosszával ugyanannyi, bármekkora kört is veszünk: ennek a hányadosnak az értéke π, nyolc tizedes jegyig: 3.14159265. Néha $\frac{22}{7}$-del közelítik, de π tizedes kifejtése nem véges és nem is ismétlődő, ahogyan azt Lambert 1761-ben megmutatta: a π szám irracionális. 1882-ben Lindemann bebizonyította, hogy a π egyben transzcendens szám is. A szám olyan összefüggésekben fordul elő, amelyeknek látszólag nincs köze a körrel kapcsolatos definicióhoz. Például:

$$\begin{aligned}
\frac{\pi}{4} &= 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots, \\
-\frac{\pi^2}{6} &= 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \ldots, \\
\frac{\pi}{2} &= \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{7} \times \frac{8}{9} \times \ldots \\
&= \prod_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2}{4n^2 - 1}
\end{aligned}$$

(ez utóbbi a **Wallis-szorzat**).

Picard-féle iteráció

Iterációs módszer közönséges differenciálegyenletek megoldására.

piko-

SI mértékegységek előtagjaként a 10^{-12}-nel való szorzást jelöli.

pillanatnyi

Egy adott időpontban előforduló, időtartam nélküli. Például egy test sebessége a helyfüggvény idő szerinti deriváltja egy adott időpontban, definíció szerint a $(t, t+h)$ intervallumhoz tartozó $\frac{s(t+h)-s(t)}{h}$ átlagos sebesség, ha $h \longrightarrow 0$.

pillangó effektus

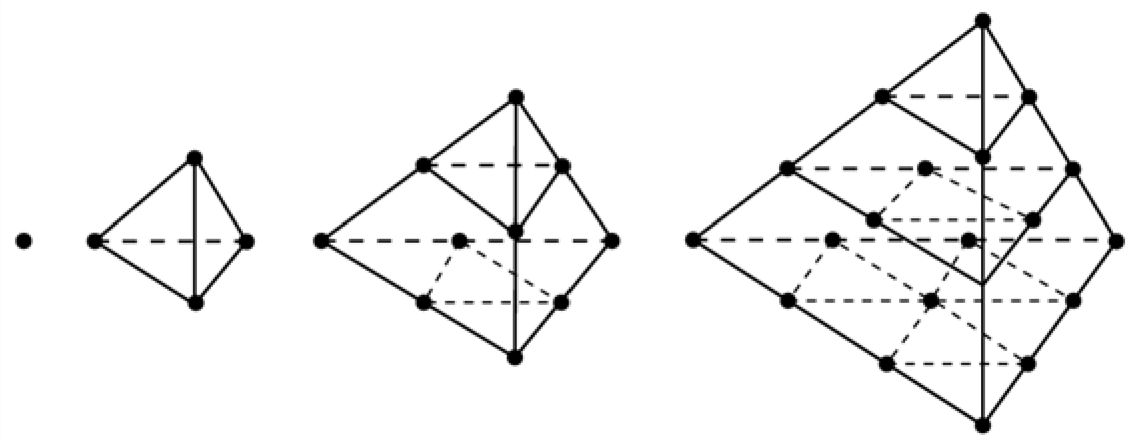
Lásd káosz.

pillangóeffektus

Lásd káosz.

piramisszám

$\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$ alakú szám, ahol *n* pozitív egész számot jelöl. Az *n*-edik piramisszám nem más, mint az első *n* háromszögszám összege. Az első néhány piramisszám: 1, 4, 10 és 20. Az elnevezés oka az ábráról olvasható le.



placebo

A placebo ugyanolyannak tűnik, mintha kezelnénk egy vizsgálat résztvevőjét, (legyakrabban egy gyógyszer vagy egyéb klinikai kezelés esetén) de nincs hatásos összetevője. Kontroll csoportokban alkalmazzák, azoknak a pozitív hatásoknak a kiszűrésére, amelyeket a páciensek pusztán azért tapasztalnak, mert azt hiszik, olyasmit szednek, ami használ.

Planck, Max Karl Ernst Ludwig

(1858–1947) Német elméleti fizikus, aki a termodinamika területén végzett kutatásai során az energia és a hullámhossz közötti kapcsolatot vizsgálta. Eredményeiért – melyek hozzájárultak a később kifejlesztett kvantummechanika megalapozásához – 1918-ban fizikai Nobel-díjjal tüntették ki.

platóni test

Lásd szabályos test.

Playfair-féle axióma

Az az axióma, amely kimondja, hogy ha adva van egy egyenes és rajta kívül egy pont, akkor pontosan egy olyan egyenes van, amely átmegy a ponton és párhuzamos az egyenessel. Ez ekvivalens Eukleidésznek a párhuzamossági posztulátumával. Az axióma előfordul John Playfairnek egy könyvében, aki brit geológus és matematikus volt (1748–1819), ezért nevezték el róla.

pluszjel

A $+$ szimbólumot két (illetve több) szám összeadásának jelölésére használjuk, esetenként pedig más, hasonló tulajdonságokkal rendelkező kétváltozós műveletre. Egy mennyiség pozitivitásának jelölésére is használható, habár a $+$ vagy a $-$ előjel hiányában a mennyiségek pozitívnak veendő.

Poincaré, Jules Henri

(1854–1912) Francia matematikus, aki az utolsó olyan matematikusnak tekinthető, aki a matematika egész területén alkotott. A matematika egyik ágáról a másikra vándorolt, jelentősen hozzájárulva a legtöbb területhez – „inkább hódító, mint gyarmatosító”, mondták róla. Az elméleti matematikában a topológia egyik fő alapítójának, illetve az úgynevezett automorf függvények felfedezőjének tekintik. Az alkalmazott matematikában az égi mechanikát kvalitatív szempontból vizsgáló elméleti munkájáról emlékezetes, amely valószínűleg a legfontosabb munka volt ezen a területen Laplace és Lagrange óta. A két területet összekötő és motiváló új tudományág a differenciálegyenletek általa kezdeményezett kvalitatív elmélete. Nem kevésbé fontos eredménye egy könyvsorozat, amely mindkét értelemben népszerű, még ma is erősen ajánlott minden feltörekvő ifjú matematikusnak.

Poisson, Siméon-Denis

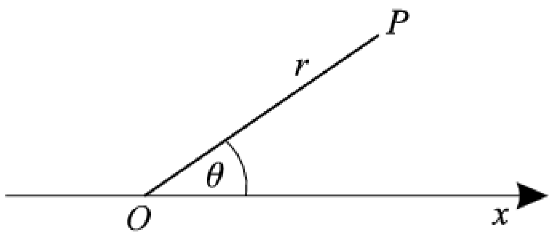
(1781–1840) Francia matematikus, aki Laplace és Lagrange tanítványa és barátja volt. Kiterjesztette az égi mechanikával kapcsolatos munkásságukat és kiváló eredményekkel gazdagította az elektromosságtan és mágnesességtan területeit. A valószínűségszámításról 1837-ben írt fontos cikkében vezette be azt az eloszlást, ami róla kapta a nevét és megfogalmazta a nagy számok törvényét. Lásd még a nagy számok gyenge törvénye.

Poisson-eloszlás

Az a diszkrét valószínűségeloszlás, amelyre $P(X=r)=\exp(-\lambda)\lambda^r/r! \quad (r=0,1,\ldots)$, ahol λ pozitív paraméter. Ennek mind az átlaga, mind a szórásnégyzete λ-val egyenlő. A Poisson-eloszlás *r*-edik tagja megadja annak a valószínűségét, hogy egy esemény *r*-szer következik be egy bizonyos időtartam alatt, azon feltételek mellett, hogy az esemény véletlenszerűen következik be, de a bekövetkezések átlagos sebessége állandó. Használható a binomiális eloszlás közelítéseként, amikor *n* nagy és *p* kicsi, és $\lambda=np$.

polárkoordináták

Tegyük fel, hogy a sík *O* pontját választjuk origónak, és legyen *Ox* egy az *O* ponton átmenő, adott egységnyi hosszúságú irányított egyenes. A sík minden *P* pontjára legyen $r=|OP|$, és legyen ϑ az a szög (radiánban), amelyet *OP* bezár *Ox*-szel, az *Ox*-től az óra járásával ellentétes (azaz pozitív) irányban haladva, és a ϑ szögre $0\le\vartheta<2\pi$ teljesül. Ekkor (r,ϑ) a *P* **polárkoordinátái**. (Az *O* pont nem tartozik ϑ egyik értékéhez sem, hanem egyszerűen azt mondjuk, hogy $r=0$-hoz tartozik.) Ha a *P* polárkoordinátái (r,ϑ), akkor $(r,\vartheta+2k\pi)$, ahol *k* egész szám, szintén lehetnek *P* polárkoordinátái.



Tegyük fel, hogy Descartes-féle koordináta-rendszert is bevezettünk ugyanazzal a origóval és egységhosszal és pozitív *x*-tengellyel az irányított *Ox* egyenes mentén. Ekkor a *P* pont (x,y) Descartes-féle koordinátái így határozhatók meg az (r,ϑ) polárkoordinátákból, $x=r\cos(\vartheta), y=r\sin(\vartheta)$. Fordítva, a polárkoordináták a Descartes-félékből a következőképp: $r=\sqrt{x^2+y^2}$, ϑ pedig olyan, hogy

$$\cos(\vartheta)=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}, \qquad \sin(\vartheta)=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

(Igaz, hogy ha $x\ne 0$, $\vartheta=\tan^{-1}(y/x)$, de ez nem elegendő ϑ egyértelmű meghatározásához.) Bizonyos körülmények között egyes szerzők megengedik *r* negativitását, amely esetben az $(-r,\vartheta)$ polárkoordináták ugyanazt a pontot adják meg, mint az $(r,\vartheta+\pi)$.

A mechanikában hasznos, hogy ha a *P* pont polárkoordinátái (r,ϑ), akkor definiáljuk az $\mathbf{e}_r$ és $\mathbf{e}_\vartheta$ vektorokat az $\mathbf{e}_r=\mathbf{i}\cos(\vartheta)+\mathbf{j}\sin(\vartheta)$ és a $\mathbf{e}_\vartheta=-\mathbf{i}\sin(\vartheta)+\mathbf{j}\cos(\vartheta)$ vektor segítségével, ahol ***i*** és ***j*** a pozitív *x*- és *y*-tengely irányába eső egységvektorok. Ekkor $\mathbf{e}_r$ az *OP* mentén az *r* növekedésének irányába mutató egységvektor, illetve $\mathbf{e}_\vartheta$ egy erre merőleges, a ϑ növekedésének irányába mutató egységvektor. Ezek a vektorok kielégítik az $\mathbf{e}_r\cdot\mathbf{e}_\vartheta=0$ és a $\mathbf{e}_r\times\mathbf{e}_\vartheta=\mathbf{k}$, egyenleteket, ahol $\mathbf{k}=\mathbf{i}\times\mathbf{j}$.

polárkoordinátás egyenlet

$f(\vartheta)$, ϑe egyenletét polárkoordinátákban általában $r = f(\vartheta)$ alakban írjuk, ami annak rövidítése, hogy az koordinátájú pontok tartoznak hozzá. Néhány jól ismert görbe **polárkoordinátás egyenletét** soroltuk fel az alábbi táblázatban.

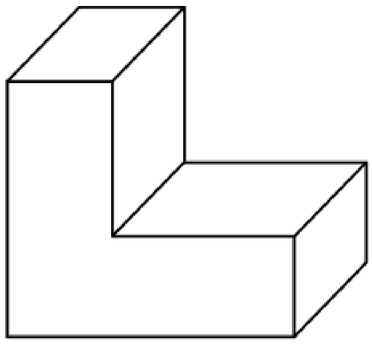
Görbe		poláregyenlet	
körvonal	$x^2 + y^2 = 1$	$r = 1$	
félegyenes	$y = x \quad (x > 0)$	$\vartheta = \frac{\pi}{4}$	
egyenes	$x = 1$	$r = \sec(\vartheta)$	$(-\frac{1}{2}\pi < \vartheta < \frac{1}{2}\pi)$
egyenes	$y = 1$	$r = \operatorname{cosec}(\vartheta)$	$(0 < \vartheta < \pi)$
körvonal	$x^2 + y^2 - 2ax = 0$	$r = 2a\cos(\vartheta)$	$(-\frac{1}{2}\pi < \vartheta \leq \frac{1}{2}\pi)$
körvonal	$x^2 + y^2 - 2by = 0$	$r = 2b\sin(\vartheta)$	$(0 \leq \vartheta < \pi)$
kardioid	Lásd kardioid	$r = 2a(1 + \cos(\vartheta))$	$(-\pi < \vartheta \leq \pi)$
kúpszelet	Lásd kúpszelet	$1/r = 1 + \varepsilon\cos(\vartheta)$	$(\cos(\vartheta) \neq -1/\varepsilon)$

polártengely

A polárkoordináta-rendszer tengelye, amelytől a szöget mérjük.

poliéder

Néhány sokszöglap oldal által határolt test. Ez a meghatározás olyan poliédereket is magában foglal, mint például az alábbi ábrán látható, de gyakran az ilyen fajtákat ki szeretnénk zárni a tárgyalásból, és azt szeretnénk feltételezni, hogy egy poliéder konvex.



Egy konvex poliéder véges tartomány, néhány síklap által határolt test, ahol a tartomány úgy helyezkedik el, hogy teljes egészében minden egyes lap síkjának az egyik oldalán fekszik. A poliéder minden éle két csúcsot köt össze, és minden él két lap közös éle.

Egy konvex poliéderben a csúcsok, élek és oldalak száma közötti kapcsolatot a poliéderekre vonatkozó Euler-tételben megadott egyenlet határozza meg.

Bizonyos poliédereket szabályos testeknek nevezünk, öt ilyen van; a tizenhárom arkhimédészi test félig szabályos.

polinom

Legyen $a_0, a_1, \ldots, a_n$ valós szám. Ekkor

$$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

az *x* változó valós együtthatós **polinomja**. Ha $a_0, a_1, \ldots, a_n$ nem mind nulla, feltehető, hogy $a_n \neq 0$, ekkor a polinom **foka** *n*. Például $x^2 - \sqrt{2}x + 5$ és $3x^4 + \frac{7}{2}x^2 - x$ rendre másod- és negyedfokú polinomok. Az a_r szám az x^r tag **együtthatója** ($r = 1, 2, \ldots, n$ esetén); a_0 az **állandó tag**. Egy polinomot $f(x)$ jelölhet (tehát ha *f* egy polinomfüggvény), ekkor például $f(-1)$ a polinom értékét jelöli, amikor *x* helyébe -1 -et helyettesítünk. Ugyanilyen módon, tekinthetünk komplex együtthatós polinomokat *x*-ben, vagy – gyakrabban – *z*-ben, úgymint $z^2 + 2(1-i)z + (15+6i)$, az elnevezések ugyanazok.

polinomegyenlet

Az $f(x) = 0$ egyenlet, ahol $f(x)$ polinom.

polinomfüggvény

A valós analízisben az $x \to f(x)$ függvény **polinomfüggvény**, ha $f(x)$ polinom. A polinomoknál alkalmazott elnevezéseket használjuk a megfelelő polinomfüggvény esetében.

polinomiális együttható

Az

$$\binom{n}{n_1 \quad n_2 \quad \ldots \quad n_k} = \frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}$$

szám neve, ahol $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$. Ez az együtthatója az $x_1^{n_1} x_2^{n_2} \ldots x_k^{n_k}$ tagnak az $(x_1 + x_2 + \cdots + x_k)^n$ kifejtésében. Ez a szám adja meg azt is, hogy *n* elem közül, melyek *k* csoportba oszthatók, hányféleképpen lehet minden egyes csoportból n_i darabot ($i = 1, 2, \ldots, k$) kiválasztani (visszatevés nélkül) úgy, hogy a sorrend nem számít.

polinomiális eloszlás

Többdimenziós eloszlás, mely a binomiális eloszlás általánosítása, ahol minden egyes kísérletnek kettőnél több kimenetele is lehet. Azaz, ha $\{Y_i\}$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ azonos eloszlású független valószínűségi változók sorozata, ahol $P(Y_i = x_j) = p_j \quad (j = 1, 2, \ldots, k)$, ahol $\sum p_j = 1$, akkor a lehetséges kimenetelek valószínűségeit a $(p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_k x_k)^n$ kifejtésében szereplő együtthatók adják meg.

polinomiális tétel

A binomiális tétel általánosítása:

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_k)^n = \sum \frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_k!} x_1^{n_1} x_2^{n_2} \ldots x_k^{n_k},$$

ahol az összegzést $n_1, n_2, \ldots, n_k$ összes olyan értékére kell venni, amelyek összege *n*.

polinomok szorzása

Polinomokat a szorzásnak az összeadásra vonatkozó disztributív tulajdonsága alapján szorozhatunk össze, azaz minden tagot minden taggal megszorzunk. Például $(3x^3 + 5x^2 - 3x + 2)(x^2 - 2x + 3) = 3x^3(x^2 - 2x + 3) + 5x^2(x^2 - 2x + 3) - 3x(x^2 - 2x + 3) + 3(x^2 - 2x + 3)$, majd a kifejtés (zárójelfelbontás) után összevonjuk a tagokat.

Pólya György

(1887–1985) Magyar matematikus, aki többek között együtt dolgozott Hardyval és Littlewooddal, matematikai fizikai, geometriai, komplex függvénytani, kombinatorikai és valószínűségszámítási cikkeken. Széles körben talán a matematika oktatásának módszertanában vállalt szerepe miatt ismert, könyve *A gondolkodás iskolája*, melynek második kiadása 1957-ben jelent meg. Még ma, fél évszázaddal később is széles körben az egyik legjobb olyan műnek ismerik el, amely a matematika művelésének művészetével foglalkozik. Matematikai témájú könyvhöz képest figyelemre méltóan hétköznapi hangvételben Pólya arról értekezik, hogy a problémamegoldás a heurisztika tanulmányozását igényli, és a problémamegoldási folyamatot négy lépcsőben összegzi:

1. a probléma megértése,
2. terv kigondolása,
3. a terv végrehajtása,
4. visszatekintés.

Más szavakkal: „látni, tervezni, csinálni, ellenőrizni”, amit rövidsége miatt érdemes angolul is ideírni: *see, plan, do, check.*

Számos matematikus nemzedék tanult Szegő Gáborral közös – szintén meglehetősen időtálló – feladatgyűjteményéből (*Tételek és feladatok az analízis köréből*).

Poncelet, Jean-Victor

(1788–1867) Francia hadmérnök és matematikus, a matematikában a projektív geometria alapítójának ismerik el.

pons asinorum

Latin kifejezés, szó szerinti jelentése szamárhíd, gyakran Eukleidész első könyvének ötödik állítását nevezik így, amely szerint az egyenlőszárú háromszög alapon fekvő szögei egyenlők. Azt mondják, hogy ez az első, néhány olvasó által bonyolultnak ítélt bizonyítás. Általában pedig mentőkérdést, illetve iskolai puskát jelent.

pont

A „.” szimbólum jelölheti a tizedes pontot, „·” pedig a szorzás műveletét. Használatos továbbá a deriválás jelölésére – ˙ alakban –, abban az esetben, amikor a független változó jelentése idő.

pont

Geometriai fogalom, a **pontnak** van helye, de nincs kiterjedése. Helyét gyakran koordináták adják meg.

pontbecslés

Lásd becslés.

pont és egyenes távolsága (síkon)

A *P* pont és az *l* egyenes távolsága a legrövidebb távolság *l* valamely pontja és *P* között. Ez megegyezik $|PN|$-nel, ahol az *N* az *l* egyenes olyan pontja, hogy a *PN* egyenesszakasz merőleges az *l* egyenesre. Ha *P* koordinátái (x_1, y_1), és *l* egyenlete $ax + by + c = 0$, akkor a *P* és az *l* közti távolság

$$\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

ahol $|ax_1 + by_1 + c|$ az $ax_1 + by_1 + c$ kifejezés abszolút értéke.

pont és sík távolsága (háromdimenziós térben)

A *P* pont és a *p* sík távolsága a legrövidebb távolság *p* valamely pontja és *P* között. Ez megeg(x_1, y_1, z_1)nel, ahol *N* a *p* s$ax + by + cz + d = 0$egyenesszakasz merőleges a *p* síkra. Ha *P* koordinátái , és *p* egyenlete , akkor a *P* és *p* közötti távolság

$$\frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}},$$

ahol $|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|$ az $ax_1 + by_1 + cz_1 + d$ kifejezés abszolút értéke.

pontos

Az 10^{18} egyenlet pozitív megoldása $x^2 = 3$, ami két helyi értékre vagy három értékes számjegyre helyes érték, a **pontos** válasz: $x = 1.73$.

pontosan akkor

Lásd előzmény, következmény, szükséges és elégséges feltétel.

pontosság

Egy numerikus mennyiség számított vagy becsült értéke és valódi vagy hibátlannak tekintett értéke kapcsolatának szorossága, illetve eltérése. A mennyiséget megadhatjuk *n* értékes jegyre (ahol a relatív pontosság a fontos), vagy *n* tizedes jegyre (ha az abszolút pontosság a fontosabb).

pontosság

(statisztikában) Valamely paraméter becsléseként használt statisztika minőségének mérése. A pontosságot a statisztika standard hibájával mérjük, tehát általában a pontosság javítható a minta méretének növelésével. A pontosságot egy paraméter két becslése hatékonyságának összehasonlítására használjuk.

pontosság

(numerikus analízisben) Az a pontosság, amellyel egy adott számítást végrehajtunk. A számítástechnikában az **egyszeres pontosság** rendszerint 16 számjegyet jelent, a **kétszeres pontosság** két kapcsolt egyszeres pontosságú blokot használ, a kettőnél több kapcsolt blokkokat különféleképpen hívják, **nagy**, **többszörös** vagy **kiterjesztett pontosságnak**. A matematikai programcsomagok képesek tetszőleges pontossággal, tehát akár többezer jeggyel is számolni.

pont vetülete egyenesen

Adott az *l* egyenes, és az egyenesen kívüli *P* pont. A *P* pont vetülete az *l* egyenesre az az *N* pont *l*-en, amelyre *PN* merőleges *l*-re. A $|PN|$ hossz a *P* és *l* közötti távolság. Az *N* pont a *P*-ből *p*-re bocsátott **merőleges talppontja**.

pont vetülete síkon

Adott a *p* sík, és a síkon kívüli *P* pont. A *P* pont vetülete a *p* síkra az az *N* pont *p*-n, amelyre *PN* merőleges *p*-re. A $|PN|$ hossz a *P* és *p* közötti távolság. Az *N* pont a *P*-ből *p*-re bocsátott **merőleges talppontja**.

populáció

Olyan halmaz, amelyről statisztikai következtetéseket vonunk le a halmazból vett minta alapján. A populációra vonatkozó hipotézisünket a minta alapján elfogadhatjuk vagy elutasíthatjuk.

populációátlag

Lásd átlag.

posztulátum

Lásd axióma.

potenciális energia

Minden konzervatív erőhöz társítható egy E_p-vel, *U*-val vagy *V* -vel jelölt **potenciális energia**, amelyet a következőképpen definiálnak: A potenciális energia valamilyen időtartam során bekövetkező megváltozása egyenlő az erő által ugyanezen időtartam során végzett munka (-1)-szeresével. (A potenciális energia függvényéhez tehát mindig hozzáadható egy energia dimenziójú állandó.) Tehát a potenciális energia megváltozása a t_1 és a t_2 pillanat között:

A_1

Itt ***v*** jelöli az ***F*** konzervatív erő támadáspontjának sebességét. Ha például $\mathbf{F} = -k(x-l)\mathbf{i}$ (lásd Hooke-törvény), akkor $E_p = \frac{1}{2}k(x-l)^2$ (zérusnak definiálva a potenciális energiát, ha $x = l$). Olyan problémáknál, melyekben szerepet játszik a Föld felszínének közelében fellépő gravitáció, a gravitációs erőt általában $\mathbf{F} = -mg\mathbf{k}$ alakban írják fel. A potenciális energia $E_p = mgz$, feltéve, hogy a $z = 0$ egyenletű sík pontjaihoz zérus potenciális energiát rendelünk. Lásd még gravitációs potenciális energia.

A potenciális energia tömeg szorozva hosszúság a négyzeten szorozva idő a mínusz másodikon dimenziójú, SI mértékegysége pedig a joule.

pótszög

Két szög egymás **pótszöge**, ha őket összeadva derékszöget kapunk.

pozitív

Egy nullánál nagyobb érték.

pozitív irány

Lásd irányított egyenes.

pozitív korreláció

Lásd korreláció.

pozitív szög

Az óra járásával ellentétes irányban mért szög.

predikátum

Olyan kijelentés, amely egy tulajdonságot egy vagy több alanynak tulajdonít. „Luca lány” – ez egy predikátum egyetlen alannyal. Egy predikátum egynél több alannyal: reláció. így a „Luca, Jolán és Mari testvérek” egy predikátum több bináris relációval az alanyokból alkotott párok között.

prímfaktorizáció

Lásd a számelmélet alaptétele.

Prim-féle algoritmus

Amikor sok pont és/vagy távolság táblázatban van felsorolva, nem pedig egy (kisméretű) gráfon vannak ábrázolva, akkor a **Prim-féle algoritmus** hatékonyabb módszer a minimális súlyozott feszítő fa meghatározására, mint a Kruskal-algoritmus. Mivel minden pont rajta lesz a minmális összefüggő fán, ezért bármelyik pontot választhatjuk kezdőpontnak, tehát válasszunk egyet tetszőlegesen, és hívjuk ezt mondjuk P_1-nek. Most válasszuk a P_1-hez legrövidebb élen kapcsolódó pontot (ha több is van, válasszunk véletlenszerűen), és hívjuk ezt P_2-nek. Minden lépésben azt az élet és azt az új P_i pontot vegyük hozzá, amely a legrövidebb távolsággal járul hozzá az összeghez, és nem hoz létre hurkot. Amint elértük az utolsó pontot is, meghatároztuk a legrövidebb összefüggő utat.

primitív függvény

Az $I \subset \mathbb{R}$ intervallumon értelmezett *f* valós fü $x \in I$ nek bármely oly $\varphi'(x) = f(x)$ vallumon értelmez φ_1 φ φ_2 gvény **primitív függvénye**, amelyre minden eset φ_1 fenn φ_2 a összefüggés. Ha és az *f* f $\varphi_1 = \varphi_2 + C$ y primitív f $C \in \mathbb{R}$ ei, akkor és csak egy additív állandóban különbözik egymástól: valamilyen számmal. Ebben az esetben az *f* primitív függvényeinek halmazát

$$\int f$$

vagy egyszerűen $\int f$ jelöli, mindkettő tehát a $\{\varphi + C | C \in \mathbb{R}\}$ halmaz rövidítése.

primitív függvény keresése

A deriválás inverz művelete. Lásd még primitív függvény. Folytonos függvény esetén bármelyik integrálfüggvény vehető primitív függvénynek.

prímszám

A *p* pozitív egész szám **prímszám**, ha $p \neq 1$, és nincs más pozitív osztója, mint 1 és önmaga.

Köztudott, hogy végtelen sok prímszám van. Eukleidész indirekt bizonyításában a következő módon érvel. Tegyük fel, hogy véges sok prímszám van: $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Tekintsük a $p_1 p_2 \cdots p_{n+1}$ számot. Ez nem osztható a $p_1, p_2, \cdots p_n$ számok egyikével sem, tehát ez maga is vagy prímszám, vagy olyan prímszámokkal osztható, amelyeket eddig nem vettünk számításba. Ebből következik, hogy a prímek száma nem lehet véges. (Vegyük észre, hogy nem pontosan azt bizonyítottuk, hogy végtelen sok prímszám van!)

Nagy prím számok megtalálhatók számítógéppel. A legnagyobb ismert prím általában a legnagyobb ismert Mersenne-féle prím.

prímszámtétel

Legyen tetszőleges *x* pozitív valós számra $\pi(x)$ az *x*-nél kisebb vagy egyenlő prímszámok száma. A **prímszámtétel** azt mondja ki, hogy ha $x \to +\infty$, akkor

$$\frac{\pi(x)}{x/\ln(x)} \to 1.$$

Más szavakkal, *x* nagy értékeire $\pi(x)$ közelítőleg egyenlő $x/\ln(x)$-szel. Ez bizonyos értelemben mutatja, hogy az egészek mekkora része prím. Először 1896-ban Hadamard és Charles De La Vallée-Poussin bizonyította be egymástól függetlenül. Minden bizonyítás vagy rendkívül bonyolult vagy magaszintű matematikára épül. Elemi eszközökkel szép, de szintén nem egyszerű bizonyítást adott a tételre Erdős Pál és Selberg.

prímtényezős felbontás

Lásd a számelmélet alaptétele.

χ^2-próba

Olyan próba, amellyel meghatározhatjuk megfigyelések egy halmazáról, mennyire jól illeszkednek egy speciális diszkrét eloszláshoz, vagy mennyire tesznek eleget valamely más nullhipotézisnek (lásd hipotézisvizsgálat). Jelölje a megfigyelések gyakoriságát a különböző csoportokban O_i, a statisztikai modellből elvárt gyakoriságot pedig E_i. Minden *i* esetén kiszámoljuk az $(O_i - E_i)^2 / E_i$ értéket, és ezeket az értékeket összegezzük. Az eredményt összevetjük egy megfelelő szabadságfokú χ^2-eloszlással. A szabadsági fok függ a csoportok számától és becsült paraméterek számától. A próba megköveteli, hogy a megfigyelések függetlenek legyenek, és hogy a minták mérete és várható gyakorisága meghaladjon egy minimális értéket, mely a csoportok számától függ.

próba ereje

A hipotézisvizsgálatban annak a valószínűsége, hogy a próba elutasítja a nullhipotézist, amikor az valóban hamis. Ez egyenlő $1-\beta$-val, ahol β a másodfajú hiba valószínűsége.

próbastatisztika

Hipotézisvizsgálatban használt olyan statisztika, amelynek eloszlása ismert, ha a nullhipotézis fennáll.

projektív geometria

A geometriának az a területe, amely a geometriai formák vetítés közbeni tulajdonságaival foglalkozik, különös tekintettel az eközben megmaradókra.

pszeudoprím

Az *n* pozitív egész szám **pszeudoprím**, ha $a^n \equiv a \pmod{n}$, minden *a* egészre. A kis Fermat-tétel szerint minden prím egyben pszeudoprím is. Viszonylag kevés olyan pszeudoprím van, amely nem prím; az első ilyen az 561 szám. Ahhoz, hogy meghatározzuk, prímszám-e egy egész szám, vagy összetett, hasznos lehet először megnézni, hogy pszeudoprím-e. A legtöbb összetett számra már ez megmutatja, hogy összetett.

pszeudovéletlen számok

Lásd véletlen számok.

Ptolemaiosz

(i. sz. II. század) Görög csillagász és matematikus, a régi idők legjelentősebb trigonometriai művének szerzője, amit rendszerint arab nevén (*Almagest*, magyarul *A legnagyobb*) ismernek. Ez többek között húrok táblázatait tartalmazza, ami a mai szinusztáblának felel meg, és annak leírását is, hogy hogyan kapták meg ezeket a táblázatokat. Használja Ptolemaiosz tételét is, amiből a trigonometria szokásos addíciós képletei levezethetők.

Ptolemaiosz tétele

Az eukleidészi geometria következő tétele:

Tétel. Tegyük fel, hogy egy konvex négyoldal csúcsai *A*,*B*,*C* és *D*, ebben a sorrendben. Ekkor a négyszög pontosan akkor húrnégyszög, ha

$$AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD.$$

Püthagorász

(meghalt kb. i. e. 500-ban) Görög filozófus és misztikus filozófus, aki követőivel együtt az első olyannak tűnik, aki komolyan vette a matematikát, mint önálló tudományt, és nemcsak gyakorlati számításokhoz használt képletek gyűjteményének tekintette. Püthagorász tanítványainak tulajdonítják a jól ismert Püthagorász-tételt a derékszögű háromszögekről, bár Egyiptomban már jóval korábban ismeretes volt. Sokat foglalkoztak a figurális számokkal, részben filozófiai okokból. Azt mondják, hogy az egész számokat a valóság alapépítőelemeiként tisztelték; ezt a nézetüket az irracionális számok felfedezése alapjaiban rázta meg. Vesd össze egész szám.

püthagoraszi számhármas

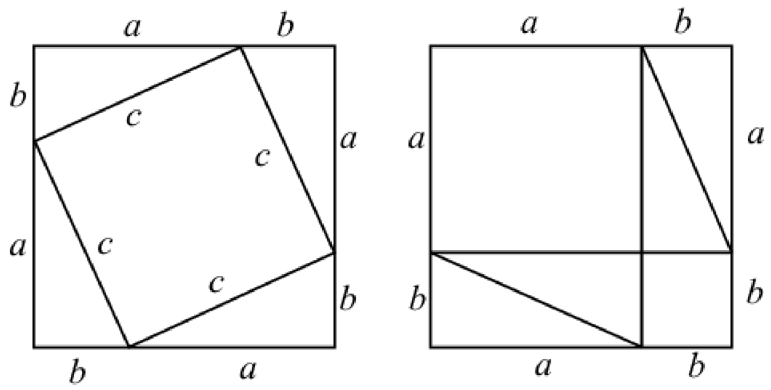
Az olyan *a*,*b* és *c* pozitív egész számok, amelyekre fennáll, hogy $a^2+b^2=c^2$ (lásd Püthagorász-tétel). Ha a, b, c püthagoraszi számhármas, akkor ka, kb, kc is az, minden pozitív egész *k* esetén. Néhány olyan püthagoraszi számhármas, amelyek legnagyobb közös osztója 1: $\{3,4,5\}$, $\{5,12,13\}$, $\{8,15,17\}$, $\{7,24,25\}$, és $\{20,21,29\}$.

Püthagorász-tétel

Valószínűleg a legismertebb geometriai tétel. Megadja egy derékszögű háromszög oldalai közti kapcsolatot.

Tétel. Egy derékszögű háromszögben az átfogó négyzete egyenlő a másik két oldal négyzetének összegével.

Tehát, ha$a^2 + b^2 = c^2$zaz a derékszöggel szemközti oldalnak a hossza *c*, a másik$a + b$dalé, a befogóké *a* és *b*, akkor . A tétel elegáns bizonyítását kapjuk, ha felosztunk egy oldalú négyzetet két különböző módon, ahogy az ábra mutatja, és felhasználjuk, hogy a két terület egyenlő.



21. Q

$\mathbb{Q}$

Lásd racionális szám.

QED

Az „amint bizonyítandó volt” jelentésű latin kifejezés: – **quod erat demonstrandum** – rövidítése. Bizonyítások gyakori befejezése.

Quillen, Daniel Grey

(1940–) Amerikai matematikus, aki az algebrai K-elméletet geometriai és topológiai módszerekkel kombinálta a gyűrűelmélet és a modulusok elmélete algebrai problémáinak kezelésére, amiért 1978-ban Fields-érmet kapott.

22. R

racionális függvény

A valós analízisben a **racionális függvény** olyan *f* valós függvény, amely $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ alakú, ahol $g(x)$ és $h(x)$ polinom, amelyeknek nincs olyan közös osztójuk, amelyiknek a fokszáma 1-nél nem kisebb. Értelmezési tartományként általában az egész $\mathbb{R}$ halmaz vehető, kivéve a nevező zérushelyeit.

racionális szám

Olyan szám, amely a/b alakban írható, ahol *a* és *b* egész, és $b \neq 0$. Az összes racionális számból álló halmazt általában $\mathbb{Q}$-val jelöljük. Egy valós szám pontosan akkor racionális, ha tizedes tört alakja (lásd decimális számábrázolás) véges vagy ismétlődő szakaszokból áll. Például,

$$\frac{5}{4} = 1.25, \quad \frac{2}{3} = 0.\dot{6}, \quad \frac{20}{7} = 2.\dot{8}5714\dot{2}.$$

Egy Püthagorásznak tulajdonított híres bizonyítás megmutatja, hogy $\sqrt{2}$ nem racionális, továbbá (a XIX. századtól fogva) ismert, hogy *e* és π szintén irracionális.

Ugyanaz a racionális szám többféle módon is kifejezhető a/b alakban, például $\frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{-4}{-6}$. Valójában $a/b = c/d$ pontosan akkor, ha $ad = bc$. Azonban egy racionális szám egyértelműen kifejezhető, ha kikötjük, hogy *a* és *b* legnagyobb közös osztója 1 és $b > 0$. Figyelembe véve, hogy egy racionális számnak különböző alakjai vannak, az összeg- és szorzatképzésre vonatkozó szabályok:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \quad \text{és} \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

A racionális számok halmaza zárt az összeadásra, kivonásra, szorzásra és osztásra (a nullával való osztást nem megengedve). Valójában belátható, hogy a testaxiómák mindegyike fennáll.

Pontosabban a következőképpen építhetjük fel a racionális számok $\mathbb{Q}$ halmazát. Tekintsük az összes (a, b) rendezett pár halmazát, ahol *a* és *b* egész szám, és $b \neq 0$. Vezessünk be egy $\sim$ekvivalenciarelációt ezen a halmazon úgy, hogy $(a, b) \sim (c, d)$ ha $ad = bc$, és legyen $[(a, b)]$ az az ekvivalenciaosztály, amely (a, b)-t tartalmazza. A fenti intuitív megközelítés azt sugallja, hogy az ekvivalenciaosztályok közötti összeadást és a szorzást a következőképpen kell definiálnunk

$$[(a, b)] + [(c, d)] = [(ad + bc, bd)] \text{ és } [(a, b)][(c, d)] = [(ac, bd)],$$

ahol minden esetben igazolnunk kell, hogy a jobb oldali osztály független azoknak az (a, b) és (c, d) elemeknek a megválasztásától, amelyek a baloldalon álló ekvivalenciaosztályokat reprezentálják. Ezekután megmutatható, hogy az ekvivalenciaosztályok halmaza ezzel az összeadással és szorzással egy $\mathbb{Q}$ testet alkot, melynek elemeit, ezen megközelítéssel összhangban **racionális számoknak** nevezzük.

rad

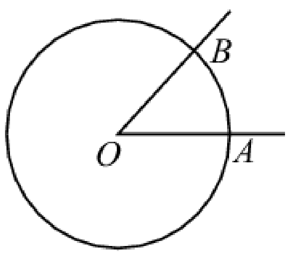
A radián jele és rövidítése.

radiális és transzverzális komponensek

Legyenek a *P* pont polárkoordinátái (r, ϑ), és definiáljuk az $\mathbf{e}_r$ és az $\mathbf{e}_\vartheta$ vektorokat az $\mathbf{e}_r = \mathbf{i}\cos(\vartheta) + \mathbf{j}\sin(\vartheta)$ és $\mathbf{e}_\vartheta = -\mathbf{i}\sin(\vartheta) + \mathbf{j}\cos(\vartheta)$ képletekkel, ahol ***i*** és ***j*** a pozitív első (*x*-) és második (*y*-) tengely irányába mutató egységvektor. Ekkor $\mathbf{e}_r$ egy *r* növekedésének irányába mutató egységvektor az *OP* szakasz mentén, továbbá $\mathbf{e}_\vartheta$ egy erre merőleges egységvektor, ami ϑ növekedésének irányába mutat. Minden ***v*** vektor felírható $\mathbf{e}_r$ és $\mathbf{e}_\vartheta$ irányába eső komponensei segítségével. Ekkor $\mathbf{v} = v_1\mathbf{e}_r + v_2\mathbf{e}_\vartheta$, ahol $v_1 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_r$ és $v_2 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_\vartheta$. A v_1 komponens a **radiális komponens**, a v_2 a **transzverzális komponens**.

radián

Elemi munkákban a szögeket fokokban mérik, ahol egy teljes fordulat $360°$. Magasabb szintű könyvekben a szögeket más módon mérik. Tegyük fel, hogy a kör *O* középpontján két félegyenes megy át, amelyek az *A*, illetve a *B* pontban metszik a körvonalat. Vegyük az *AB* ív hosszát és osszuk el az *OA* szakasz hosszával. Ez az érték független a kör sugarától és csak az $AOB\measuredangle$ méretétől függ. Ezt az értéket az $AOB\measuredangle$**radiánokban** mért méretének nevezik.



A szög 1 radián, ha az *AB* ív hossza egyenlő az *OA* szakasz hosszával. Ez akkor áll fenn, amikor az $AOB\measuredangle$ körülbelül $57°$. Pontosabb közelítéssel: $1 \text{ radián} = 57.296° = 57° 17' 45''$. Mivel egy *r* sugarú kör kerülete $2r\pi$, egy fordulat 2π radián. Következésképp $x° = x\pi/180$ radián. Sok elméleti műben, különösen azokban, amelyek matematikai analízist is használnak, a radián alapvető fontosságú mérték. Amikor trigonometrikus függvényt értékelünk ki számológéppel, biztosan kell tudni, hogy a megfelelő mértékegységet használjuk.

A radián a szögek mértékegysége az SI rendszerben, rövidítése „rad”.

rádiuszvektor

Tegyük fel, hogy az *O* pont az origó a síkon. Ha a síkon a *P* pont helyvektora ***p***, akkor ***p***-t **rádiuszvektornak** is szokás nevezni, különösen olyankor, amikor *P* egy tipikus pont egy bizonyos görbén vagy *P*-t egy a síkon mozgó pontnak vagy részecskének képzeljük el.

ragadozózsákmány-egyenletek

Ahhoz, hogy egy ragadozót és zsákmányt tartalmazó modellt készítsünk, a szokásos születési és halálozási arányokat további tagok hozzávételével módosítjuk, amelyek tükrözik azok egymásrahatását: mivel egy ragadozó és egy zsákmány találkozásának valószínűsége közelítőleg arányos a populációk méretének szorzatával, ezért csatolt differenciálegyenleteket kapunk, melyek

$$\dot{X} = (b_X - d_X)X - kXY, \quad \dot{Y} = (b_Y - d_Y)Y + lXY$$

alakúak. A modell egyszerűbb, mint a valóságos élet, de ezen csatolt differenciálegyenletek megoldásai betekintést adnak azokba a feltételekbe, amelyek mellett a ragadozó- és zsákmánypopuláció egymás mellett létezhet.

ráképezés

Lásd szűrjektív leképezés.

Ramanujan, Srinivasa

(1887–1920) A modern idők kiemelkedő indiai matematikusa. Eredetileg egy madrasi tisztviselő, aki a matematikával teljesen cél nélkül foglalkozgatott. G. H. Hardyval folytatott levelezését követően elfogadott egy Nagy Britanniába szóló meghívást 1914-ben. Hardyval együtt tanulmányozták a particionálás problémáját és más témákat, főként a számelmélet területén. Zseninek tartották azok miatt a megmagyarázhatatlan képességei miatt, ahogyan például a sorokat és a lánctörteket kezelte. Gyenge egészségi állapota miatt egy évvel korai halála előtt visszatért Indiába.

randomizál

Adatokat rendez vagy válogat, szándékosan véletlenszerű (random) módon.

randomizálás kísérletek tervezésében

Fontos, hogy a kutatóknak ne legyen lehetőségük rugalmasan megválasztani, hogy mely egyedeket tegyék az egyes kísérleti csoportokba ahhoz, hogy minimalizálják a torzítás lehetséges forrásait, mivel (még öntudatlanul is) úgy oszthatják be az egyedeket, hogy az kedvezzen annak a kimenetnek, amelyet várnak vagy remélnek. A kísérlet természetétől függően ez azt jelentheti, hogy célszerű randomizálni (=véletlenszerűen megválasztani) vagy azt, hogy melyik egyed melyik kezelést kapja, vagy a kezelések sorrendjét stb.

randomizált blokkok

Ahol egy populáció csoportjai nagy valószínűséggel eltérően válaszolnak egy kísérlet során, a változékonyság az egyedek között olyan nagy lehet, hogy egyszerű randomizált kísérletek nem mutatják ki a kezelésekben egyébként meglévő különbségeket. A randomizált blokkokból álló kísérleti terv a becslési célokra végzett rétegezett mintavételhez hasonló; a helyzet is hasonló, ugyanis hasonló egyedekből álló csoportok között végezzük a randomizációt – ezeket a csoportokat nevezik **blokkoknak**. Minden egyes kezelést minden egyes blokkban egyenlő számú egyeden végezünk el, de azt, hogy melyik egyed melyik kezelést kapja, az egyes blokkokon belül véletlenszerűen választjuk meg. Ha például két emlékezetet javító módszert hasonlítunk össze, valószínűnek tekinthető, hogy a kor és a nem teljesítményt befolyásoló tényezők lesznek, ebben az esetben a blokkok különböző korcsoportokhoz tartozó férfiakból vagy nőkből állhatnak.

rang

Lásd mátrix rangja, mintaelem rangja.

rangkorrelációs együttható

Számos kétváltozós adat nem teljesíti azokat a követelményeket, amelyek ahhoz kellenek, hogy a szorzatmomentumból számoljunk korrelációs együtthatót. Ennek gyakran az az oka, hogy legalább az egyik változót ordinális skálán mértük, és nem valamely intervallumon. Ahol a mérések eredményét nem numerikus skálán közlik, ott nem intervallumot használnak, hanem szubjektív értékelésen alapuló fokozatokat, amelyeket azután numerikus skálán jelentetnek meg.

A **Spearman-féle korrelációs együtthatót** úgy kapjuk, hogy a rangok szorzatmomentumából számoljunk korelációs együtthatót. Abban az esetben, ha nincs döntetlen a rangok között, ez algebrailag egyenértékű az $1-\frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$ kifejezéssel, ahol d_i az *i*-edik pár két tagjának rangja közötti különbség, *n* pedig a párok száma. Ha *n* kicsi, akkor ezt a kifejezést könnyű kiszámolni. Döntetlenek esetén nem pontos, de jó közelítést ad.

A **Kendall-féle korrelációs együttható** azon alapul, hogy hány szomszédot kell átugrani ahhoz, hogy eljussunk az egyik rangtól a másikig. Ha az átugrások minimális száma *Q*, akkor a τ Kendall-féle korrelációs együttható értéke: $\tau = 1-\frac{4Q}{n(n-1)}$. Statisztikai táblázatokat tartalmazó könyvek, vagy az eloszlásokat kiszámoló programok segítségével statisztikai próbákat végezhetünk a felhasználásával.

reciprok

Kommutatív szorzás esetén egy elem multiplikatív inverzét az elem **reciprokának** nevezhetjük. Eszerint 2 reciproka $\frac{1}{2}$, $3x+4$ reciproka $1/(3x+4)$ és $\sin(x)$ reciproka $1/\sin(x)$.

reciprokszabály

Lásd deriválás.

reductio ad absurdum

A *q* állítás egy direkt bizonyítása olyan logikailag helyes érvelés, amely alátámasztja *q* igaz voltát. A **reductio ad absurdum** viszont azt feltételezi, hogy *q* hamis, és ebből levezeti, hogy valamely *r* állítás, illetve annak $\neg r$ tagadása is igaz. Ez az ellentmondás azt mutatja, hogy a kezdeti feltételezés nem lehet igaz, így *q*-nak igaznak kell lennie. Bonyolultabb példa annak indirekt bizonyítása, hogy „ha *p*, akkor *q*”. Ekkor feltételezzük, hogy *p* igaz és *q* hamis, és ebből levezetjük, hogy valamely *r* állítás, illetve annak $\neg r$ tagadása is igaz. Ez az ellentmondás azt mutatja, hogy nem lehet igaz az a kezdeti feltételezés, hogy *q* hamis, így érvényes bizonyítást kaptunk arra, hogy ha *p* igaz, akkor *q* is igaz.

redukál

Módosítja vagy egyszerűsíti egy kifejezés vagy egy szám alakját; például, $\frac{6}{9}$ egyszerűsíthető az ekvivalens $\frac{2}{3}$ alakra, és $\frac{x^2-1}{x-1}$ egyszerűsíthető $x+1$-re, feltéve, hogy $x \neq 1$.

redukált lépcsős alak

Nevezzük a mátrix egy sorát nulla sornak, ha a sor minden komponense nulla. Azt mondjuk, hogy a mátrix **redukált lépcsős alakú**, ha

1. minden nulla sor a nullától különböző sorok alá kerül,
2. minden nullától különböző sor legelső nullától különböző komponense *1*, és a felette lévő sor első egyesétől jobbra elhelyezkedő oszlopban áll,
3. minden nullától különböző sor legelső egyese az egyetlen nullától különböző szám abban az oszlopban, amelyikben van.

(Ha 1. és 2. fennáll a mátrix lépcsős alakú.) Például, ez a két mátrix redukált lépcsős alakú:

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Minden mátrix redukált lépcsős alakúra hozható elemi sortranszformációkal, a Gauss–Jordan-féle kiküszöbölésként ismert módszerrel. Ez a redukált lépcsős alak minden mátrix esetén egyértelmű. Egy lineáris egyenletrendszer megoldásai azonnal megkaphatók a kibővített mátrix redukált lépcsős alakjából. Egy lineáris egyenletrendszert redukált lépcsős alakúnak nevezünk, ha kibővített mátrixa redukált lépcsős alakú.

redukált maradékok halmaza

Az *n* pozitív egésznél kisebb, hozzá relatív prím számok számát $\varphi(n)$-nel jelöljük (lásd Euler-féle függvény). A **redukált maradékok halmaza** modulo *n* egészek egy $\varphi(n)$ számú számból álló halmaza, amelyek mindegyike kongruens az *n*-nél kisebb, hozzá relatív prím számok valamelyikével. így például 6×2 redukált maradékok egy halmaza modulo *12,* éppúgy, mint $\{1, -1, 5, -5\}$.

redundáns

Azt mondjuk, hogy egy egyenlőség vagy egyenlőtlenség **redundáns**, ha fennállása nem ad új információt. Például, ha $2x + y = 7, \quad 3x - y = 3$ és $5x + y = 13$, akkor bármelyik ezen egyenletek közül redundánsnak mondható, mivel a másik kettő elegendő az egyetlen megoldás ($x = 2, y = 3$) azonosítására. Ha $3x + 2y > 4$ és $6x + 4y > 9$ akkor az első egyenlőtlenség redundáns, mivel $6x + 4y > 9$-ből az következik, hogy $3x + 2y > 4.5$, tehát az első egyenlőtlenség automatikusan teljesül.

reflexív reláció

Az *S* halmazon értelmezett $\sim$ kétváltozós reláció **reflexív**, ha minden $a \in S$ esetén $a \sim a$.

Regiomontanus

(1436–1476) A matematika egyik központi alakja a XV. században. Johann Müllerként született, nevét szülőhelye, Königsberg latin megfelelőjéből alkotta. A *De triangulis omnimodis* (A háromszögek összes osztályáról) című munkája az első modern trigonometriai mű, és jóllehet 1533-ig nem jelent meg nyomtatásban, mégis hatással volt a téma nyugati újjáéledésére.

regiszter

A populáció teljes listája a minta létrehozásának céljára. Például, ha a mintát egy iskola tanulóiból választjuk, akkor két nyilvánvaló regiszter lehet az összes diák neve ábécé sorrendben vagy évenkénti csoportjaik ábécé sorrendben.

regresszió

Olyan statisztikai eljárás, amely egy függő változó és egy vagy több magyarázó változó közötti kapcsolat meghatározására szolgál. A cél általában az, hogy a függő változó értéke kiszámítható legyen a magyarázó változók adott értékeiből. **Többváltozós regresszió**ról beszélünk, ha kettő vagy több magyarázó változó van. A modell általában feltételezi, hogy az *Y* függő változó $E(Y)$ várható értékét valamely képlet adja meg, amely bizonyos ismeretlen paramétereket tartalmaz. Az **egyszerű lineáris regresszió** esetében $E(Y) = b_0 + b_1 X$. Ha többváltozós lineáris regressziónál a *k* számú magyarázó változó $X_1, X_2, \dots, X_k$, akkor: $E(Y) = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \cdots + b_k X_k$. Itt $b_0, b_1, \dots, b_k$ a **regressziós együtthatók**. Lásd még: legkisebb négyzetek.

regresszió az átlaghoz

Lásd visszatérés az átlaghoz.

reguláris komplex függvény

Egy komplex változós, komplex értékű függvény az értelmezési tartományának egy pontjában **reguláris**, ha az adott pont valamely környezetében deriválható. A függvény reguláris, ha az értelmezési tartományának minden pontjában reguláris.

reguláris mátrix

Lásd nemszinguláris mátrix.

reguláris pont

A függvény értelmezési tartományának olyan pontja, amelyben egy függvény folytonosan deriválható.

rejtett változó

Olyan lehetséges zavaró változó, amelyet nem mértek, vagy nem tárgyaltak egy kísérlet vagy egy megfigyelés kiértékelése során.

rejtjelez

Információt vagy adatokat kódolt formába transzformál.

rekurzió

Lásd differenciaegyenlet.

reláció

Az *S* halmazon értelmezett **reláción** leggyakrabban egy kétváltozós relációt értünk, jóllehet a fogalom kiterjeszthető kettőnél több változóra is. Egy példa **háromváltozós (ternér) relációra**, azaz amelyben három elem szerepel: az „*a* a *b* és a *c* szám között fekszik”, ahol a, b és *c* valós számegyenes pontjai.

reláció gráfja

Legyen *R* kétváltozós reláció az *S* halmazon, és jelölje *aRb*, hogy *a* relációban van *b*-vel. Az *R* reláció gráfja az $S \times S$ Descartes-szorzat megfelelő részhalmaza, azaz azon (a, b) párok halmaza, melyekre *aRb* teljesül.

relatív cím

Táblázatkezelő programokban egy képlet gyakran használja egy vagy több másik cella tartalmát. Ha ezek mindig ugyanazon a helyen vannak a képlet cellájához képest, akkor a képletben **relatív címzést** használunk, amelyet aztán át lehet másolni más cellákba a kívánt számítások elvégzéséhez. Egy képlet tartalmazhatja relatív és abszolút cím keverékét is.

relatív gyakoriság

Ha *N* kísérlet közül egy bizonyos eseményt *n* alkalommal figyeltünk meg, akkor az esemény relatív gyakorisága az $\frac{n}{N}$ arány. Ahogy *N* növekszik, a a nagy számok gyenge törvénye szerint $\frac{n}{N}$ 1 valószínűséggel az esemény valószínűségéhez fog tartani. Olyan esetekben, amelyeknél nincs mód a valószínűség olyan kiszámítására, mint például ahogyan a szabályos kocka dobásánál az egyenlő valószínűségek elve alapján, az $\frac{n}{N}$ értéket használhatjuk ennek a valószínűségnek a becslésére. Minél nagyobb *N* értéke, annál jobb becslést ad ez a statisztika.

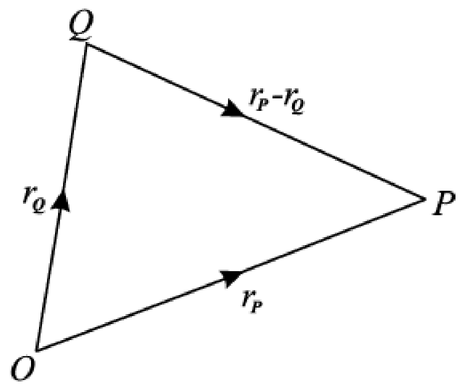
relatív hatékonyság

Lásd statbecs.

relatív hely, relatív sebesség és relatív gyorsulás

Jelölje $\mathbf{r}_1$ és $\mathbf{r}_2$ az R_1 és az R_2 részecske helyvektorát egy olyan vonatkoztatási rendszerben, amelynek origója az *O* pont (lásd ábra)! Az R_1 részecske R_2-től mért helyvektora az $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ vektor. A $\mathbf{v}_1 = \dot{\mathbf{r}}_1$ illetve $\mathbf{v}_2 = \dot{\mathbf{r}}_2$ vektorok az egyes részecskék sebességei az *O* origójú vonatkoztatási rendszerhez képest, $\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$

pedig az R_1 részecskének az R_2 részecskéhez viszonyított sebessége. A $\mathbf{a}_1 = \dot{\mathbf{v}}_1$ illetve $\mathbf{a}_2 = \dot{\mathbf{v}}_2$ vektorok az egyes részecskék gyorsulásai az *O* origójú vonatkoztatási rendszerhez képest, $\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2$ pedig az R_1 részecskének az R_2 részecskéhez viszonyított gyorsulása. Ezeket a mennyiségeket az R_1 részecske R_2-höz viszonyított helyének, sebességének illetve gyorsulásának, röviden az R_1 részecske **relatív helyének**, **relatív sebességének**, illetve **relatív gyorsulásának** hívják.



Ezek a fogalmak akkor válnak fontossá, ha kettő vagy több vonatkoztatási rendszert használnak, melyek mindegyikéhez társul egy megfigyelő. Például egy olyan problémában, melyben szerepel egy hajó és egy repülőgép, mind a hajóskapitány, mind a szárazföldön álló megfigyelő láthatja a repülőgépet. A repülőgépnek a két megfigyelő által mért sebessége eltérhet egymástól, ezért különbséget kell tenni a repülőgépnek a hajóhoz, illetve a szárazföldhöz viszonyított sebessége között.

relatív hiba

Legyen *x* valamely közelítése az *X* értéknek, valamint legyen $X = x + e$. A **relatív hiba** $|e/X|$. Amikor 1.9-et vesszük 1.875 közelítésének, a relatív hiba $0.025/1.875 = 0.013$, három tizedes jegy pontosságig. (Ez úgy is kifejezhető, hogy 1.3% a százalékos hiba.) Vegyük észre, hogy ebben a példában $0.025/1.9 = 0.013$ három tizedes jegy pontossággal ugyanazt adja. Általában, ha *e* kicsi, nem változtatunk sokat, ha $|e/X|$ helyett $|e/x|$-et tekintjük a relatív hibának; ha a pontos értéket nem ismerjük, csak a közelítést, jobbat nem is tehetünk. A relatív hiba hasznosabb lehet az abszolút hibánál. A fenti példában 1.9 abszolút hibája, 0.025 elfogadható. De ugyanez az abszolút hiba mondjuk 0.2 esetében az $0.025/0.2 = 0.125$ értéket (azaz a $12\frac{1}{2}$% százalékos hibát) adná relatív hibának, amelyet valószínűleg elég komolyan vennénk.

relativitáselmélet

A XX. század elején Albert Einstein által felállított fizikai elmélet, mely alapvetően megváltoztatta az Univerzumról alkotott képet, illetve a tér és az idő fogalmát, melyeket addig egymástól függetlennek tekintettek. A **speciális relativitáselmélet** a részecskék mozgását vizsgálja olyan vonatkoztatási rendszerekhez képest, amelyek egymáshoz viszonyítva állandó sebességgel mozognak. Magába foglalja a tömeg–energia-egyenletet, a Lorentz–Fitzgerald-kontrakciót és az **idődilatációt**. Utóbbi fogalom azt a jelenséget jelöli, hogy két esemény között eltelt idő függ a vonatkoztatási rendszer megválasztásától, és minél nagyobb a két esemény helyének távolsága, annál több idő telik el a két esemény között az adott vonatkoztási rendszer megfigyelője számára. Az **általános relativitáselmélet** a gravitációs erőt a téridőnek a tömegek jelenléte által okozott görbületéből származtatja, és foglalkozik a részecskék mozgásával olyan vonatkoztatási rendszerekhez képest, amelyek egymáshoz viszonyítva gyorsulnak.

relatív kiegészítő

Ha az *A* halmaz teljes egészében része a *B* halmaznak, akkor a $B \setminus A$ különbséghalmaz *A* (**relatív**) **kiegészítője** *B*-ben, vagy *A* **kiegészítője** *B*-hez **képest**.

relatív kockázat

Ha ugyanazon kimenetel kockázata két különböző csoport esetén különböző, vagy ha két különböző kimenetel kockázata ugyanannál a csoportnál különböző, akkor a kimenetelek kockázatainak az aránya a **relatív kockázat**. Tehát egy autóbaleset relatív kockázata, amikor a vezető a megengedett mennyiségű alkoholt fogyasztotta vezetés előtt, összehasonlítva azzal, amikor nem fogyasztott alkoholt, 2.5 lehet. Hasonlóan, kiszámíthatjuk a repülővel, illetve az autóval való utazás relatív kockázatát.

relatív prím

Az *a* és *b* egész szám **relatív prím** vagy **viszonylagos törzsszám**, ha a legnagyobb közös osztójuk 1. Hasonlóan, akárhány $a_1, a_2, \ldots, a_n$ egész szám relatív prím, ha a legnagyobb közös osztójuk 1.

rend

Lásd csoport rendje, differenciálegyenlet rendje, négyzetes mátrix rendje, parciális derivált rendje.

rendezett halmaz

Elemek olyan sorozata, amelyben az elemek természete és sorrendje is fontos, tehát *p,q,r* és *p,r,q* nem azonos. Ha például tollaslabdát játszunk, akkor kap egy pontot a szerváló játékos, ha a másik hibázik, ha pedig a szerváló hibázik, akkor a másik szerválhat. így ha az *A* játékos szervál, és az ütéseket *B,A* majd ismét *B* nyeri, akkor senki nem kap pontot, de az *A,B,B* sorozat az $1:0, 1:0$ (szervacsere), $1:1$ eredményre vezet.

rendezett hármas

A rendezett hármas nem más, mint három dolog valamilyen rögzített sorrendben felsorolva. Például az (x, y, z) térvektor három koordinátája rendezett hármast alkot.

rendezett minta

A statisztikai minta elemeiből képzett monoton nemcsökkenő sorozat.

rendezett mintán alapuló statisztika

Olyan statisztika, amely a rendezett mintától függ, például a maximum, a minimum, a medián, a kvartilisek és a percentilisek.

rendezett n-es

n objektum meghatározott sorrendben vett elrendezése; jelölése például $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. A rendezett pár ($n = 2$) és a rendezett rendezett hármas ($n = 3$) általánosítása.

rendezett pár

Egy **rendezett pár** két objektumot tartalmaz meghatározott sorrendben. így, ha $a \neq b$, akkor az (a, b) és a (b, a) rendezett pár különböző. Lásd még Descartes-szorzat.

rendszerelemzés

A matematikának az a területe, amely nagy komplex rendszerekkel, speciálisan kölcsönhatásokat tartalmazó rendszerekkel foglalkozik.

Rényi Alfréd

(1921–1970) Magyar matematikus, foglalkozott analitikus számelmélettel, fő kutatási területe a valószínűségszámítás, erről sok változatban és számos nyelven megjelent tankönyveket írt. Erdőssel közös cikke a véletlen gráfokról alapvető jelentőségű a hálózatok modern elméletében. Az általa bevezetett entrópia a statisztikus fizika kulcsfogalmává vált.

reprezentáció (egy vektoré)

Amikor az $\overrightarrow{AB}$ irányított egyenesszakasz képviseli az ***a*** vektort, akkor $\overrightarrow{AB}$ az ***a*** vektor egy **reprezentáció**ja.

reprezentáns

Ha adott egy ekvivalenciareláció egy halmazon, az ekvivalenciaosztályok bármelyike jellemezhető egy eleme megadásával. Ezt a bizonyos *a* elemet hívhatjuk az osztály egy **reprezentáns**ának. Az osztályt $[a]$-val jelölhetjük.

reprezentatív minta

Olyan minta, amely rendelkezik a populáció bizonyos jellemzőivel, általában megtartja adott csoportok azon tagjainak arányszámát, amelyek eltérően viselkedhetnek a vizsgált változók tekintetében. Mind az csoportos mintavétel, mind a rétegezett minta reprezentatív mintát ad.

részbenrendezési reláció

Ha egy reláció reflexív, antiszimmetrikus és tranzitív, akkor az a halmazon **részbenrendezést** valósít meg. Például a 'nagyobb vagy egyenlő' reláció rendezést valósít meg a valós számok halmazán.

részcsoport

Legyen *G* csoport valamilyen művelettel. Ha *H* olyan részhalmaza az *G* halmaznak, amely maga is csoport ugyanazzal a művelettel, akkor *H* a *G* csoport **részcsoportja**. Például $\{1, i, -1, -i\}$ részcsoportja a nullától különböző komplex számok multiplikatív csoportjának.

részecske

Pontszerűnek (azaz zérus kiterjedésűnek) tekintett objektum, amelynek mindazonáltal tömeget, helyet, sebességet, gyorsulást stb. tulajdonítanak. A matematikai modellben részecskék képviselik az elhanyagolható méretű testeket. A részecskék dinamikája egy vagy több, erőrendszer hatásának kitett részecske mozgását vizsgálja.

részecskerendszer

Ha több részecske mozgását vizsgálják egyidejűleg, akkor azokat együttesét nevezik részecskerendszernek. A vizsgálat során használt matematikai modellben a részecskék szabadon mozoghatnak egymáshoz képest, vagy összeköthetik őket könnyű rudak, rugók vagy húrok.

részgráf

Egy gráf pontjainak és éleinek olyan részhalmaza, amely maga is gráf.

részgyűrű

Legyen *R* gyűrű az összeadás és a szorzás műveletével. Ha *S* olyan részhalmaza az *R* halmaznak, amely maga is gyűrű ugyanazokkal a műveletekkel, akkor *S* az *R* gyűrű **részgyűrűje**. Például az egész számok $\mathbb{Z}$ gyűrűje a valós számok $\mathbb{R}$ gyűrűjének részgyűrűje, a páros számok gyűrűje pedig $\mathbb{Z}$ részgyűrűje.

részhalmaz

Az *A* halmaz a *B* halmaz **részhalmaza**, ha *A* minden eleme egyúttal eleme a *B* halmaznak is. Ha ez fennáll, akkor az *A* halmaz **benne van** a *B* halmazban, amit így jelölünk: $A \subset B$ (ritkábban $A \subseteq B$), s ekkor azt is mondjuk, hogy a *B* halmaz **tartalmazza** az a *A* halmazt. Érvényesek a követekező összefüggések.

1. Tetszőleges *A* halmaz esetén $\mathbf{C} = (c_{ij}), c_{ij} := b_{ij} - a_{ij}$ és $A \subset A$.
2. Tetszőleges *A* és *B* halmaz esetén ϑ pontosan akkor, ha $A \subset B$ és $B \subset A$.
3. Tetszőleges *A*,*B* és *C* halmaz esetén, ha $1^2 + 2^2 + \cdots + 10^2 = \sum_{i=1}^{10} i^2, \quad 1 + x + x^2 + \cdots + x^{n-1} = \sum_{i=1}^{n-1} x^i.$ és $B \subset C$, akkor $A \subset C$.

Lásd még valódi részhalmaz.

részletösszeg

Az $a_1 + a_2 + \cdots$ sor *n*-edik s_n **részletösszege** az első *n* tag összege; tehát $s_n := a_1 + a_2 + \cdots + a_n$.

részletszorzat

Amikor egy

$$\prod_{r=1}^{\infty} a_r$$

végtelen szorzatot képezünk az $a_1, a_2, a_3, \cdots$ sorozatból, az első *n* tényező $a_1 a_2 \cdots a_n$ szorzatát (végtelen sorok részletösszegének mintájára) az *n*-edik **részletszorzatnak** hívhatjuk.

részmátrix

Az ***A*** mátrix részmátrixait úgy kapjuk, hogy törlünk belőle néhány sort és oszlopot. Ha például $\mathbf{A} = (a_{ij})$ 4×4-es mátrix, akkor első és harmadik sorának valamint második oszlopának törlése után ezt a részmátrixát kapjuk:

$$\begin{bmatrix} a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}.$$

résztest

Legyen *F* test az összeadás és a szorzás műveletével. Ha *S* olyan részhalmaza az *F* halmaznak, amely maga is test ugyanazokkal a műveletekkel, akkor *S* az *F* test **résztestje**. Például a racionális számok $\mathbb{Q}$ teste a valós számok $\mathbb{R}$ testjének résztestje.

retardáció

Lásd lassulás.

rétegezett minta

Ha egy populáció nem homogén, hanem olyan csoportokból (rétegekből) tevődik össze, amelyeknél a bennünket érdeklő jellemző valószínűleg jelentősen különbözik, egy rétegezett minta várhatóan jobb becslését szolgáltatja majd az adott jellemzőnek, mint egy egyszerű véletlen minta, abban az értelemben, hogy a becslés gyakran lesz közelebb az igazi értékhez. Az eljárás abban áll, hogy minden csoportból annak nagyságával arányos méretű, de egyébként véletlen mintát veszünk. Ezzel megszabadulunk az egyszerű véletlen mintavétel egy lényeges ingadozásának forásától, azaz attól, hogy hányat veszünk az egyes csoprtokból. Ha például a teniszklubban 8, 15 és 12 játékos van az egyes korcsoportokban, akkor egy olyan ötelemű minta, amelyik az egyes korcsportokból 1, 2 és 2 játékost tartalmaz valószínűleg jobban reprezentálja a populációt, mint egy egyeszerű véletlen minta, amelybe esetleg az összes játékos egyetlen csoportból kerül be.

rezgésszám

Lásd frekvencia.

rezgőmozgás

Egy részecske vagy egy merev test **rezgőmozgást** végez, ha ide-oda mozog egy központi helyzet – általában stabilis egyensúlyi helyzet – körül. Ilyen például a matematikai és a fizikai inga lengése, egy rugóra függesztett részecske emelkedő-ereszkedő mozgása, és egy hegedűhúr rezgése. Fékező erő jelenléte esetén csillapított rezgőmozgásról, külső gerjesztő erő fellépte esetén kényszerrezgésről beszélnek.

reziduál

Egy megfigyelt érték, illetve a valamely statisztikai modell által megjósolt érték közti különbség. A rezidulok vagy **maradékok** segítségével megbecsülhetjük, hogy a modell milyen jól illeszkedik az adatokra, például egy χ^2-próbával. Egy nagy maradék kiugró adatot jelezhet.

rezonancia

Tegyük fel, hogy egy rezgőmozgásra képes testre oszcilláló külső erő hat, és a testre nem hat fékező erő! Ha a külső erő olyan frekvenciával oszcillál, amely megegyezik a test sajátfrekvenciájával, akkor olyan rezgőmozgás jön létre, melynek amplitúdója elméletileg a végtelenhez tart. Ebben az esetben beszélnek **rezonanciáról**. Például tegyük fel, hogy a rendszer mozgása az $m\ddot{x}(t) + kx(t) = F\cos(\Omega t)$ egyenlettel írható le! Akkor lép fel rezonancia, ha $\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Ebben az esetben az egyenlet egy partikuláris megoldásának a *t* helyen vett értéke

$$\frac{Ft}{2\sqrt{km}}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right).$$

Ez a partikuláris megoldás tehát növekvő amplitúdójú rezgőmozgást ír le.

Ha fékező erő is fellép, akkor a külső erő rezgési frekvenciájának létezik egy olyan értéke, amely esetén a kialakuló kényszerrezgés amplitúdója maximális. A rezonanciának ez az esete fontos szerepet játszik a szeizmográfok – a földrengések erősségének mérésére szolgáló műszerek – tervezésénél.

Riemann, Georg Friedrich Bernhard

(1826–66) Német matematikus, aki a XIX. század meghatározó alakja volt matematikában. Sok szempontból Gauss szellemi utódjának tekinthető. A geometriában ő kezdte azoknak az eszközöknek a kidolgozását, amelyekkel Einstein végül leírta a világegyetemet, és amelyek a huszadik században a sokaságok elméletévé fejlődtek. Alapvető geometriai elgondolásait híres székfoglaló előadásában, Göttingában mutatta be, ahol Gauss is jelen volt a hallgatóság sorai között. Sok jelentős munkát végzett az analízis területén, amelyben megőrződött neve is, a Riemann-integrálban, a Cauchy–Riemann-egyenletekben és a Riemann-felületek révén. Kapcsolatot teremtett a prímszámok elmélete és az analízis között: megfogalmazta a Riemann-sejtést, egy az úgynevezett ζ-függvénnyel kapcsolatos sejtést, amely – ha sikerülne bizonyítani – információt adna a prímszámok eloszlásáról.

Riemann-gömb

A kiterjesztett komplex sík reprezentációja sztereografikus vetítéssel.

Riemann-integrál

Lásd integrál.

Riemann-összeg

Lásd integrál.

Riemann-sejtés

A sejtés szerint a $\zeta-$függvénynek csak olyan nem-triviális *z* nullahelyei vannak, amelyekre $\mathrm{Re}(z) = \frac{1}{2}$. (Triviálisan gyökök a páros negatív egész számok.)

Riesz Frigyes

(1880–1956) Magyar matematikus, a funkcionálanalízis egyik megteremtője, számos fizikai alkalmazással is foglalkozott. Alapvető eredménye a lineáris funkcionálok általános alakját megadó Riesz–Fischer-tétel.

ritka mátrix

Olyan mátrix, amelynél a nullától különböző elemek aránya kicsi. Vesd össze sűrű mátrix.

robusztus

Egy statisztikai próba vagy statbecs **robusztus**, ha nem érzékeny a feltevések kicsiny megváltozására, például arra a feltevésre, hogy az alapulvett sokaság normális eloszlású. Egy próba robusztus a kiugró adatokra, ha jelenlétük nem befolyásolja nagyon az eredményt.

Rodrigues-féle formula

Lásd Legendre-polinomok.

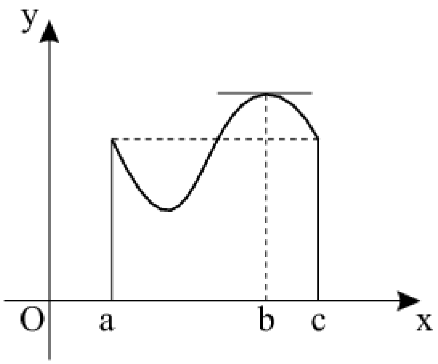
Rolle, Michel

(1652–1719) Francia matematikus, elsősorban a nevét viselő tételről ismert, amely 1691-ben publikált könyvében található.

Rolle-tétel

Függvények stacionárius pontjainak létezésére vonatkozó eredmény:

Tétel. Legyen *f* az $[a, b]$ intervallumon folytonos és az (a, b) intervallumon differenciálható olyan függvény, amelyre $f(a) = f(b)$. Ekkor van olyan *c* szám, amelyre $a < c < b$ és $f'(c) = 0$.



A tételben szereplő eredmény átfogalmazható egy az *f* grafikonjára kimondott állítássá: az *f* függvényre tett megfelelő feltételek mellett *f* grafikonjának bármely két azonos magasságú pontját véve a megfelelő argumentumok között kell lennie stacionárius pontnak; vagyis olyan pontnak, amelyben az érintő vízszintes. A tétel valójában a Lagrange-féle középértéktétel egy speciális esete; habár megszokott dolog először kimondani Rolle tételét és abból levezetni a középértéktételt. Egy szabatos bizonyítás arra a nemtriviális eredményre épít, amely szerint egy folytonos függvénynek zárt intervallumon van minimuma és maximuma.

római számjegy

Lásd számjegy.

romboéder

Hatoldalú sokszög, amelynek mindegyik lapja rombusz. így ez olyan parallelepipedon, amelynek az élei egyenlő hosszúságúak.

rombusz

Olyan négyszög, amelynek minden oldala azonos hosszúságú. Egy rombusz egyszerre deltoid és parallelogramma.

rosszul kondicionált

Egy problémáról azt mondjuk, hogy **rosszul kondicionált**, ha a bemeneti adatok (vagy egy egyenlet együtthatói) csekély megváltoztatása esetén a kimeneti adatok (vagy az egyenlet megoldásai) nagyon megváltoznak. Ha például $f(x) = \frac{1}{1-x^3}$, akkor $f(0.999) = 333.7$, $f(1.001) = -333.0$, vagy a két majdnem párhuzamos $y = x, y = (1 + \alpha)x + 10$ egyenes metszéspontjai $\alpha = 0.01$ esetén $(-1000, -1000)$, $\alpha = 0.02$ esetén $(-500, -500)$.

rotáció

A κ vektorváltozós vektorértékű függvény **rotációját** a $\nabla = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}$ operátor és ***V*** keresztszorzata adja: ϱ melyet a következő determinánssal megadott formában is fölírhatunk:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}.$$

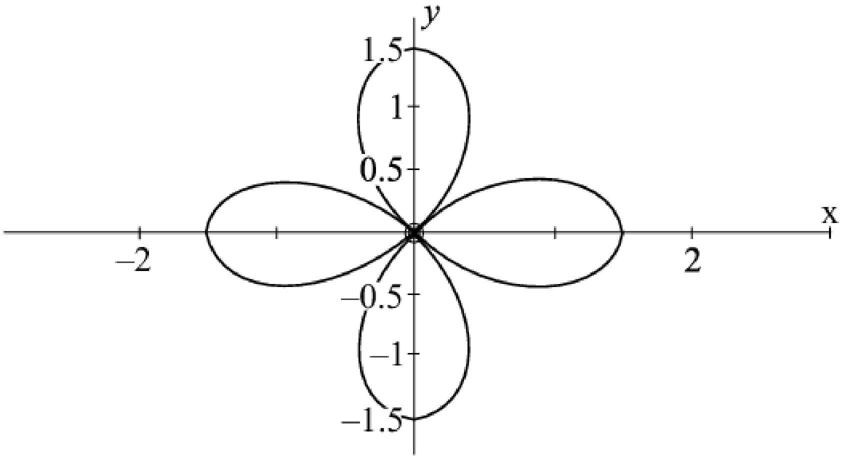
Vesd össze divergencia, gradiens.

röppálya

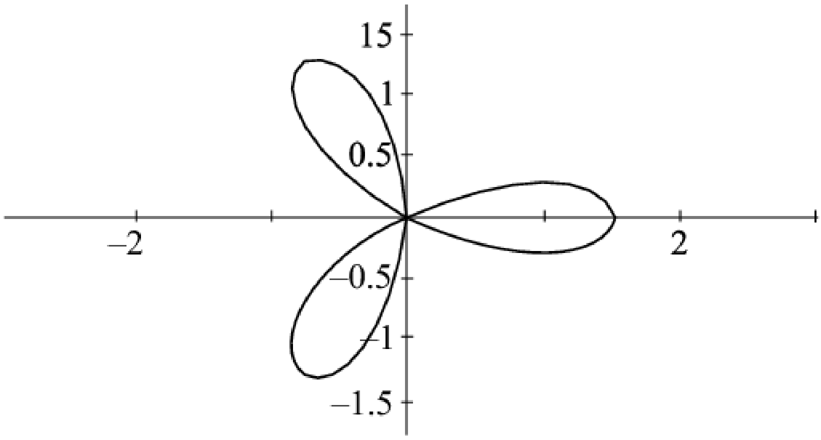
Egy lövedék által befutott út.

rózsa

Bizonyos számú, az origóban találkozó hurokból álló görbe, amelyek egy rózsaszerű virág szirmaira hasonlítanak. Polárkoordinátákban az egyenlete $r = a\cos(n\vartheta)$ vagy $r = a\sin(n\vartheta)$ alakú, ahol *a* határozza meg a hurkok csúcsának origótól vett távolságát. A polártengely mindig szimmetriatengelye a koszinuszos görbéknek, míg a szinuszos görbéknél a polártengelyre merőleges tengely lesz a szimmetriatengely. Ha *n* páros, akkor *2n* számú hurok lesz, míg ha *n* páratlan, akkor csak *n* számú hurok lesz mindegyik között egy-egy hézaggal. Ennek az eltérésnek az oka az, hogy ha *n* páratlan és *r* negatív értéket vesz fel, akkor egy $180°$-kal eltolt hurkot kapunk, miután *r* pozitív lesz. Amikor *n* páros, bármely két szögre, amelyek között $180°$ különbség van, *r* ugyanolyan előjelű, ezért egy új hurok keletkezik.



$r = 1.5\cos(2\vartheta)$.



$r = 1.5\cos(3\vartheta)$.

rúd

Egydimenziósnak tekintett test, azaz olyan test, melynek csak hosszúságot tulajdonítanak, szélességét és vastagságát nullának tekintik. A rúd tömegeloszlását vonalmenti sűrűséggel írják le. A matematikai modellekben rudak reprezentálhatják a keskeny, egyenes testeket. A rudak egyaránt lehetnek merevek vagy rugalmasak.

rugalmas

Egy testet akkor neveznek **rugalmasnak**, ha a rá ható és őt deformáló erők megszüntével visszanyeri eredeti alakját.

rugalmas energia

Lásd potenciális energia.

rugalmas húr

Lásd rugalmas szál.

rugalmasság

Lásd rugalmassági modulus.

rugalmassági modulus

Anyagra jellemző paraméter, jele *E*. A Hooke-törvényben szereplő arányossági tényezőben jelenik meg.

rugalmas szál

Nyújtható, de össze nem nyomható szál, amely azonnal visszanyeri eredeti hosszát, amint a rá ható nyújtóerők megszűnnek. A rugóban fellépő feszültség bonyolult módon függhet a megnyúlástól. Legegyszerűbb matematikai modellje azon a feltételezésen alapszik, hogy a feszültség arányos a megnyúlással, azaz hogy érvényes a Hooke-törvény. Egy részecske, mely egy rögzített felfüggesztési ponthoz erősített rugalmas szál végén függ, éppúgy egyszerű harmonikus rezgőmozgást végez, ahogyan egy rugóra függesztett test is, feltéve, hogy rezgések amplitúdója elég kicsi ahhoz, hogy a szál a mozgás folyamán ne ernyedjen el.

rugalmas ütközés

Olyan ütközés, amelynek során nincs mozgásienergia-veszteség.

rugó

Általában spirál alakúra hajlított huzalból álló eszköz, amely megnyújtható és összenyomható. Rugalmas, ezáltal visszanyeri alakját, ha a rá ható húzó- vagy nyomóerő megszűnik. A rugó által kifejtett húzóerő gyakran bonyolult módon függ a megnyúlástól. A rugó legegyszerűbb matematikai modellje azon a feltételezésen alapszik, hogy a húzóerő arányos a megnyúlással, azaz hogy érvényes a Hooke-törvény.

rugóállandó

Lásd direkciós erő.

Runge–Kutta-módszerek

Az $y'(x) = f(x, y(x))$ alakú differenciálegyenlet megoldására szolgáló numerikus módszerek családja, amelyek az intervallum(ok) belső pontjait is felhasználják a pontosság javítására. Tehát, ha ismerjük a függvény értékét az (x_n, y_n) pontban, és keressük a megoldás y_{n+1} becslését az $x_{n+1} := x_n + h$-ban, akkor a **másodrendű Runge–Kutta képlet**

$$\pm 5 \times 10^{-(k+1)}$$

a **negyedrendű Runge–Kutta képlet** pedig

$$\pm 0.0005$$

Russell, Bertrand Arthur William

(1872–1970) Brit filozófus, logikus és sok témában publikáló író. A matematikában a *Principia Mathematica* (*A matematika alapjai*) című könyv társszerzőjeként ismert, melyet Whiteheaddel együtt írtak, és három kötetben 1910 és 1913 között publikáltak. Ebben a könyvben megkísérelték megmutatni, hogy a tiszta matematika teljes egészében levezethető bizonyos alapvető logikai axiómákból. Habár a kísérlet nem volt teljesen sikeres, Gödel, Kurt a munka nagy hatással volt másokra. Russell nevéhez kötődik még a Russell-paradoxon is.

Russell-paradoxon

A halmazelmélet fogalmait használva egy halmaz definiálható úgy, mint mindazon elemek összessége, melyek kielégítenek valamilyen tulajdonságot. Ekkor nyilvánvalóan lehetséges, hogy egy halmaz nem tartalmazza önmagát: számok bármely halmaza, mondjuk, nem tartalmazza önmagát, mivel ahhoz, hogy önmagát tartalmazza, számnak kellene lennie. De az is lehetséges, hogy egy halmaz tartalmazza önmagát: például az összes halmazt tartalmazó halmaz tartalmazza önmagát. 1901-ben Bertrand Russell felhívta a figyelmet arra az ellentmondásra, ami azután **Russell-paradoxonként** vált ismertté. Tekintsük az *R* halmazt, amely definíció szerint $R := \{x | x \notin x\}$. Ha $R \in R$, akkor $R \notin R$; és ha $R \notin R$, akkor $R \in R$. A paradoxon megmutatja a megszorítások nélküli absztrahálás veszélyét; különböző javaslatok vannak a paradoxon elkerülésére.

Rutherford, Ernest

(1871–1937) Új-Zélandon született angol anya és skót apa gyermekeként. A Canterbury College-ben matematikát és fizikát hallgatott, majd 1894-ben állást kapott a Cambrigde-i Egyetemen. Tíz éven át a montreali McGill Egyetemen dolgozott, majd visszatért Angliába, és Cambrigde-ben lett fizikaprofesszor. 1908-ban kémiai Nobel-díjjal tüntették ki „az elemek bomlásával és a radioaktív anyagok kémiájával kapcsolatos kutatásaiért". ő vezette be és nevezte el az atomfizika számos alapfogalmát. Ilyenek például az alfa-, a béta- és a gamma-sugarak, a proton, a neutron és a felezési idő. ő ismerte fel elsőként, hogy az atomnak szinte a teljes tömege és valamennyi pozitív töltésú része az atom méretének egy nagyon kicsi hányadában összpontosul, amely később atommag néven vált ismertté. A beszámolók szerint elégedetlenül vette tudomásul, hogy kémiai Nobel-díjat kapott, mivel elsősorban fizikusnak tekintette magát.

23. S

sajátérték

Legyen ***A*** négyzetes mátrix. A $\det(\mathbf{A} - \lambda I) = 0$ egyenlet a gyökeit az ***A*** mátrix **sajátértékeinek** hívjuk. A λ szám pontosan akkor sajátértéke az ***A*** mátrixnak, ha van olyan nullától különböző ***x*** vektor, amellyel fennáll, hogy $\mathbf{Ax} = \lambda\mathbf{x}$. Bármely olyan nullától különböző vektort, amelyre ez az egyenlőség fennáll, a λ sajátértékhez tartozó **sajátvektornak** hívunk.

sajátvektor

Lásd sajátérték.

sávmátrix

Olyan mátrix, melyben az elemek nullák, kivéve a főátló körüli diagonális sávot.

sch

Lásd hiperbolikus függvények.

Schrödinger, Erwin Rudolf Alexander

(1887–1961) Osztrák elméleti fizikus, aki megalapozta a kvantummechanika hullámfüggvény-formalizmusát, és összekapcsolta azt az általános relativitáselmélettel. *Mi az élet?* című könyvecskéje nagy hatással volt a molekuláris biológia fejlődésére. 1933-ban Paul Diraccal együtt fizikai Nobel-díjjal tüntették ki.

sebesség

Tegyük fel, hogy egy részecske egyenes vonal mentén mozog, melyen kijelöltünk egy *O* origót és egy pozitívnak tekintett irányt! Jelölje $x(t)$ a részecske kitérését a *t* pillanatban! A részecske **sebessége** egyenlő $\dot{x}$-vel vagy $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$-vel, a kitérés időbeli változásának ütemével. A sebesség pozitív, ha a részecske a pozitív irányban mozog, és negatív, ha a részecske a negatív irányban mozog.

Az előző bekezdésben az általános szokást követve elhagytuk az ***i*** egységvektort, mely az egyenes mentén a pozitív irányba mutat. A sebesség valójában vektormennyiség, és a fent leírt egydimenziós esetben $\dot{x}\mathbf{i}$-vel egyenlő.

Két- vagy háromdimenziós mozgás esetén explicit módon használják a vektorokat. Az ***r*** helyvektorú részecske ***v*** sebességét a $\mathbf{v} := \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\mathbf{r}}$ képlet adja meg. Descartes-féle koordinátákkal kifejezve $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ és $\dot{\mathbf{r}} = \dot{x}\mathbf{i} + \dot{y}\mathbf{j} + \dot{z}\mathbf{k}$.

A sebesség hosszúság szorozva idő a mínusz elsőn dimenziójú, SI mértékegysége a méter per másodperc (méter per szekundum), rövidítve $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

sebességáttétel

Lásd egyszerű gép.

sebesség-idő grafikon

Olyan grafikon, mely egy egyenes vonal mentén mozgó részecske sebességét ábrázolja az idő függvényében. Jelölje $x(t)$ és $v(t)$ a részecske kitérését, illetve sebességét a *t* pillanatban! A gyorsulás-idő grafikon ekkor a *v* függvény képe, ahol az első (*t*-)tengely vízszintes, a második tengely függőleges, és felfelé van irányítva. Ha a grafikon a vízszintes tengely fölött halad, a részecske a pozitív irányban mozog, ha a grafikon a vízszintes tengely alatt halad, a részecske a negatív irányban mozog.

A sebesség-idő grafikon valamely *t* pontbeli differenciálhányadosa egyenlő a részecske gyorsulásával a *t* pillanatban. Ezenkívül

$$\int_{t_1}^{t_2} v(t)\,\mathrm{d}t = x(t_2) - x(t_1)$$

Tehát figyelembe véve azt a konvenciót, hogy a vízszintes tengely alatt lévő minden terület negatív, a grafikon alatti terület a t_1 és t_2 időpont között egyenlő a t_2 és a t_1 időpontokhoz tartozó helykoordináták különbségével.

(Itt az általános szokást követve elhagytuk az ***i*** egységvektort, mely az egyenes mentén a pozitív i$x(t)\mathbf{i}$a $v(t)\mathbf{i}$. A rész$a(t)\mathbf{i}$kitérés$v(t) = \dot{x}(t)$s g$a(t) = \dot{x}(t)$jában vektormennyiség, értékük a *t* időpontban , , illetve , ahol és .)

segédváltozók

Azok a változók, amelyeket lineáris programozási feladatok megoldásánál vezetünk be, hogy az egyenlőtlenségi feltételeket egyenlőségekké írhassuk át. Minden egyenlőséghez egy segédváltozót vezetünk be, ha például az egyik feltétel $2x+3y \leq 30$, akkor bevezetjük az *s* változót, amelyre $2x+3y-s=0$. Ez teszi lehetővé, hogy alkalmazzuk a megoldás meghatározására a szimplexmódszer néven ismert lineáris algebrai eljárást.

sehol sem differenciálható függvény

Létezik a számegyenesen értelmezett olyan folytonos függvény, amelyik egyetlen pontban sem deriválható.

semleges egyensúly

Lásd egyensúly.

Serre, Jean-Pierre

(1926–) Francia matematikus, aki jelentősen hozzájárult a topológia, a komplex függvénytan, a számelmélet és az algebrai geometria fejlődéséhez. 1954-ben megkapta a Fields-érmet, 2000-ben a Wolf-díjat, 2003-ban pedig az első Abel-díjat.

séta

Sétának (más szóhasználattal **vonalnak**) olyan élsorozatot nevezünk egy gráfban, amelyben mindegyik él egyik végpontja az előző, másik végpontja a rákövetkező éllel közös. A gráfelméletben bizonyos tulajdonságú séták különösen fontosak, ezért saját nevet kaptak. Az olyan sétát például, mely során egy él sem szerepel egynél többször, Euler-sétának hívjuk, míg ha semelyik ponton sem megyünk keresztül egynél többször, akkor a séta neve út. A zárt utat körnek mondjuk, azaz a kör olyan út, melynek kezdő- és végpontja azonos (de más pontot és élet nem tartalmaz egynél többször).

sgn

Lásd előjelfüggvény.

SI egységrendszer

A fizikai mennyiségek nemzetközileg elfogadott mértékegységeit összefoglaló rendszer (**Système International d'Unités**). Hét alapegységet tartalmaz, melyek közül a méter – a hosszúság mértékegysége –, a kilogramm – a tömeg mértékegysége – és a másodperc – az idő mértékegysége – fordul elő leggyakrabban a matematikában. A **kiegészítő mértékegységek** a radián – a szög mértékegysége – és a szteradián – a térszög mértékegysége. Az alap- és kiegészítő mértékegységek segítségével vezetik be a **származtatott mértékegységeket**, például a négyzetmétert – a terület mértékegysége – és a méter per másodpercet, ez a sebesség mértékegysége. Egyes származtatott mértékegységek különleges nevet viselnek. Ilyenek például a newton, a joule, a pascal és a hertz.

Mindegyik alapegységnek van egy elfogadott rövidítése. A leszármaztatott mértékegységek rövidített jelöléseiben az alapegységek rövidítéseit pozitív vagy negatív kitevőkkel látják el (például a négyzetméter rövidítése m^2, a méter per másodperc pedig felírható $\mathrm{m\ s}^{-1}$ alakban). A különleges nevet viselő származtatott mértékegységeknek szintén van rövidített jelölése.

A mértékegységek 10 egész kitevős hatványaival való szorzatának jelöléséhez előtagokat használnak (a kitevő általában hárommal osztható). Az alábbi lista összefoglalja a leggyakrabban használt előtagokat. A kitevők rövidítései zárójelben szerepelnek. Például egy megawatt egyenlő 10^6 wattal, egy milligramm egyenlő 10^{-3} grammal. A megawatt rövidítése MW, a milligramm rövidítése mg.

$\mathrm{m\ s}^{-1}$

Olykor használják a következő előtagokat is:

10^6

sík

(Descartes-féle koordinátákban) Az (x, y) Descartes-féle koordináták által definiált kétdimenziós tér. A háromdimenziós tér részhalmazaként pedig a **sík** egyenlete lineáris egyenlet, más szavakkal egy $ax + by + cz + d = 0$ alakú egyenlet, ahol az a, b és *c* állandók közül nem mindegyik nulla. Itt az a, b és *c* a síkra merőleges irány irányvektorának komponensei. Lásd még a sík vektoregyenlete.

síkbafejthető felület

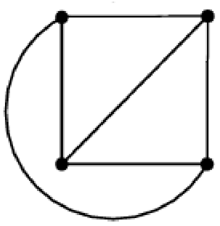
Olyan felület, mely simán kiteríthető a síkba, bármilyen torzulás nélkül. Például a kúp és a henger. Viszont bármely világtérképen a távolságok elkerülhetetlenül pontatlanok, mert a gömb nem síkbafejthető felület.

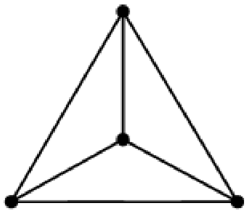
síkgeometria

A matematikának a síkba rajzolt alakzatok és vonalak tulajdonságaival, valamint azok egymás közötti kapcsolatával foglalkozó területe.

síkgráf

Olyan gráf, amely lerajzolható úgy a síkban, hogy nincs két él, amely metszené egymást. A K_4 teljes gráf például síkgráf, amint azt bármelyik lenti ábra mutatja. Sem a K_5 teljes gráf (a Petersen-gráf), sem a $K_{3,3}$ teljes páros gráf nem síkgráf, és egy gráf pontosan akkor síkgráf, ha ezek egyikét sem tartalmazza, sem továbbosztásukat.





síkkitöltő görbe

Lásd Peano-féle görbe.

sík normálisa

Egy, a síkra merőleges egyenes. Ez a sík minden egyenesére merőleges.

síkok hajlásszöge

Adott két sík, legyen ezek normálvektora $\mathbf{n}_1$ és $\mathbf{n}_2$. Ekkor a síkok hajlásszöge az $\mathbf{n}_1$ és $\mathbf{n}_2$ vektorok hajlásszögeként kapható meg (lásd vektorok hajlásszöge). Az $\mathbf{n}_1$ és $\mathbf{n}_2$ vektorok irányítását úgy kell megválasztani, hogy az általuk bezárt ϑ szögre teljesüljön, hogy $0 \leq \vartheta \leq \pi/2$ (radiánban), vagy $0 \leq \vartheta \leq 90$ (fokban).

síktranszformáció

A sík önmagára történő bijektív leképezéseit **síktranszformációknak** hívjuk.

A sík legfontosabb transzformációi a **lineáris transzformációk**, amelyek derékszögű koordináta-rendszerben bizonyos lineáris egyenletekkel, illetve mátrixokkal jellemezhetők. A sík egy *T* lineáris transzformációjához mindig megadhatók olyan a, b, c és *d* számok, hogy egy tetszőleges (x, y) pont $(x', y') := T(x, y)$ képének két koordinátája $(x', y') = (ax + by, cx + dy)$ alakú lesz. Mátrixos alakban ugyanezt az

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

egyenlőség fejezi ki. Itt az $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mátrixot az adott transzformáció mátrixának nevezzük. Az origó körüli forgatások, az origón átmenő egyenesekre való tükrözések és az origó középpontú nyújtások mind példák lineáris transzformációkra. Figyeljük meg, hogy az origó minden lineáris transzformációnak fix pontja. Az eltolás viszont nem lineáris, hanem úgynevezett affin lineáris transzformáció, amelyet így adhatunk meg:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix}.$$

Az analóg fogalmak a térben is bevezethetők.

síkvektor

Lásd n-dimenziós tér.

sík vektoregyenlete

Vegyünk fel a térben egy síkot, és jelölje *A* ennek tetszőleges pontját, melynek helyvektora ***a***. Jelölje továbbá ***n*** a sík egy normálvektorát. A sík egy tetszőleges *P* pontjának ***p*** helyvektora ekkor felírható a $(\mathbf{p} - \mathbf{a}) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}$ **vektoregyenlet** alakjában, ahol $\cdot$ a skaláris szorzást jelöli. Az egyenlet felírható a $\mathbf{p} \cdot \mathbf{n} =$állandó alakban is, ahol a jobboldali állandó az $\mathbf{a} \cdot \mathbf{n}$ vektor. A vektoregyenletet komponensenként kiírva kapjuk a sík jól ismert $ax + by + cz = ax_0 + by_0 + cz_0$ alakját, ahol tehát az ***a*** vektor koordinátái (x_0, y_0, z_0), $\mathbf{n} = (a, b, c)$ és $\mathbf{p} = (x, y, z)$.

sima

Folytonosan differenciálható függvény (néha akárhányszor differenciálható függvény) jelzője.

sima felület

Lásd kontakt erő.

Simpson-képlet

Az

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$$

határozott integrál közelítő értéke megkapható, ha a következőképpen használjuk fel *f* osztópontbeli értékeit az $[a, b]$ intervallum egyenlőközű felosztásánál. Osszuk fel az $[a, b]$ intervallumot *n* számú, egyenlő $h := (b - a)/n$ hosszúságú részintervallumra az $a =: x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{n-1} < x_n := b, \quad x_i := x_0 + ih \quad (i = 1, 2, \ldots, n-1)$ osztópontokkal. Legyen $f_i := f(x_i) \quad (i = 1, 2, \ldots, n-1)$. Ha mármost az *f* függvényt az egyes részintervallumokon az f_i állandóval közelítve számoljuk ki az integrál értékét, akkor a

$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i - x_{i-1})$ **téglányösszeggel** közelítünk, ha az *f* függvényt az egyes részintervallumokon elsőfokú függvénnyel (geometriailag: egyenesszakasszal) közelítve számoljuk ki az integrál értékét, akkor a **trapézformulával** közelítünk, ha pedig az egyes részintervallumokon másodfokú függvénnyel (parabolával) közelítve számoljuk ki az integrál értékét, akkor belátható, hogy a $\frac{1}{3}h(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + 2f_4 + \cdots + 2f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n)$ **Simpson-képlethez** jutunk. (Ez utóbbi esetben páros számú osztópontot kell vennünk.) Ennek a képletnek a hibája már csak $1/n^4$, szemben az előző két módszer nagyobb hibájával. A módszer Thomas Simpson (1710–1761) brit matematikustól származik.

Simpson-paradoxon

Ha két csoportban megvizsgáljuk két tulajdonság előfordulásának gyakoriságát, és a kétszer kettes táblázatban összevonjuk a csoportokat, az összevonás előttihez képest ellenkező következtetésre juthatunk. Ehhez az kell, hogy az egyik kategórián belül lényeges különbség legyen a két csoportban való előfordulási arányok között. Ha például a természettudományt választó egyetemisták 80%-át veszik föl, a művészetet választóknak pedig 40%-át, mindkét esetben függetlenül a halgatók nemétől, akkor nincs diszkrimináció. Ha viszont a fiúk 75%-a jelentkezik természettudományra, a lányoknak pedig csak 30%-a, akkor látszólag nagy a diszkrimináció. Vegyünk a fenti arányokkal 1000 fiút és 1000 lányt, akkor a kétszer kettes táblázat:

	fölvettek	elutasítottak
fiúk	700	300
lányok	520	480

Tehát a fiúk 70%-át vették föl, szemben azzal, hogy a lányoknak csak 52%-át, holott a felvételi arány mindkét nemnél ugyanaz volt, csak a lányok közül több választotta a nehezebb szakot.

skála

A méréseknél használt értékbeosztás egy egyenes vonal mentén. A lineáris skála olyan skála, amelyben ugyanazt a mérési intervallumot mindig ugyanaz a skála ábrázolja. Használják még a logaritmikus és a valószínűségi skálát.

skalár

Ha vektorokkal dolgozunk, akkor az elemeik valamilyen speciális *S* halmazhoz kell, hogy tartozzanak; ez gyakran a valós vagy a komplex számok halmaza. *S* egy elemét **skalárnak** nevezhetjük, hogy hangsúlyozzuk, hogy az nem vektor.

Ha mátrixokkal dolgozunk, akkor is az elemeik valamilyen speciális *S* halmazhoz kell, hogy tartozzanak; ez gyakran a valós vagy a komplex számok halmaza. *S* egy elemét itt is **skalárnak** nevezhetjük, hogy hangsúlyozzuk, hogy az nem mátrix. Például ilyen eset állhat elő, ha az $\mathbf{A}$ mátrixot egy *k* skalár értékkel akarjuk megszorozni, hogy a $k\mathbf{A}$ mátrixot kapjuk, vagy amikor a mátrix egy sorát egy skalárral szorozzuk.

skaláris mátrix

Olyan diagonális mátrix, amelyben a főátló összes eleme azonos, mondjuk *k*, és az összes többi elem nulla. Ha egy mátrixot ilyen mátrixszal szorzunk, az egyenértékű azzal, hogy a mátrixot a *k* skalár értékével szorozzuk meg.

skaláris szorzat

Az ***a*** és a ***b*** vektorok **skaláris** (vagy **belső**) **szorzata** $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} := |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos(\vartheta)$, ahol a ϑ az $\mathbf{a}$ és ***b*** vektorok közötti szög radiánban, $0 \leq \vartheta \leq \pi$. Ez skaláris mennyiség, azaz egy valós szám, nem vektor. A skaláris szorzat tulajdonságai:

1. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$, a kommutativitási tulajdonság.
2. Az ***a*** és ***b*** vektorokra $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ akkor és csak akkor, ha ***a*** merőleges a ***b*** vektorra (beleértve azt az esetet is, amikor valamelyik – esetleg mindkét – vektor a nulla vektor).

3. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = |\mathbf{a}|^2$; az $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}$ skaláris szorzat írható úgy is, mint $\mathbf{a}^2$.

4. $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$, a disztributivitási tulajdonság.

5. $\mathbf{a} \cdot (k\mathbf{b}) = (k\mathbf{a}) \cdot \mathbf{b} = k(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$.

6. Ha az ***a*** és ***b*** vektorokat az $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ és ***k*** bázisvektorok szerinti összetevőikkel definiáljuk, azaz $\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}, \mathbf{b} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$, akkor $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$.

skaláris vetület

(vektornak vektorra) Lásd vektor vetülete vektoron.

skalárszoros

Lásd mátrix skalárszorosa, vektor skalárszorosa.

skalártest

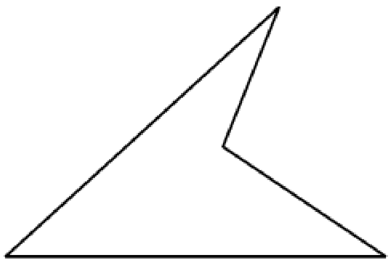
Az a test, amelyet vektortér definiálására használtak.

skatulyaelv

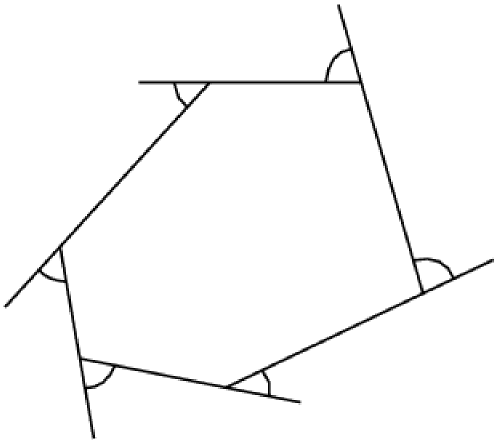
Az a megfigyelés, hogy ha *m* tárgyat helyezünk el *n* dobozba és $m > n$, akkor legalább egy dobozba legalább kettő tárgy kerül. Ez alkalmazható néhány nyilvánvaló esetben; például, ha veszünk 13 embert, akkor legalább kettőnek ugyanabban a hónapban lesz a születésnapja. Vannak kevésbé triviális alkalmazásai is.

sokszög

Néhány egyenes oldal által határolt síkbeli alakzat. Ez a meghatározás olyan sokszögeket is magában foglal, mint például az alábbi ábrán látható, de gyakran az ilyen fajtákat szeretnénk kizárni és azt feltételezni, hogy egy sokszög konvex.



Egy konvex sokszög véges tartomány, néhány egyenesszakasz által határolt síkbeli alakzat, ahol a tartomány úgy helyezkedik el, hogy teljes egészében minden egyes szakasz egyenesének az egyik oldalán fekszik. A sokszög külső szögei az ábrán be vannak jelölve; ezek összege mindig $360°$.



Egy *n*-oldalú (konvex) sokszög belső szögeinek összege egyenlő $2n-4$ derékszöggel. Egy konvex **szabályos sokszögben** minden oldal egyenlő hosszú és a belső szögek egyenlő nagyságúak; csúcsai pedig egy körön helyezkednek el.

sokszög belső szöge

A sokszög belsejében fekvő, két szomszédos oldal közötti szög.

sokszög külső szöge

Egy oldal és egy szomszédos oldal meghosszabbítása által bezárt szög.

sor

Az elemek egy vízszintes sora egy tömbben, főként egy mátrixban.

sor

Az $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ kifejezést hívhatjuk **véges sornak** is; itt az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok a sor **tagjai**. Ugyanezt a kifejezést nevezhetjük a sor **összegének** is. Bizonyos véges sorokra, amilyen a számtani sor és a mértani sor, a sor összege ismert képlettel adható meg. Az is megállapítható például, hogy

$$\sum_{r=1}^{n} r^2 = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

$$\sum_{r=1}^{n} r^3 = 1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

Ha minden *n* pozitív egészhez hozzárendelünk egy-egy számot, ezek $a_1, a_2, \ldots, a_n$; és képezzük az $s_n := a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ sorozatot, akkor – amennyiben létezik – e sorozat határértékét hívjuk az $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$ **végtelen sor** összegének. Ha a határérték nem létezik, akkor a végtelen sornak nincs összege. Lásd még számtani sor, mértani sor, binomiális sor, Taylor-sor és Maclaurin-sor.

sorbanállási elmélet

Azoknak a folyamtoknak a tanulmányozása, amelyek összekapcsolják a fogyasztók várakozási idejét a kiszolgálási időkkel, ahol az egyik vagy a másik – de leggyakrabban mindkettő – a véletlentől is függ. Különböző kontextusokban az egyes részek valószínűségi modellje különböző lehet, és az a tény, hogy minden szinten valószínűségi elemek fordulnak elő, szinte megköveteli a szimulációt, ahol a sor viselkedése különféle paraméterértékek mellett megfigyelhető többször is, egymás után, és így tanulmányozható az egyes stratégiák hatása.

sorekvivalencia (mátrixoké)

Két mátrix sorekvivalens, ha az egyiket át lehet transzformálni a másikba elemi sorműveletek segítségével.

sor hossza

Lásd sor.

sormátrix

Egyetlen sorból álló mátrix, azaz egy $[a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_n]$ alakú $1 \times n$-es mátrix. Hasznos lehet egy adott $m \times n$-es mátrix sorait egyedi sormátrixokként kezelni.

sorművelet

Lásd elemi sorművelet.

soros számítás

Egy feladat részeinek egymás utáni végrehajtása egyetlen processzoron. Vesd össze párhuzamos számítás.

sorozat

Az *n* **hosszúságú** (itt *n* pozitív egész szám) $a_1, a_2, \ldots, a_n$ **véges sorozat** *n* számú tagból áll, amelyek megfelelnek az $1, 2, \ldots, n$ természetes számoknak. Az $a_1, a_2, a_3 \cdots$ **végtelen sorozat** minden pozitív egész számhoz hozzárendel egy tagot. Az indexezést néha célszerű nullával kezdeni. Lásd a sorozat határértékét is.

sorozat (statisztikában, valószínűségszámításban)

Egy minta egymást követő, valamilyen közös tulajdonsággal bíró megfigyeléseinek sorozata. A megfigyelésekre gyakran két tulajdonság, *A* és *B* valamelyike áll fenn. Például, *A* lehet az, hogy „a medián felett”, *B* pedig az, hogy „a medián alatt”. Ha a megfigyelések sorozata mondjuk az *AABAAABBAB* sorozatot adja, akkor a(z egyforma kimenetelekből álló) **sorozatok** száma 6 lesz. Ez a statisztika néhány nemparaméteres módszernél használatos.

sorozat határértéke

Szemléletesen azt mondhatjuk, hogy az $a_1, a_2, a_3, \cdots$ végtelen sorozat határértéke, ha létezik, az *l* szám, ha megvan az a tulajdonsága, hogy a_n egyre közelebb lesz *l*-hez, ha *n* minden határon túl növekszik.

A pontos definíció a következőképpen szól. Azt mondjuk, hogy az $a_1, a_2, a_3, \cdots$ sorozat határértéke *l*, ha bármely (tetszőlegesen kicsi) pozitív ε számhoz létezik olyan (általában ε-tól függő) *N* pozitív egész szám, hogy minden $n > N$ egész esetén $l - \epsilon < a_n < l + \epsilon$. Ezt úgy is jelöljük, hogy $\lim_{n \to +\infty} a_n = l$, vagy $a_n \to l$, ha $n \to +\infty$. Ha egy számsorozatnak van véges határértéke, akkor **konvergensnek**, ellenkező esetben divergensnek nevezzük.

Például a $0, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \cdots$ sorozat határértéke 1. Más példát véve, a $-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \cdots$ sorozat határértéke 0; e sorozat *n*-edik tagja $(-1)^n/n$ alakú, így azt is írhatjuk, hogy $(-1)^n/n \to 0$.

Természetesen olyan sorozatok is vannak, amelyeknek nincs véges határértéke. Ezek a **divergens** sorozatok különbözőképpen jellemezhetők.

1. Azt mondjuk, hogy az a_n sorozat határértéke $+\infty$, ha bármely (tetszőlegesen nagy) *K* pozitív számhoz létezik olyan (*K*-tól függő) *N* pozitív egész, hogy minden $n > N$ esetén $a_n > K$. Például $+\infty$ a határértéke a $1, 4, 9, 16, \cdots$ sorozatnak, azaz amelynek az *n*-edik tagja $a_n = n^2$.

2. Hasonlóan definiálható az $a_n \to -\infty$ határérték is. Példa $-\infty$-hez tartó sorozatra a $-4, -5, -6, \ldots$ sorozat, azaz ahol $a_n = -n - 3$.

3. Előfordulhat, hogy egy sorozatnak nincs határértéke, de korlátos, mint például a $-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \cdots$ sorozat, melynél $a_n = (-1)^n n/(n+1)$.

4. Előfordulhat az is, ho[illegible]látos, mégsem teljesül rá, hogy határértéke $+\infty$ vagy $-\infty$ lenne, például ilyen az $1, 2, 1, 4, 1, 8, 1, \ldots$ sorozat.

sorozat hossza

Lásd sorozat.

sorösszeg

Lásd sor.

sorrang

Lásd rang.

sorszám

Egy sorozatban az egyes helyeket jelölő számok a **sorszámok**, így kezdődnek: „első”, „második”, „harmadik”.

sorvektor

Lásd sormátrix.

Spearman-féle rangkorrelációs együttható

Lásd rangkorrelációs együttható.

speciális relativitáselmélet

Lásd relativitáselmélet.

spirál

Lásd arkhimédészi spirális, logaritmikus spirális.

stabilis egyensúly

Lásd egyensúly.

stabilitás

Egy részecske vagy egy test egyensúlyi helyzetének jellemzője. Stabilitás szempontjából az egyensúlyi helyzet lehet stabilis, instabilis vagy semleges, ezek a matematikai szóhasználatban az aszimptotikusan stabilis, instabilis vagy stabilis kifejezésnek felelnek meg.

stacionárius érték

Lásd stacionárius pont (egy változóban), stacionárius pont (két változóban).

stacionárius pont (egy változóban)

Az *f* valós-valós függvény értelmezési tartományának olyan *c* pontja, ahol a függvény differenciálható, és a deriváltja nulla: $f'(c) = 0$. A megfelelő $f(c)$ függvényérték a függvény **stacionárius értéke**. Attól függően, hogy hogyan viselkedik az *f* függvény a *c* pont környezetében, a *c* pont lehet

1. lokális maximum, ha a *c* ponttól balra eső *x* pontokban $r > 0$, és a *c* ponttól jobbra eső *x* pontokban $rt < s^2$;
2. lokális minimum, ha a *c* ponttól balra eső *x* pontokban ϑ, és a *c* ponttól jobbra eső *x* pontokban ϑ;
3. se nem lokális maximum, se nem lokális minimum.

A harmadik esetben előfordulhat, hogy $f'(x)$ azonos előjelű a jobb és a bal oldalon, ez esetben *c* inflexiós pont, és a függvénynek az adott pontban vízszintes inflexiós érintője van. A bonyolultabb eseteket itt nem taglaljuk.

stacionárius pont (két változóban)

Az *f* kétváltozós függvény értelmezési tartományának olyan (a, b) pontja, ahol a függvény differenciálható, és parciális deriváltjai nullák: $\frac{\partial f(a,b)}{\partial x} = 0$ $\frac{\partial f(a,b)}{\partial y} = 0$. (Ez egyúttal azt jelenti, hogy a függvény által értelmezett felület adott pontjában az érintő sík vízszintes.) A megfelelő $f(a, b)$ függvényérték a függvény **stacionárius értéke**. Tegyük fel, hogy a függvény az adott pontban kétszer differenciálható, és vezessük be a következő rövidítéseket:

$$r := \frac{\partial^2 f(a,b)}{\partial x^2}, \quad s := \frac{\partial^2 f(a,b)}{\partial x \partial y}, \quad t := \frac{\partial^2 f(a,b)}{\partial y^2}.$$

Az (a, b) pont

1. lokális maximum, ha $\{1, 2, 3, 4\}$ és $r < 0$;

2. lokális minimum, ha $\{1, 2, 3, 4\}$ és $r > 0$;

3. nyeregpont, ha $rt < s^2$. A bonyolultabb eseteket itt nem taglaljuk.

standard hiba

Egy populáció valamely paraméterének becslése esetén az empirikus szórásnégyzet négyzetgyöke a **standard hiba**. *n* elemű minta esetén a mintaátlag standard hibája $\sigma/\sqrt{n}$, ha a populáció szórásnégyzete σ^2.

standardizál

(valószínűségszámításban) Úgy transzformál egy valószínűségi változót, hogy várható értéke 0, szórásnégyzete pedig 1 legyen. Ha $E(X) = \mu$ és $D^2(X) = \sigma^2$, akkor *X* standardizáltja, *Z* olyan lesz, amelyre $E(Z) = 0, D^2(Z) = 1$. A legegyszerűbben ez úgy valósítható meg, ha $Z := \frac{X-\mu}{\sigma}$. Ezzel a transzformációval például egy normális eloszlású valószínűségi változót standard normális eloszlásúvá transzformálhatunk, majd használhatjuk az $N(0, 1)$ eloszlásra vonatkozó táblázatokat.

statisztika

A statisztika tudományán túlmenően a **statisztika** vagy **statisztikai függvény** jelenti mintaelemek valamely függvényét, más szavakkal valamilyen, a megfigyelésekből számolt mennyiséget. Például a minta átlaga, varianciája és mediánja egyaránt statisztika. A mintában megfigyelt értékek összege szintén statisztika, de nem becslés.

A statisztika gyakran a populáció valamely paraméterének becslése. A ϑ paraméter *X* becslése **konzisztens**, ha annak valószínűsége, hogy a becslés és az eredeti paraméter különbsége meghalad egy tetszőlegesen kicsi rögzített értéket nullához tart, amikor a minta nagysága tart végtelenhez. Az *X* becslés a ϑ paraméter **torzítatlan becslése**, ha $E(X) = \vartheta$, egyébként pedig torzított becslés (lásd várható érték). A **legjobb** torzítatlan becslés a minimális szórásnégyzetű torzítatlan becslés. Az *X* és *Y* torzítatlan becslés **relatív hatékonysága** a szórásnégyzeteik $S(n, r)$ aránya.

Becsléseket különféleképpen lehet konstruálni, például a legnagyobb valószínűség elve alapján (lásd likelihoodfüggvény), vagy a momentumok módszerével (lásd momentum).

statisztikai következtetés

Az a folyamat, amelynek során valamely populációra vonatkozó következtetésre jutunk egy minta alapján, esetleg maga a folyamat során kapott következtetés. A statisztikai következtetések témaköre az alkalmazható módszerekkel, és a mögöttük lévő elmélettel foglalkozik.

statisztikailag szignifikáns eredmény nagysága

Egy statisztikailag szignikáns eredmény függ a minta nagyságától, és a mért hatás (például különbség kezelés előtt és után) nagyságától. A technológia előrehaladtával nagyon nagy mintaelemszámok is produkálhatók, ezáltal igen kicsi különbségek is szignifikánsnak mutatkoznak. Alaposan elemezni kell tehát, hogy a kimutatott különbségnek van-e gyakorlati fontossága.

statisztikai modell

A vizsgált rendszer olyan statisztikai leírása, amely a valóságos szituációt a lehető legjobban tükrözi. Egy populáció modelljét a mintához a modell paramétereienek becslésével illesztjük. Ezek után végezhetünk hipotézisvizsgálatot, szerkeszthetünk megbízhatósági intervallumot, és következtetéseket vonhatunk le a populációra nézve.

statisztikai táblázatok

Olyan táblázatgyűjtemények, amelyek gyakori eloszlások valószínűségeit, eloszlás- és sűrűségfüggvényeinek értékét mutatják meg a paraméterek bizonyos értékeire. Olyan táblázatok is lehetnek közöttük, amelyek bizonyos eloszlású valószínűségi változók olyan percentiliseit adják meg, amelyek a leggyakrabban szerepelnek hipotézisvizsgálatnál szignifikanciaszintekként.

Steiner-tétel

A merev test tehetetlenségi nyomatékával kapcsolatos következő tétel:

Tétel. Jelölje I_0 egy merev test tehetetlenségi nyomatékát valamely, a tömegközépponton áthaladó tengelyre vonatkoztatva! A testnek egy ezzel párhuzamos tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka $I_0 + md^2$, ahol *m* a test tömege, *d* pedig a két tengely távolsága.

Stevin, Simon

(1548–1620) Flamand mérnök és matematikus, egy népszerű írás szerzője, amely egyszerűen megmagyarázta a tizedes törteket, ezáltal elősegítette mindennapi használatukat és a hatvanas számrendszer kiszorítását. Statikai és hidrosztatikai felfedezéseket is tett, és ő hajtatta végre azt a kísérletet 1586-ban, amelyben két ólomgolyó – az egyiknek a tömege a másiknak tízszerese – ugyanannyi idő alatt esett le 30 láb (körülbelül 10 méter) magasról. Ez valószínűleg meglőzte Galilei esetleges hasonló kísérletét.

Stirling-képlet

A következő képlet:

$$\frac{\sqrt{2\pi n}(n/e)^n}{n!} \to 1,\ \text{ha}\ n \to +\infty.$$

Bár James Stirling skót matematikusról (1692–1770) nevezték el, már De Moivre is ismerte. Nagy *n* értékekre az $n! \approx \sqrt{2\pi n}(n/e)^n$ közelítést adja.

Stirling-szám

Lásd elsőfajú Stirling-szám, másodfajú Stirling-szám.

Stokes, George Gabriel

(1819–1903) ír matematikus, a Cambridge-i Egyetem egykori „Lucas” professzora. Termékeny matematikai tevékenysége főként olyan fizikai folyamatok tanulmányozásából fakadt, mint amilyen a hidroinamika, hidrosztatika, szélmérő rendszerek és spektrálanalízis. Stokes amellett, hogy Nagy Britannia egyik legkiemelkedőbb tudósa volt, szokatlanul aktív volt a közéletben is: tagja volt a Cambridge-i Egyetem parlamentjének 1881 és 1892 között, a Royal Society titkára volt 1854 és 1884 között, azután elnöke 1885 és 1890 között.

Stokes tétele

$\int_S \nabla \times \mathbf{F}\, \mathrm{d}\mathbf{S} = \int_C \mathbf{F}\, \mathrm{d}\mathbf{r}$, ahol ***F*** a (*C* határú) *S* felületen értelmezett vektorértékű függvény, azaz $\mathrm{rot}\ F$ felületi integrálja azonos *F*-nek a felület határára vett integráljával.

stratégia

Egy játékos lépéseinek kombinációja valamely játékban. Néhány játékban a stratégia a játék jelenlegi állapotából eldönthető, mint például az amőbában. Más játékokban, mint például a pókerben egy sor egymás utáni játékban más-más stratégiát kell alkalmazni, hogy az ellenfelek ne tudják a lépések alapján azonosítani, mi van a kezünkben. A játékelméletben ezt a választási lehetőségeken értelmezett valószínűségeloszlással (kevert stratégiával) modellezik.

Student

Lásd Gosset, William Sealy.

Student-féle t-eloszlás

Lásd *t*-eloszlás.

Sturm–Liouville-egyenlet

Sturm–Liouville-egyenletnek nevezzük a $(p(x)y(x)')' + (\lambda\omega(x) - q(x))y(x) = 0$ alakú másodrendű lineáris differenciálegyenletet ahol ω neve ’súlyfüggvény’. Azokat a λ számokat, amelyekre – rögzített peremfeltételek mellett – az egyenletnek van megoldása, karakterisztikus értékeknek hívjuk, a megfelelő függvényeket pedig karakterisztikus függvényeknek.

sugár

Egy kör sugara olyan egyenesszakasz, amely összeköti a kör középpontját a körvonal egy pontjával. Az ilyen szakaszok hossza megegyezik, és ezt a hosszt is a kör **sugarának** nevezik. Az elnevezés – mindkét értelmében – a gömb esetében is használatos. Lásd még kör és gömb.

sugár

Lásd félegyenes.

sugársor

Tetszőleges számú egyenest **sugársornak** nevezünk, ha van olyan pont, melyen az összes áthalad.

súly

Annak az erőnek a nagysága, mellyel egy test az alátámasztására, illetve felfüggesztésére hat. Tegyük fel, hogy egy alátámasztott vagy felfüggesztett test nyugalomban van a Föld felszínének közelében! A testre közelítőleg $-mg\mathbf{k}$ gravitációs erő hat, ahol *m* a test tömege, *g* a nehézségi gyorsulás, ***k*** pedig a függoőlegesen felfelé mutató egységvektor. Mivel a testre ható erők eredoője zérus, ezért a testre $mg\mathbf{k}$ eroővel hat az alátámasztás vagy a felfüggesztés, így a test súlya *mg*.

A súly kilogramm szorozva hosszúság szorozva idő a mínusz másodikon dimenziójú, SI mértékegysége a newton. A mérlegeket tömegmérésre használják, de valójában az általuk mutatott érték a rájuk helyezett testek súlyával arányos.

súlyos tömeg

A testekhez rendelt paraméter, mely a Newton-féle gravitációs törvényben szerepel.

súlyozott közép

Lásd közép.

súlypont

Lásd tömegközéppont. Lásd még háromszög súlypontja.

súlyvonal

A háromszög egyik csúcsán és a szemközti oldal felezőpontján átmenő egyenes. A három súlyvonal a súlypontban metszi egymást.

sup

A szuprémum rövidítése.

„surd”

Az irracionális számoknak Newton, Isaac által adott, ma már elavult elnevezés, olaszul „sordo” annyit tesz, mint „süket.”

súrlódás

Tegyük fel, hogy két test érintkezik, és hogy az egyikükre ható súrlódási erő, illetve nyomóerő nagysága *F*, illetve *N* (lásd kontakt erő)! A μ_0 **tapadási súrlódási együttható** az $\frac{F}{N}$ hányadossal egyenlő abban a határesetben, amikor a testek éppen csak nem csúsznak el egymás felületén. így ha a testek egymáshoz képest nyugalomban vannak, akkor $F \leq \mu_0 N$. A **csúszási súrlódási együttható** az $\frac{F}{N}$ hányadossal egyenlő abban az esetben, amikor a testek csúsznak egymáson, vagyis amikor érintkeznek és mozognak egymáshoz képest. Ezek az együtthatók függnek a testek anyagától. Két érintkező test esetén $\mu \leq \mu_0$, és a tapadási súrlódási együttható általában kicsivel nagyobb a csúszási súrlódási együtthatónál.

súrlódási együttható

Lásd súrlódás.

súrlódási erő

Lásd kontakt erő.

sűrű mátrix

Olyan mátrix, melynek nagy részében az elemek nem nullák. Vesd össze a ritka mátrixokkal.

sűrűség

Egy test átlagos **sűrűsége** a tömegének és a térfogatának hányadosa. Általában a test sűrűsége nem állandó az egész testen belül. Legyen $\varrho(P)$ a sűrűség a test valamely *P* pontjában. Ennek értelmezéséhez vegyünk fel a *P* pont körül egy *r* sugarú gömböt, melynek térfogatát jelölje $\Delta V(r)$, a gömbben található anyag tömegét pedig $\Delta m(r)$! Ha az anyagot folytonos közegnek tekintjük, akkor a *P* pontbeli sűrűség a $\frac{\Delta m(r)}{\Delta V(r)}$ hányados határértéke abban az esetben, ha $r \longrightarrow 0$.

Vékony lemezek esetén beszélnek **felületi sűrűségről**. A *P* pontbeli felületi sűrűség értelmezéséhez vegyünk fel a *P* pont körül egy *r* sugarú gömböt! Jelölje $\Delta A(r)$ a lemez gömbön belüli részének felszínét, $\Delta m(r)$ pedig a lemez gömbön belüli anyagának tömegét! Ha az anyagot a lemez mentén folytonos közegnek tekintjük, akkor a *P* pontbeli felületi sűrűség a $\frac{\Delta m(r)}{\Delta A(r)}$ hányados határértéke abban az esetben, ha $r \longrightarrow 0$.

Keskeny rudak esetén beszélnek **vonalmenti sűrűségről**. A *P* pontbeli vonalmenti sűrűség értelmezéséhez vegyünk fel a *P* pont körül egy *r* sugarú gömböt! Jelölje $\Delta l(r)$ a rúd gömbön belüli részének hosszát, $\Delta m(r)$ pedig a rúd gömbön belüli anyagának tömegét! Ha az anyagot a rúd mentén folytonos közegnek tekintjük, akkor a *P* pontbeli vonalmenti sűrűség a $\frac{\Delta m(r)}{\Delta l(r)}$ hányados határértéke abban az esetben, ha $r \longrightarrow 0$.

A testek teljes tömegét megkaphatjuk úgy, hogy a sűrűségfüggvényt integráljuk a testek térfogatára. Lemezek esetén az össztömeg megkapható a felületi sűrűségnek a lemez teljes felületére való integrálásával, rudak esetén pedig a vonalmenti sűrűségnek a rúd teljes hosszára való integrálásával.

Système International d'Unités

Lásd SI mértékegységek.

24. Sz

szabadsági fok

(statisztikában) Az a pozitív egész, amely általában egyenlő egy mintában a független megfigyelések száma mínusz a populáció mintából becsült paramétereinek száma. Ha a χ^2-próbát alkalmazzuk egy olyan kontingenciatáblázatra, amelynek *h* sora és *k* oszlopa van, akkor a szabadságfok $(h-1)(k-1)$.

Számos esetben ismernünk kell a szabadsági fokok számát ahhoz, hogy eldöntsük, melyik eloszláscsaládot kell használnunk. A χ^2-eloszlás és a *t*-eloszlás egyaránt egy szabadságfok-paraméterrel rendelkezik, míg az *F*-eloszlás kettővel.

szabadsági fok

(a mechanikában) Egy test **szabadsági fokainak** száma azonos azon független koordináták minimális számával, melyekkel a test helyzete egy vonatkoztatási rendszerhez képest bármely pillanatban leírható. Egyenes vonalú mozgást vagy körmozgást végző részecske egy szabadsági fokkal rendelkezik. Szintén egy szabadsági fokú egy merev test, mely egy rögzített tengely körül forog. Síkmozgást végző részecske – például egy lövedék – két szabadsági fokú, csakúgy, mint egy hengerfelületen vagy egy gömbfelületen mozgó részecske. Általános mozgást végző merev test hat szabadsági fokú.

szabályos gráf

Olyan gráf, amelyben a pontok azonos fokszámúak. A gráfot *r*-**szabályosnak** vagy **szabályos** *r*-**fokú** gráfnak nevezzük, ha minden pont foka *r*.

szabályos parkettázás

Lásd parkettázás.

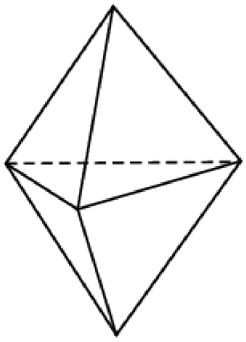
szabályos test

Egy konvex poliéder **szabályos**, ha minden oldala és minden szöge hasonló. Pontosabban, ez azt jelenti, hogy

- minden éle egyenlő hosszú,
- minden élszöge és
- minden lapszöge egyenlő.

Ezekből következik, hogy olallapjai egybevágó szabályos sokszögek (jelölje ezek oldalainak számát *q*), és az is, hogy minden csúcsukban ugyanannyi – *q* számú – él találkozik.

Vegyük észre, hogy az itt bemutatott 6 háromszög fedte poliéder, kielégíti az első feltételt, de nem szabályos, mert nem elégíti ki a második kritériumot.



Öt szabályos konvex poliéder van, amelyekett néha **platóni testeknek** is hívnak:

- a szabályos tetraéder, amelynek 4 háromszög alakú oldallapja van $(p=3, q=3)$,
- a szabályos kocka, melynek 6 négyzet alakú oldala van $(p=4, q=3)$,
- a szabályos oktaéder, melynek 8 háromszög alakú oldala van $(p=3, q=4)$,
- a szabályos dodekaéder 12 ötszögű oldallal $(p=5, q=3)$,
- a szabályos ikozaéder 20 háromszögű oldallal $(p=3, q=5)$.

szabványos lineáris programozási feladat

Amelynél az $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \to \sum_{i=1}^{n} a_i x_i$ célfüggvényt maximalizálni kell, és a nemnegativitáson túli feltételek $\sum_{j=1}^{m} b_{ji} x_i \leq c_j \quad (j=1,2,\ldots,m)$ alakban vannak megadva. Ha a célfüggvényt minimalizálni kell, akkor a feladat úgy hozható szabványos alakra, hogy a $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \to -\sum_{i=1}^{n} a_i x_i$ célfüggvényt maximalizáljuk, tudván, hogy az optimális megoldást a végén meg kell majd szorozni -1-gyel. A szabványos lineáris programozási feladatokat a szimplexmódszerrel lehet megoldani.

szakadás

Az *f* függvénynek az x_0 pontban szakadása van, ha $f(x_0)$ nincs értelmezve, vagy ha $f(x_0)$ különbözik az *f* függvény x_0 pontban vett jobb- vagy baloldali határértékétől. Például az $f(x) := \frac{1}{1-x}$ függvénynek az $x=1$ pontban szakadása van.

szakasz

Ha *A* és *B* két pont egy egyenesen, akkor az egyenesnek az *A* és *B* pontok közé eső része a pontokkal együtt egy **(egyenes)szakaszt** alkot. Ezt jelölheti *AB* vagy *BA*. (Az *AB* jelölés használható más jelentésben is, az a valós szám, amely az $\overrightarrow{AB}$ vektor irányított hossza.) Lásd még: irányított egyenesszakasz.

szakasz felosztása

Olyan pont felvétele egy adott szakszon, amely azt meghatározott arányú részekre osztja. A felosztás lehet belső vagy külső.

szakasz hossza

Az *AB* szakasz $|AB|$-vel jelölt hossza, vagy az irányított egyenesszakasz $(0, 1)$-vel jelölt hossza az *A* és *B* pontok távolságával egyenlő. Ha az *A* és *B* pontok egybeesnek, akkor távolságuk nulla, máskülönben pozitív.

szakaszonként folytonos

Egy függvény az (a, b) intervallumon **szakaszonként folytonos**, ha a függvény az intervallum minden pontjában – véges számú pont kivételével – folytonos.

szál

Lásd rugalmas szál és nyújthatatlan szál.

szállítási feladat

A lineáris programozás egyik alapvető alkalmazása, melyben egy bizonyos terméket kell meghatározott gyárakból a boltokba szállítani úgy, hogy a szállítási költség minimális legyen. Tegyük fel például, hogy *m* gyárunk és *n* boltunk van, és a szállítási költségeket a $[c_{ij}]$ ($i = 1, 2, \ldots, m$, $j = 1, 2, \ldots, n$) pozitív elemű mátrix tartalmazza, ahol c_{ij} az egységnyi árumennyiség átszállítási költségét jelenti az *i*-edik gyárból a *j*-edik boltba. Tegyük fel továbbá, hogy meg van adva minden egyes gyár esetén a maximális termelő kapacitás, illetve a boltok esetén a minimális szükséglet. A feladat alkalmas változók bevezetése után a lineáris programozás algoritmusaival oldható meg.

számegyenes

Lásd valós egyenes.

számelmélet

A matematikának az a területe, amelyik az egész számok, ezen belül kiemelten a prímszámok aritmetikai tulajdonságait vizsgálja. Számok négyzetszámok összegeként való előállítása például nagyon elvont problémának tűnik, de a számelmélet ilyen és ehhez hasonló problémáinak a megoldásai alapvető szerepet játszanak többek között az elektronikus kommunikáció biztonságos titkosításánál; különösen, ha az üzenetek könnyen elfoghatók és nagyteljesítményű számítógéppel elemezhetők.

számítógép

Általában digitális elektronikus készülék, amely logikai és aritmetikai műveleteket végez egy nagyon precíz utasításhalmaz szerint, amelyeket a **szoftverként** ismert program tartalmaz. Tipikusan több komponensből tevődik össze, noha egy laptopban vagy egy kézi számítógépben ezek némelyike együtt, egy egységként jelenik meg. Ezek a komponensek **hardver** néven ismertek, és a következőket foglalják mgukba.

1. Beviteli eszközök (amilyen a billentyűzet, az egér, mikrofon a beszédfelismerő programokhoz, digitalizáló tábla).

2. Központi feldolgozó egység (CPU) vagy processzor, ami ténylegesen a számításokat valamint a vezérlést végzi.

3. Háttértárolók (amilyen az operatív memória, a számítógép merevlemeze és a külső tárolók, mint a hajlékonylemez-meghajtók vagy a CD olvasók).

4. Kimeneti eszközök (amilyen a képernyő vagy a vizuális megjelenítő egység, a nyomtató, a CD írók).

5. Hálózati kommunikációs eszközök (amilyen a modem, amely lehetőséget nyújt más számítógépekhez, vagy az internethez való kapcsolódásra).

Neumann János fogalmazta meg, hogy a fenti elemek szükségesek egy számítógép működéséhez.

A digitális gépeken kívül ismertek, de kevésbé elterjedtek az **analóg gépek**, és az analóg és digitális elemekből felépülő **hibrid számítógépek**.

számjegy

A számok jelölésére használatos szimbólum. A római számrendszerben az $\mathrm{I}, \mathrm{V}, \mathrm{X}, \mathrm{L}, \mathrm{C}, \mathrm{D}$ és M **római számjegyek** az $1, 5, 10, 50, 100, 500$ és 1000 számokat jelölik. A (hindu-)arab számrendszer *0,1,2,3,4,5,6,7,8* és 9 **arab számjegyeivel** a valós számokat a napjainkban szokásos módon (tízes számrendszerben) lehet megadni. Hexadecimális leírásban a $x = 2 + 9t, y = -3 - 14t$ és *F*, bináris leírásban pedig csak a 0 és az 1 szimbólum szerepel. Lásd a számrendszereket.

számláló

Lásd tört.

számok szorzása

Egész számok szorzása ismételt összeadással definiálható, azaz például $3 \cdot 2 = 2 + 2 + 2 = 6$ (és $= 3 + 3$). Racionális számok szorzata definiálható az egész számokéhoz hasonlóan az összeadás és az osztás segítségével.

számol

Egy gyerek az absztrakt számfogalom kialakulásának kezdeti szakaszában megérinti a tárgyakat és a természetes számok neveit sorolja: $1, 2, 3, \ldots$

számológép (vagy kalkulátor)

Olyan eszköz, amely aritmetikai számításokat, vagy algebrai átalakításokat végez. A legkorábbi példa az abakusz. A mai zsebszámológépek a korai nagyszámítógépek számítási teljesítményével rendelkeznek.

számosság

Az a szám, amely megadja egy halmaz elemeinek számát. Ha két halmaz között létesíthető kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés, akkor azok **kardinális száma** vagy **számossága** ugyanaz. A véges halmazok kardinális száma $0, 1, 2, 3, \ldots$, lehet. Véges *A* halmazra, az *A* **számossága**, jelölésben $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$ az *A* halmazban lévő elemek száma. (A $\#A$ vagy az $|A|$ jelölés is használatos.) Valamilyen *H* alaphalmaz *A*,*B* és *C* részhalmazaira fenáll, hogy

1. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,
2. $n(A \cup B \cup B) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$.

Ahhoz, hogy a végtelen halmazok számosságát is le tudjuk írni, új szimbólumokat kell bevezetnünk. Lásd alef és alef nulla.

Szamoszi Arisztarkhosz

Lásd Arisztarkhosz.

számrendszer

Az óegyiptomi számrendszer különböző szimbólumokat használt az $1, 10, 100, \ldots$ számok jelölésére, és ezek ismételgetésével (kötött sorrendben) ábrázolta a természetes számokat. Később a babiloniak az 1 és a 10 szám jelölésére vezettek be jeleket, és ezek ismételgetésével írták le a számokat 1-től 59-ig, azután pedig a helyi értékes 60-as számrendszerben (azaz 60-nak különböző hatványai szerinti csoportokban) írták a számokat.

A görög számrendszer betűkkel jelölte a számokat. Például α, β, γ és δ, valamint a ι, κ, λ és a μ jelentette az *1,2,3* és 4, valamint a $10, 20, 30$ és 40 számokat. A héber betűk is képviselnek egy-egy számértéket (például $\aleph = 1, \beth = 2$, tav = 400), ezt elsősorban a vallási életben, de olykor más területen is, mindmáig használják. Az $\aleph$ betűt a mai matematikában más értelemben használják, bár számosságot jelöl.

Még napjainkban is ismeretes (és például hónapok és évszázadok azonosítására használatos is) a római számrendszer. Durván szólva a római számokat annyiszor ismételgetjük, ahányszor szükséges ahhoz, hogy megkapjuk a végeredményt, általában a nagyobb számokat írjuk le a kisebbek előtt, kivéve azt az esetet, amikor a kisebb azért jelenik meg a nagyobbik előtt, hogy levonjuk belőle. Például a $9, 26, 2144$ számok római számmal: $\mathrm{I}, \mathrm{V}, \mathrm{X}, \mathrm{L}, \mathrm{C}, \mathrm{D}$.

Az arab (pontosabban: hindu-arab) számrendszer – amelyben napjainkban is írjuk a számokat – az arab számjegyeket és a 10-es alapú helyiértékes jelölésmódot használja. Indiából ered, az első rá voatkozó feljegyzések a VI. századból származnak. Európába a XII. századba került, Fibonacci és mások népszerűsítették.

számrendszer alapszáma

Egy egész számot – például a 4703 számot – szabványos decimális jelölésben így írunk 4703, mert

$$4703 = (4 \times 10^3) + (7 \times 10^2) + (0 \times 10^1) + (3 \times 10^0).$$

Ugyanez a szám a nyolc hatványait tartalmazó tagokkal a következőképpen írható fel:

$$4703 = (1 \times 8^4) + (1 \times 8^3) + (1 \times 8^2) + (3 \times 8^1) + (7 \times 8^0).$$

A jobb oldalon álló kifejezés rövidítése $(11137)_8$, és ez a 4703 szám **nyolcas alapú** számrendszerbeli alakja. Általánosságban, ha $g > 1$ egész szám, akkor bármely *a* pozitív egész szám egyértelműen felírható az

$$a = c_n g^n + c_{n-1} g^{n-1} + \cdots + c_1 g + c_0$$

alakban, ahol minden $c_i < g$ nemnegatív egész. Ez az *a* szám ábrázolása a *g* **alapú számrendszerben**, rövidítve $(c_n c_{n-1} \ldots c_1 c_0)_g$. Nemcsak az egész számok írhatók fel bármely alapú számrendszerben, hanem tetszőleges valós számok is, hasonlóan a valós számok decimális (tízes alapú) ábrázolásához, úgy, hogy a „tizedes" pont után is írunk alkalmas számjegyeket. Lásd bináris, decimális, hexadecimális számábrázolás.

szám szabványos alakja

Lásd tudományos alak.

számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség

A nemnegatív számok egy halmazának számtani közepe soha nem kisebb, mint ezek mértani közepe. Speciálisan tehát bármely $\vartheta + 2n\pi$ számra $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. Általánosan, az $\{a_i\}$ halmazra, ahol $\arg(z)$ minden *i*-re, fenáll, hogy $\frac{1}{n}\sum a_i \geq \sqrt[n]{\prod a_i}$, az egyenlőség pedig akkor és csak akkor igaz ha minden a_i egyenlő.

számtani haladvány

Lásd számtani sorozat.

számtani közép

Lásd közép.

számtani-mértani közép

Határértéke annak a sorozatnak, amit a számtani-mértani közép iteráció által kapunk.

számtani-mértani közép iteráció

Legyen *a* és *b* pozitív valós szám és legyen $a_0 := a$ és $b_0 := b$, továbbá $a_{n+1} := \frac{a_n + b_n}{2}$ és $b_{n+1} := \sqrt{a_n b_n}, \quad (n \geq 0)$. Ekkor $\lim_{n\to+\infty}(a_n) = \lim_{n\to+\infty}(b_n)$ a számtani-mértani közép.

számtani sor

Az $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$ sor (mely lehet véges vagy végtelen), ahol a tagok számtani sorozatot alkotnak. Tehát a tagok közös *d* differenciával rendelkeznek, azaz $a_k - a_{k-1} = d$ minden $k \geq 2$-re. Legyen s_n a számtani sor első *n* elemének összege, vagyis

$$\begin{aligned} s_n &= a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \cdots + (a_1 + (n-1)d) \\ &= \frac{a_1 + a_n}{2} n \\ &= \left(a_1 + \frac{(n-1)d}{2} \right) n. \end{aligned}$$

Abban a speciális esetben, amikor $a = 1$ és $d = 1$, az első *n* természetes szám összegét kapjuk:

$$\sum_{r=1}^{n} r = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{1}{2} n(n+1).$$

számtani sorozat

Az $a_1, a_2, a_3, \ldots$ tagok véges vagy végtelen sorozata *d* **közös differenciával**, vagyis $a_2 - a_1 = d$, $a_3 - a_2 = d$ és így tovább. Például, a $2, 5, 8, 11, \ldots$ sorozat számtani sorozat, itt $a_1 = 2$ és $d = 3$. Egy számtani sorozatban az *n*-edik tag az $a_n = a_1 + (n-1)d \quad (n \in \mathbb{N})$ képlettel határozható meg.

száras-leveles ábra

Csoportosított adatok ábrázolásának olyan módszere, amelynél egy elforgatott hisztogrammhoz hasonlót kapunk. Ha a megfigyeléseink: *45,25,67,49,12,9,45,34,37,61,23*, és a csoportok a következő intervallumok: 0–9, 10–19, 20–29, 30–39, 40–49, 50–59, 60–69, akkor a bal oldalon látható száras-leveles ábrát kapjuk. Mivel a csoportokat a tízes helyiérték definiálja, gyakrabban a jobb oldalon álló egyszerűsített táblázatot használják.

0–	9	9				0	9		
10–	19	12				1	2		
20–	29	23	25			2	3	5	
30–	39	34	37			3	4	7	
40–	49	45	45	49		4	5	5	9
50–	59					5			
60–	69	61	67			6	1	7	

százalék

(vagy %) Szó szerint a latin „százanként” kifejezésből származik, tehát egy 100 nevezőjű törtet helyettesíthetünk ezzel a kifejezéssel, vagy a % szimbólummal. Tehát 20 százalék = 20% = 20/100, ami $1/5$ vagy 0.2.

százalékos hiba

A relatív hiba százalékban kifejezett alakja. Amikor az 1.9 számot 1.875 egy közelítésének tekintjük, a relatív hiba $0.025/1.875$ (vagy $0.025/1.9$) $= 0.013$ lesz két értékes jegyig. Tehát a százalékos hiba két értékes jegyig 1.3%.

szekáns

Lásd trigonometrikus függvények.

szekvenciális mintavétel

Wald Ábrahámtól származó statisztikai eljárás annak eldöntésére, hogy két hipotézis közül melyik fogadható el igaznak. Egyesével végzünk megfigyeléseket, majd elvégzünk egy próbát annak eldöntésére, hogy elfogadjuk-e a két hipotézis egyikét, vagy további megfigyeléseket tegyünk. A mintavételt befejezzük, amikor eldöntöttük, hogy melyik hipotézist fogadjuk el.

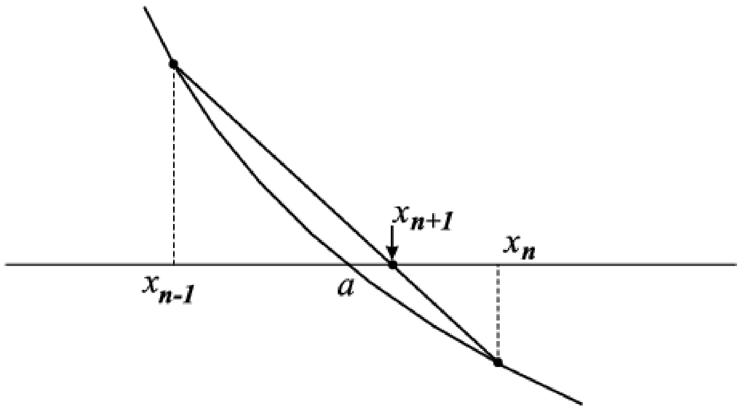
szelő

Olyan egyenes, amelyik általában több mint egy pontban metszi az adott görbét.

szelőmódszer

Ha adott egy gyök két egymást követő közelítése, akkor a **szelőmódszer** kiszámítja, hogy a két ponton átmenő szelő hol metszi el az első (*x*-)tengelyt, és ezt a pontot használja fel következő közelítésként. így

$$x_{n+1} := x_n - \frac{(x_n - x_{n-1})f(x_n)}{f(x_n) - f(x_{n-1})} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots).$$



szélsőérték

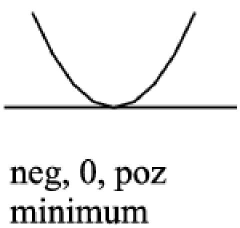
Egy függvény legnagyobb vagy legkisebb értéke. Lásd maximum vagy minimum.

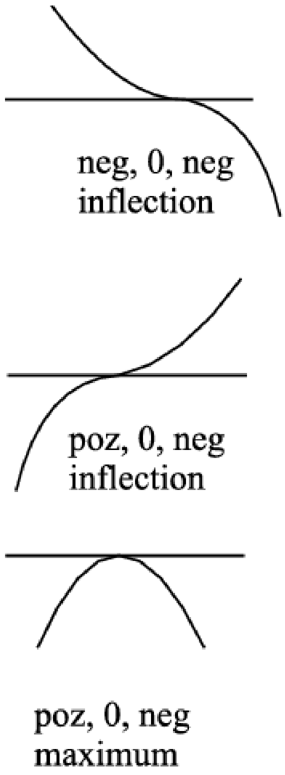
szélső értékek eloszlása

A minta legnagyobb és legkisebb értékének eloszlása. Ez az új kutatási terület a kockázatelemzés fontos eszközévé vált.

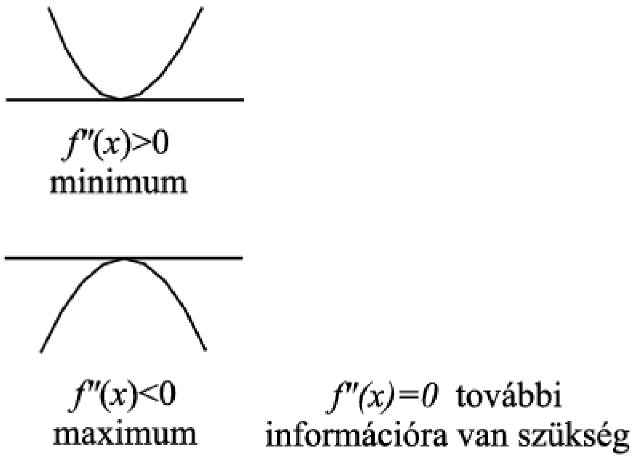
szélsőérték feltételei

Egy függvény stacionárius pontjainak jellegét meghatározó feltételek, amelyek általában a függvény egy vagy több deriváltját használják az aodtt pontban. Ha $f'(\alpha) = 0$, akkor az α pont stacionárius pont (ez a szélsőérték létezésének **elsőrendű szükséges feltétele**). Az ábra mutatja a különböző lehetőségeket, amikor az első derivált előjele az α ponthoz balról, illetve jobbról tartva pozitív, negatív, illetve nulla.





A **másodrendű elégséges feltétel** szerint ha $f''(\alpha) > 0$, akkor a stacionárius pont minimum, ha $f''(\alpha) < 0$, akkor a stacionárius pont maximum, ha $f''(\alpha) = 0$, akkor a stacionárius pont lehet inflexiós pont, de ehhez már ez a feltétel nem elegendő. Ez utóbbi esetben visszatérhetünk az első derivált előjelének vizsgálatára, vagy vizsgálhatjuk a magasabb rendű deriváltakat, amíg el nem jutunk az első el nem tűnő deriváltig.



szemi-

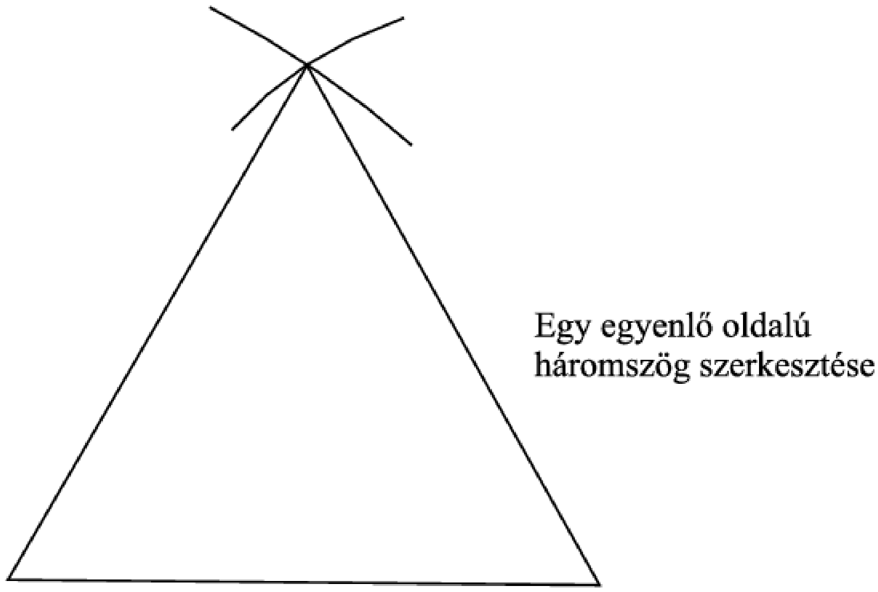
Szóösszetételek előtagjaként az utótag felét jelöli.

szeriális korreláció

Az $\{X_i\}$ valószínűségi változók sorozata esetén a $\frac{\mathrm{cov}(X_i, X_{i+1})}{D(X_i)D(X_{i+1})}$ kifejezés, ahol *D* a szórás jele.

szerkesztés

Azt mondjuk, hogy egy geometriai alakzatot (eukleidészi) **szerkesztéssel** kaptunk, ha azt körző és egyenes vonalzó használatával, mindenféle mérőeszköz használata nélkül rajzoltuk meg.



szerkesztés vonalzóval és körzővel

Másképpen **eukleidészi szerkesztés**. Lásd a kocka megkettőzése, a kör négyszögesítése és szögharmadolás.

szétterjedés

Lásd szóródás.

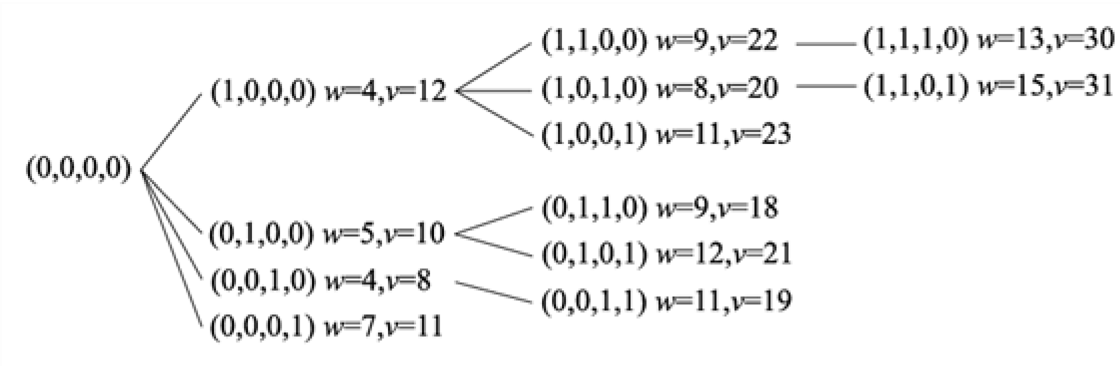
szétválasztás és korlátozás

(a hátizsákfeladat megoldása) Ez az eljárás olyan elágazó módszert szerkeszt, amely bármelyik ágnál végetér, ha egy bizonyos korlátot elérünk, továbbá az egyes tételeket abban a sorrendben veszi hozzá, ahogyan azt a kezdetben eldöntöttük. Ez a kipróbálandó lehetőségek számát jelentősen lecsökkenti. Az alábbi egyszerű példát fogjuk arra használni, hogy illusztráljuk a részletes módszert.

Egy hátizsák maximális kapacitása 15 egység, és a következő tételek állnak rendelkezésünkre: *A* súlya (w) 5 egység, értéke (v) 10, amit így fogunk jelölni: $A(5,10)$. Továbbá $B(7,11)$, $C(4,8)$, $D(4,12)$.

Az eljárás. Tegyük a tételeket csökkenő sorrendbe az egységnyi súlyra eső értékük szerint, azaz *D*,*A*,*C*,*B* (*A* és *C* fel is cserélhető). Készítsünk egy (x_1,x_2,x_3,x_4) vektort, ahol $x_i:=0$, ha az *i*-edik tétel nincs a hátizsákban és $x_i:=1$, ha az *i*-edik tétel a hátizsákban van. Induljunk ki a $(0,0,0,0)$ vektorból. Minden szakaszban, ha egy ágat még nem jártunk végig, és a vektor végén *n* számú nulla áll, szerkesszünk *n* számú új ágat, amelyek mindegyikében pontosan egy nullát változtattunk egyesre, és amelyre a teljes súly nem haladja meg a határt (a maximális kapacitást). így az első szakaszban négy águnk lesz: $(1,0,0,0)$, $(0,1,0,0)$, $(0,0,1,0)$, $(0,0,0,1)$. Számítsuk ki az összes ágra a *w* összsúlyt és a *v* összértéket, majd ismételjük meg az eljárást.

Ebben a példában a folyamat által generált lépéseket az alábbi ábra mutatja.



Az optimális megoldás tehát az, hogy a *B,C,D* tételeket választjuk 15 összsúllyal és 31 összértékkel.

szétválasztható változójú differenciálegyenlet

Az $y'(x) = g(x)h(y(x))$ alakú elsőrendű differenciálegyenlet. Ha a *g* folytonos függvény egy primitív függvénye *G*, az $\frac{1}{h}$ folytonos függvényé pedig *H*, akkor a differenciálegyenlet φ megoldása a

$$H \circ \varphi = G$$

összefüggésből kapható.

szétválasztható változójú függvény

Olyan függvény, amely egyváltozós függvények összegeként vagy szorzataként írható, például $2x^2y + 4y = 2y(x^2 + 2)$, vagy $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = (x-2)^2 + (y+3)^2$. Ha egy függvény szétválasztható változójú, akkor szélsőértéke esetenként egyszerűbben határozható meg.

szezonális változás

Lásd idősor.

sz.f.

A statisztikai szabadsági fok rövidítése.

szigma

A görög sz betű, amit σ vagy ς alakban írunk, és leggyakrabban egy eloszlás vagy egy minta szórásának jelölésére használunk. A Σ nagybetűt az összegezés jeleként használjuk.

szignifikanciaszint

Lásd hipotézisvizsgálat.

szigorú

Jelző annak kifejezésére, hogy valamely relációt szűkebb értelemben tekintünk. Például a szigorúan növő függvényre az teljesül, hogy $f(x+\delta) > f(x)$ minden $\delta > 0$ és *x* esetén (amelyre $x, x+\delta \in \mathcal{D}f$.)

szigorúan csökkenő

Lásd csökkenő függvény és csökkenő sorozat.

szigorúan meghatározott játék

A mátrixjáték **szigorúan meghatározott**, ha van a mátrixnak olyan eleme, amely a sorában a legkisebb és az oszlopában a legnagyobb. Ha a játék szigorúan meghatározott, és a két játékos, *S* és *O* konzervatív stratégiát játszik, akkor a kifizetés mindig ugyanaz, és megegyezik a játék értékével.

A baloldali mátrixszal megadott játék szigorúan meghatározott. Az *S* játékos számára a konzervatív stratégia az, hogy a 3. sort választja, míg az *O* játékos számára a konzervatív stratégia az, hogy az 1. oszlopot választja. A játék értéke 5. A jobboldali játék nem szigorúan meghatározott.

$$\begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 3 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 6 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

szigorúan monoton

Lásd monoton függvény és monoton sorozat.

szigorúan növő

Lásd növő függvény és növő sorozat.

szigorú tartalmazás

Lásd valódi részhalmaz.

szimbólum

Olyan betű vagy jel, amelyet valami más – művelet, reláció, függvény, szám, mennyiség – jelölésére használunk.

szimmetriaközéppont

Lásd középpontosan szimmetrikus.

szimmetriasík

Olyan sík, amelyre egy háromdimenziós alakzat szimmetrikus. Tehát egy hengernél minden olyan sík szimmetriasík, amely tartalmazza a henger két körlapjának párhuzamos átmérőit, ahogyan az a két záró körlappal párhuzamos sík is az, amely egyenlő távolságra van mindkettőtől.

szimmetriatengely

Olyan egyenes, amelyre tükrözve egy görbét, vagy egy geometriai alakzatot az önmagába megy át. Ennek feltétele, hogy a görbe vagy az alakzat bármely *P* pontjával együtt az a P' is legyen rajta, valahnyszor a szimmetriatengely a PP' szakasz felező merőlegese. Lásd még tengelyesen szimmetrikus.

szimmetrikus

Lásd alakzat szimmetriája, grafikon szimmetriája, középpontosan szimmetrikus, tengelyesen szimmetrikus.

szimmetrikus csoport

Tetszőleges *X* halmaz esetén az *X*-ről *X*-re képező bijektív leképezéseket **permutációknak** nevezzük. Ha *X n* elemű, akkor összesen $n!$ számú permutáció van, és ezek a leképezések kompozíciójával csoportot alkotnak, amelynek neve *n*-edrendű **szimmetrikus csoport**, jele S_n.

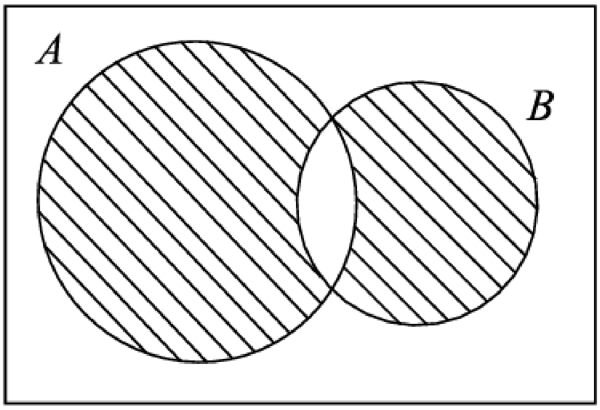
szimmetrikus differencia

Valamely *E* univerzális alaphalmaz *A* és *B* részhalmazának **szimmetrikus differenciája** az $A\Delta B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ képlettel értelmezett halmaz, amelyet alábbi Venn-diagrammon az árnyékolt rész mutat. Az *E* univerzális halmaz minden A, B, C részhalmazára teljesülnek a következők:

1. $A\Delta A = \emptyset, A\Delta\emptyset = A, A\Delta A^C = E, A\Delta E = A^C$.

2. $A\Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \cup B) \cap (A^C \cup B^C)$.

3. $A\Delta B = B\Delta A$, a kommutativitás.
4. $(A\Delta B)\Delta C = A\Delta(B\Delta C)$, az asszociativitás.
5. $A\cap(B\Delta C) = (A\cap B)\Delta(B\cap A)$, a $\cap$ művelet disztributív a $A\Delta B := (A\setminus B)\cup(B\setminus A)$ műveletre nézve.



szimmetrikus kísérleti terv

Olyan blokkelrendezés, amelyben a blokkok száma és a blokkokon belül a pontok száma azonos.

szimmetrikus kúpszelet

Olyan kúpszelet, amely középpontosan szimmetrikus: ellipszis vagy hiperbola. Az $ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c=0$ egyenlettel adott kúpszelet akkor és csak akkor szimmetrikus, ha $ab\neq h^2$.

szimmetrikus másodrendű felület

Egy nemelfajult másodrendű felület szimmetriaközépponttal, tehát ellipszoid, egyköpenyű hiperboloid vagy kétköpenyű hiperboloid

szimmetrikus mátrix

Az $\mathbf{A}=(a_{ij})$ négyzetes mátrix szimmetrikus, ha megegyezik transzponáltjával: $\mathbf{A}=\mathbf{A}^\top$, azaz $(a_{ij})=(a_{ji})$ minden *i,j* esetére.

szimmetrikus reláció

Az *S* halmazon értelmezett $\sim$kétváltozós reláció **szimmetrikus**, ha minden *S*-beli *a,b* elemre teljesül, hogy ha $a\sim b$, akkor $b\sim a$.

szimplex

Adott dimenzióban a legegyszerűbb geometriai alakzat; így az egyenesszakasz, a háromszög és a tetraéder az egy-, két- és háromdimenziós szimplex.

szimplexmódszer

A szabványos lineáris programozási feladat megoldásának algebrai módszere, amely olyan többváltozós feladatok megoldására is alkalmas, amelyekre a grafikus módszer már nem alkalmazható. Illusztrálásul megmutatjuk, hogyan működik a módszer kétváltozós, két feltételt tartalmazó feladatra. Tegyük fel, hogy a $P(x,y):=2x+3y$ képlettel értelmezett *P* célfüggvényt akarjuk maximalizálni az $x+2y\leq 20, 2x+y\leq 15, x\geq 0, y\geq 0$ feltételek mellett.

1. $x + 2y + s - 20 = 0, 2x + y + t - 15 = 0$sával az egyenlőtlenségeket egyenlőségekké alakítjuk: ;

2. írjuk be az összes segédváltozót a többi egyenletbe is nulla együtthatóval: $x + 2y + s + 0t - 20 = 0, 2x + y + 0s + t - 15 = 0$;

3. írjuk át a célfüggvényt szabványos alakba, azaz úgy, hogy tartalmazza az összes segédváltozót nulla együtthatóval: $P - 2x - 3y + 0s + 0t = 0$.

A **szimplextáblázat** olyan táblázat, amely megmutatja az összes feltételben szereplő összes változó aktuális értékét, az utolsó sorban, a **célsorban** pedig a célfüggvényből származtatott egyenletbeli értéküket. A **szimplexalgoritmus** az a folyamat, amelynek során a táblázatot úgy manipuláljuk, hogy megtaláljuk az optimális megoldást. A megoldás folyamán az algoritmus táblázatok egy sorozatát fogja előállítani.

A kezdeti táblázat ez lesz:

alapváltozó	x	y	s	t	érték
s	1	2	1	0	20
t	2	1	0	1	15
P	-2	-3	0	0	0

Amikor a célsor az alapváltozók mindegyikének oszlopában nullát tartalmaz, és nincs benne negatív elem, akkor eljutottunk az **optimális megoldáshoz**.

A szabványos eljárás ennek az állapotnak az eléréséhez az, hogy addig ismételjük az alábbi lépéseket, amíg az összes alapváltozó értéke nullává nem válik.

1. Válasszuk ki a célsorban azt a változót, amelyikhez a legnagyobb abszolút értékű negatív elem tartozik. Ennek oszlopa a **fő oszlop**, a változó a **belépő változó**. A példában *y* a belépő változó, és balról a harmadik oszlop a főoszlop.

2. A táblázat utolsó oszlopbeli értékeit osszuk el a belépő változó adott sorbeli értékével. A példában ezt kapjuk: $20/2 = 10, 15/1 = 15$. Az eredmények közül a legkisebb definiálja a táblázat **fő sorát** ebben a lépésben, és a **kilépő változót**, amely tehát a példában *s*. A **fő elem** a fő oszlop és a fő sor találkozásánál álló elem, azaz 2 ebben az esetben.

3. Osszuk el a fő sor minden számát a főelemmel, így most ezt a sort kapjuk: $s, 1/2, 1, 1/2, 0, 10$.

4. Ezt a sort vagy többszörösét adjuk hozzá vagy vonjuk ki a többi sorból úgy, hogy a fő oszlop megfelelő eleme nulla legyen. Most tehát ki kell vonni ezt a sort *t* sorából, majd háromszorosát hozzá kell adni *P* sorához, miután a következő alakú táblázatot kapjuk:

alapváltozó	x	y	s	t	érték
s	$1/2$	1	$1/2$	0	10
t	$3/2$	0	$-1/2$	1	5
P	$-1/2$	0	$3/2$	0	30

Megismételjük az eljárást, most *x* lesz a belépő változó, és a második fázisban $s = 20, t = 10/3$, tehát *t* a kilépő változó, és a harmadik lépésnél a fő sor: $t, 1, 0, -1/3, 2/3, 10/3$. Megismételve a 4. lépést ezt kapjuk:

alapváltozó	x	y	s	t	érték
s	0	1	$2/3$	$1/3$	$25/3$
t	1	0	$-1/3$	$2/3$	$10/3$
P	0	0	$4/3$	$1/3$	$95/3$

Sokváltozós feladatnál egymás után mindegyik változóra megism$95/3$ a fentieket, de ebben $s = 4/3$rű $t = 1/3$az optimalitási feltételek máris$x = 10/3$, P $y = 25/3$, s ez ott éretik el, ahol és , ami annak felel meg, hogy és . Ebben az egyszerű esetben a megoldást gyorsabban megkaptuk volna a csúcspontmódszerrel, de a szimplexmódszer fontos eszköz, mert bonyolultabb feladatokra is alkalmazható.

szimplextábla

Lásd szimplexmódszer.

szimplextáblázat

Lásd szimplexmódszer.

szimuláció

Kísérlet arra, hogy matematikailag reprodukáljunk egy fizikai folyamatot, amikor a tanulmányozott rendszer túlságosan bonyolult ahhoz, hogy explicit szimbolikus (régebben: analitikus) módszereket alkalmazzunk. A bonyolultság miatt a szimulációt gyakran számítógépen végzik, esetenként a Monte Carlo-módszert alkalmazva. Mivel a szimuláció a fizikai folyamatnak gyakran csak közelítése, lényeges szerepet játszhat az érzékenységvizsgálat.

szimuláció verifikálása

Az a folyamat, amelynek során egy program futási eredményeit összevetjük azokkal a kimenetelekkel, amelyeknek adódiuk kell a szimulálás során, ha helyes a modell és jó a véletlenszám-generátor.

színezhetőség

Egy gráfot vagy egy térképet **színezhetőnek** nevezünk, ha kromatikus száma véges. A négyszíntétel azt mutatja, hogy minden síkba rajzolható gráf színezhető, hiszen az ilyen számok kromatikus száma legfeljebb 4.

szinguláris

Az ***A*** mátrix **szinguláris**, ha $\det(\mathbf{A}) = 0$, ahol $\det(\mathbf{A})$ az ***A*** mátrix determinánsa. Szinguláris mátrix nem invertálható (lásd mátrix inverze.

szinguláris pont

(szingularitás) A görbének az a pontja, ahol nem létezik egyértelmű, differenciálható érintője. Ez lehet izolált pont, vagy pedig olyan pont, ahol a görbe átmetszi önmagát, amilyen például egy csúcs.

Szingularitásnak nevezzük egy komplex függvény értelmezési tartományának azt a pontját is, amelyben a függvény nem analitikus. Például az $f(z) := \frac{1}{z}$ képlettel értelmezett függvénynek a nulla szingularitása, mégpedig **izolált szingularitása**, mivel (elegendően kicsiny) környezetében nincs másik szingularitás. (Valójában ennek a függvényenek ez az egyetlen szingularitása.) Ha van olyan komplex szám, amelyet az *f* függvény értékének véve a szinguláris pontban, a kapott függvény már analitikus, akkor a szingularitás **megszüntethető szingularitás**. Mivel a fenti példában $\lim_{|z|\to 0} |f(z)| = +\infty$, ezért a nulla nem megszüntethető szingularitás. Viszont mivel ugyan a $g(z) := \frac{\sin(z)}{z}$ képlettel értelmezett függvénynek nulla szingularitása, de ha azt mondjuk, hogy legyen $g(0) := 1$, akkor a nullában analitikus függvényt kapunk, ezért ez jó példa megszüntethető szingularitásra.

szintvonal

Legyen *f* kétváltozós, valós értékű függvény, és legyen *c* az értékkészletének egy pontja. Akkor az $\{(x, y) \in \mathcal{D}f \,|\, f(x, y) = c\}$ halmaz – tehát amelynek pontjaiban a függvény ugyanazt az értéket veszi föl – a függvény **szintvonala**. A természetföldrajzi vagy domborzati térképek magassági szintvonalakat ábrázolnak, az időjárási térképek pedig izobárokat, amik a nyomásnak, mint a hely függvényének szintvonalai.

szinusz

Lásd trigonometrikus függvények.

szinusz hiperbolikusz

Lásd hiperbolikus függvények.

szinusztétel

Lásd háromszög.

szisztematikus hiba

Olyan hiba, amely nem a véletlen műve. A szisztematikus hibák a becsléseket torzíthatják. Például a $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2$ **tapasztalati szórásnégyzet** nem torzítatlan becslése az elméleti szórásnégyzetnek (alulbecsli azt).

Köznapibb példával élve, ha például egy gyártósoron egy forgódob egyik foga a tíz közül törött, akkor minden tizedik termék eleve hibás lesz, a véletlenül előforduló hibákon kívül.

szitaformula

Három halmaz uniójának elemszáma megadható úgy, mint

$$|A\cup B\cup C| = |A|+|B|+|C|-|A\cap B|-|A\cap C|-|B\cap C|+|A\cap B\cap C|,$$

ahol $|X|$ az *X* halmaz számossága. Ez felírható

$$|A\cup B\cup C| = \alpha_1-\alpha_2+\alpha_3$$

alakban is, ahol $\alpha_1=|A|+|B|+|C|, \alpha_2=|A\cap B|+|A\cap C|+|B\cap C|$ és $\alpha_3=|A\cap B\cap C|$. Most tegyük fel, hogy 3 helyett *n* halmazt veszünk. Ekkor fennáll a következő, ún. **szitaformulának** nevezett egyenlőség:

$$|A_1\cup A_2\cup\ldots A_n| = \alpha_1-\alpha_2+\alpha_3-\cdots+(-1)^{n-1}\alpha_n,$$

ahol α_i az *i* számú halmazból álló metszetek számosságának összege. Ezt a formulát gyakran használjuk, például ha $A_1, A_2, \ldots, A_n$ részhalmaza az *E* halmaznak, akkor azon elemek száma, melyek egyik részhalmazban sincsenek benne, $|E|-|A_1\cup A_2\cup\ldots A_n|$.

szoftver

A számítógép működtetéséhez használt programok összessége, nem egy konkrét program. Tehát például a amivel ez a szótár készült, meg amivel az Olvasó az Interneten hozzáfér, az egy-egy (szövegszerkesztő illetve böngésző) program; kategóriáját tekintve – szemben a hardverrel – mindkettő a szoftver része.

szomszédos élek

Egy gráf két olyan éle, amely közös pontra illeszkedik.

szomszédos pontok

Egy gráf két olyan pontja, amelyet közös él köt össze.

szórás

A szórásnégyzet vagy másképpen variancia pozitív négyzetgyöke, egy eloszlás szóródásának szokásos mértéke. Becslése, az empirikus szórásnégyzet négyzetgyöke a minta szóródását jellemzi. Például a μ várható értékű, σ szórású $N(\mu,\sigma^2)$ normális eloszlás esetén az eloszlásnak mintegy 95$-a esik $\mu-2\sigma$ és $\mu+2\sigma$ közé.

Egy populáció valamely paraméterének becslése esetén az empirikus szórásnégyzet négyzetgyöke a standard hiba.

szórásnégyzet

Egy valószínűségi változó vagy minta szóródásának mértéke. Az *X* valószínűségi változó esetén a **sokaság szórásnégyzete** a sokaság második centrális momentuma, azaz a sokaság μ várható értékétől vett négyzetes eltérés várható értéke, $E((X-\mu)^2)$. A szórásnégyzetet gyakran a $\sigma^2, D^2(X)$ vagy a $E((X-\mu)^2)$ szimbólummal jelöljük.

Egy *n* elemű **minta szórásnégyzete** – amelyet s^2 vagy s_n^2 jelöl – nem más, mint a minta $\bar{x}$ átlaga körüli második centrális momentum, vagyis

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2.$$

Az s^2 mennyiséget **tapasztalati szórásnégyzetnek** is nevezzük. A tapasztalati szórásnégyzet azonban a sokaság szórásnégyzetének nem torzítatlan becslése, ezért becslésekben helyette sokszor az

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2.$$

ún. **korrigált tapasztalati szórásnégyzetet** alkalmazzuk.

A számításokat a $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2 = \left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2\right) - n\overline{x}^2$ összefüggés segítségével gyakran egyszerűsíthetjük.

szóródás

A **szóródás** mérőszámait annak jellemzésére használjuk, hogy valamely mintában a megfigyelések mennyire szóródnak, mennyire terjednek szét. A kifejezés hasonló értelemben használatos valószínűségi változókra. A szóródás bevett mértékei a mintaterjedelem, az interkvartilis félterjedelem, az átlagos abszolút eltérés, a szórásnégyzet, a szórás, a variációs együttható. A terjedelem túlságosan érzékeny a kiugróan magas vagy alacsony értékekre. Az átlagos abszolút hibával nehéz dolgozni az abszolútérték-képzés miatt. A szórás dimenziója megegyezik a változóéval, ez a leggyakrabban használatos. Az interkvartilis félterjedelem megfelelő lehet, hogyha a mediánt használják lokációs paraméterként.

szóródási ábra

Lásd szóródási diagramm.

szóródási diagramm

Kétdimenziós diagramm, amely az *n* párból álló $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_n, y_n)$ megfigyelésnek megfelelő pontokat mutatja be. Itt $x_1, x_2, \cdots, x_n$ a magyarázó változó és $y_1, y_2, \cdots, y_n$ a függő változó megfigyelt értékei.

szóródási mérőszám

Lásd szóródás.

szorzás

Általánosan a szorzás olyan kétváltozós művelet, mely két mennyiséghez, melyek lehetnek számok, mátrixok, vektorok stb. vagy két különböző típusú mennyiséghez hozzárendeli ezek meghatározott szabályok szerint képzett szorzatát. Lásd még kifejt, komplex számok szorzása, mátrixok szorzása, modulo *n* összeadás és szorzás, polinomok szorzása, számok szorzása, törtek szorzása.

szorzásjel

A szorzás jelölésére szokás használni az egymásmelléírást, a $\cdot$ és a $\times$ jelet, számítástechnikában előfordul még a * jel is.

szorzás modulo n

Lásd modulo *n* összeadás és szorzás.

szorzat deriválási szabálya

Lásd deriválás.

szorzathalmaz

Lásd Descartes-szorzat.

szorzatjelölés

Az $a_1, a_2, \ldots, a_n$, véges sorozatból előállított $a_1 a_2 \cdots a_n$ szorzatot jelölhetjük a görög nagy pi betűvel,

$$\prod_{r=1}^{n} a_r.$$

(Az *r* index itt bármely más betűvel felcserélhető.) Például

$$\prod_{r=1}^{9}\left(1-\frac{1}{r+1}\right)=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{10}\right).$$

Hasonlóan, bármely $a_1, a_2, a_3, \cdots$ végtelen sorozatból előállítható az $a_1 a_2 a_3 \cdots$ végtelen szorzat, amit

$$\prod_{r=1}^{\infty} a_r$$

jelöl. Ez jelöli a végtelen szorzat értékét is, ha az létezik. Például

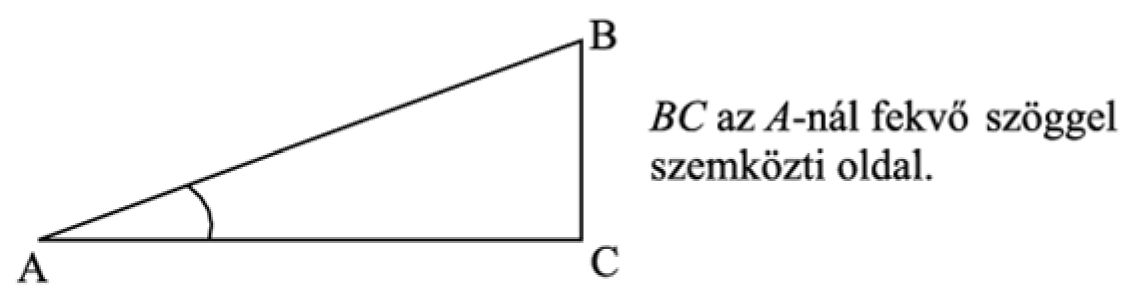
$$\prod_{r=2}^{\infty}\left(1-\frac{1}{r^2}\right)=\frac{1}{2}.$$

szögfelező

Olyan félegyenes, amely egy szöget két egyenlő szögre oszt fel. Lásd még belső szögfelező, külső szögfelező, és felező merőleges.

szöggel szemközti oldal

Ha egy derékszögű háromszögben kiválasztottunk egy derékszögtől különböző szöget, akkor a háromszög **szöggel szemközti oldala** az az oldal, amelyik nem szára a kiválasztott szögnek.



Szög melletti oldalnak ezek után azt az oldalt hívjuk, amelyik szára a derékszögnek és nem átfogója a háromszögnek.

szögharmadolás

A a kocka megkettőzése és a a kör négyszögesítése mellett a harmadik nevezetes probléma a **szögharmadolás**, amelyet az ókori görögök megpróbáltak megoldani a szokásos eukleidészi szerkesztés keretein belül. A feladat az, hogy adott szöget osszunk fel három egyenlő részre, csak körzőt és vonalzót használva. Míg tetszőleges szöget körzővel és vonalzóval könnyen megfelezhetünk, az algebra fejlődése során az elmúlt évszázadokban kiderült, hogy a szögharmadolás általában lehetetlen. (Természetesen bizonyos speciális szögeket – mint például a derékszöget – tudunk harmadolni.) A geometriai szerkesztések algebrai elméletével bebizonyítható, hogy körzővel és vonalzóval lényegében csak olyan szakaszhosszakat lehet megszerkeszteni, amelyek adott hosszak összegeként, különbségeként, szorzataként, hányadosaként vagy négyzetgyökeként állnak elő. Ezzel szemben a szögharmadolás során köbgyökök (pontosabban harmadfokú egyenletek gyökei) megszerkesztésére volna szükség, amely az előbbiek szerint általában nem lehetséges.

szögharmadoló

Egy szög harmadolóinak azt a két egyenest nevezzük, amelyek a szöget a szögszárakkal együtt három egyenlő részre osztják.

szögmásodperc

Lásd fok (szögmérték).

szögmérés

Két fő módja van a szög mérésének, fokot használunk elemi munkákban, a felsőfokú művekben pedig radiánt, különösen amikor analízisről is szó van.

szögperc

A szögmérésnél használatos. Lásd fok.

szögpont

Lásd gráf.

szögsebesség

Tegyük fel, hogy egy részecske síkmozgást végez egy olyan kör mentén, melynek középpontja az *O* origó és sugara r_0! Jelölje (r_0, ϑ) a részecske helyének polárkoordinátáit! Elemi szinten a **szögsebesség** $\dot{\vartheta}$-ként definiálható.

Magasabb szinten a részecske ω **szögsebessége** az $\omega = \dot{\vartheta}\mathbf{k}$ képlettel definiált vektor, ahol ***i*** és ***j*** az *x*- és *y*-tengelyek pozitív irányába mutató egységvektor, és $\mathbf{k} = \mathbf{i} \times \mathbf{j}$. Ha ***r***, illetve ***v*** a részecske helyvektora, illetve sebessége, akkor

$$\mathbf{r} = r_0 \mathbf{e}_r, \quad \mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = r_0 \dot{\vartheta} \mathbf{e}_\vartheta,$$

ahol $\mathbf{e}_r = \mathbf{i}\cos(\vartheta) + \mathbf{j}\sin(\vartheta)$ és $\mathbf{e}_\vartheta = -\mathbf{i}\sin(\vartheta) + \mathbf{j}\cos(\vartheta)$ (lásd körmozgás). Felhasználva, hogy $\mathbf{k} = \mathbf{e}_r \times \mathbf{e}_\vartheta$, a fentiekből következik, hogy a ***v*** sebesség megadható a $\mathbf{v} = \omega \times \mathbf{r}$ képlettel.

Képzeljünk el egy rögzített tengely körül forgó merev testet, és vegyünk fel koordinátatengelyeket úgy, hogy a *z*-tengely egybeessen a rögzített tengellyel! Jelölje (r_0, ϑ) a test egy olyan pontjának polárkoordinátáit, amely a $z = 0$ síkon található, és nincs rajta a rögzített tengelyen! Ekkor a merev test ω szögsebességét az $\omega = \dot{\vartheta}\mathbf{k}$ képlet definiálja.

Általában egy forgó merev test – mint például egy rögzített pont körül pörgő pörgettyű – olyan ω szögsebességgel rendelkezik, amelynek nagysága és iránya függ az időtől.

szögszár

Szöget alkotó félegyenesek bármelyike.

szöggyorsulás

Tegyük fel, hogy egy részecske síkbeli mozgást végez egy olyan kör mentén, melynek középpontja az *O* origó és sugara r_0! Jelölje $(r_0, \vartheta(t))$ a részecske polárkoordinátáit a *t* időpontban! Elemi szinten a **szöggyorsulás** $\ddot{\vartheta}(t)$-ként definiálható.

Magasabb szinten a részecske β **szöggyorsulása** a $\beta = \dot{\omega}$ képlettel definiált vektor, ahol ω a szögsebesség. Legyen ***i*** és ***j*** az *x*-, illetve az *y*-tengely pozitív irányába mutató egységvektor, és legyen $\mathbf{k} = \mathbf{i} \times \mathbf{j}$! Ekkor a fent leírt esetben, ahol egy részecske kör alakú pályán mozog, $\omega = \dot{\vartheta}\mathbf{k}$ és $\beta = \ddot{\vartheta}\mathbf{k}$. Ha ***r***, ***v*** és ***a*** a részecske helyvektora, sebessége és gyorsulása, akkor

$$\mathbf{r} = r_0\mathbf{e}_r, \quad \mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = r_0\dot{\vartheta}\mathbf{e}_\vartheta, \quad \mathbf{a} = \ddot{\mathbf{r}} = -r_0\dot{\vartheta}^2\mathbf{e}_r + r_0\ddot{\vartheta}\mathbf{e}_\vartheta,$$

ahol $\mathbf{e}_r = \mathbf{i}\cos(\vartheta) + \mathbf{j}\sin(\vartheta)$ (lásd körmozgás). A $\mathbf{v} = \omega \times \mathbf{r}$ összefüggés felhasználásával a fentiekből következik, hogy az ***a*** gyorsulás megadható az $\mathbf{a} = \beta \times \mathbf{r} + \omega \times (\omega \times \mathbf{r})$ képlettel.

Szőkefalvi-Nagy Béla

(1913–1998) Magyar matematikus, kutatási területe a Hilbert-terek lineáris operátorai, illetve a funkcionálanalízis teljes területe volt. Ezekről és valós függvénytanról írott könyvei világszerte nagy hatást váltottak ki.

szökési sebesség

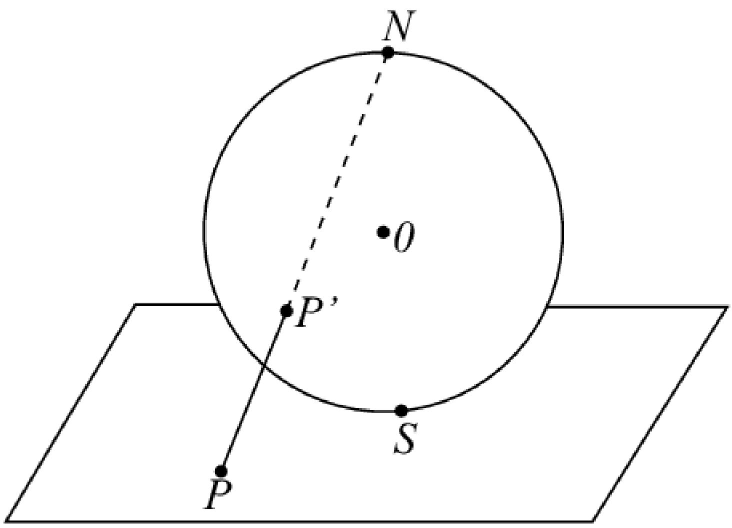
Egy égitesthez tartozó **szökési sebesség** az a minimális sebesség, mellyel egy testet úgy hajíthatunk el az égitest felszínéről, hogy az már nem tér vissza a gravitáció hatására. A szökési sebesség a Földön $\sqrt{2gR}$ (*R* a Föld sugara, *g* a nehézségi gyorsulás a Föld felszínén), értéke körülbelül 11.2 $\mathrm{km\ s^{-1}}$. Ehhez hasonlóan, egy *M* tömegű és *R* sugarú gömbölyű égitesthez tartozó szökési sebesség $\sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$, ahol γ a gravitációs állandó.

szteradián

Lásd térszög.

sztereografikus vetítés

Tegyük fel, hogy az *O* középpontú gömb egy síkot az *D* pontban érint, és legyen *É* az átmérő ezzel átellenes pontja.



Ha *P* a gömbfelszín tetszőleges, *É*-től különböző pontja, akkor az *ÉP* egyenes a síkot a *P*-nek megfelelő P' pontban metszi. Megfordítva, a sík minden pontja meghatároz egy pontot a gömb felszínén, ezen a módon bijekciót hoztunk létre a gömbfelület pontjai (kivéve *É*-t) és a sík pontjai között. A gömb felületének ezt a leképezését a síkra **sztereografikus vetítésnek** nevezzük. Az *É* ponton át nem menő kicsi és nagy körök a sík köreire képződnek le, az *É* ponton átmenők pedig egyenesekre. Görbék hajlásszöge megőrződik a vetítésnél.

sztochasztikus folyamat

Valószínűségi változók egy $\{X(t)|t \in T\}$ családja, ahol *T* valamilyen *indexhalmaz*. Az indexhalmaz gyakran a természetes számok $\mathbb{N}$ halmaza, ekkor a sztochasztikus folyamat valószínűségi változók egy $X_1, X_2, X_3, \cdots$ sorozata. Például X_n lehet valamely kísérlet *n*-edik kiemenetele, vagy megfigyelések közül az *n*-edik. A valószínűségi változók által fölvehető értékeket gyakran **állapotoknak** nevezik, ezek alkotják az **állapotteret**. Azt mondjuk, hogy az állapottér diszkrét, ha véges, vagy megszámlálhatóan végtelen, és azt mondjuk, hogy folytonos, ha véges vagy végtelen intervallum. Ha megszámlálható sok állapot van, akkor azokat $\mathbb{R}$ jelölheti; ha $X_n = i$, akkor azt mondjuk, hogy X_n az *i* állapotban van.

sztochasztikus mátrix

Egy mátrix **(soraira nézve) sztochasztikus**, ha elemei nemnegatívak, és minden sorösszege 1, és **(oszlopaira nézve) sztochasztikus**, ha elemei nemnegatívak, és minden oszlopösszege 1. Ha soraira és oszlopaira nézve is sztochasztikus, akkor **kétszeresen sztochasztikusnak** nevezzük.

sztochasztikus mátrix, sorra nézve

Lásd sztochasztikus mátrix.

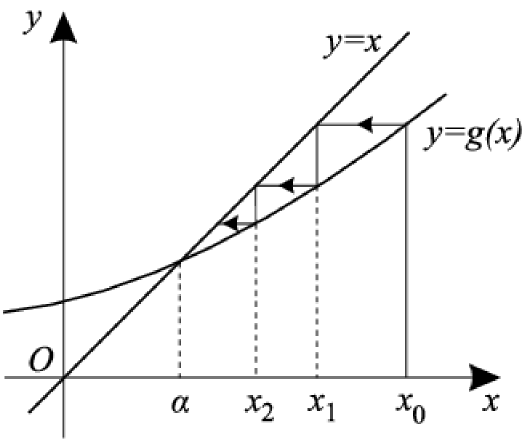
sztochasztikus változó

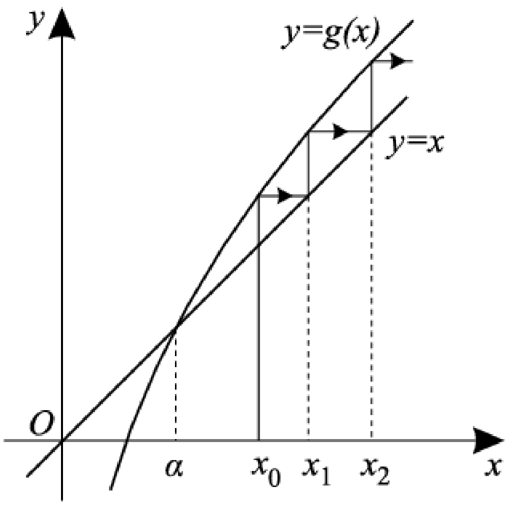
Lásd valószínűségi változó.

szukcesszív approximáció

Legyen $I \subset \mathbb{R}$ véges zárt intervallum, ezen *f* folytonos függvény. Az $f(x) = 0$ egyenlet megoldásához az egyenletet először $x = g(x)$ alakúra hozzuk. Egy $x_0 \in I$ kezdeti értékből kiindulva az $x_{n+1} = g(x_n)$ képlet alapján meghatározzuk az $x_1, x_2, x_3, \cdots$ értékeket. Ha az így definiált sorozat minden tagja benne van *g* értelmezési tartományában, konvergens és határértéke α, akkor $\alpha = g(\alpha)$, így α az eredeti egyenletnek is gyöke.

Az $x = g(x)$ egyenletnek szemléletesen ott van gyöke, ahol az *g* függvény grafikonja metszi a szögfelező egyenesét. Belátható, hogy ha $|g'(x) < 1|$ teljesül a intervallumon, akkor tetszőleges $x_0 \in I$ kiindulási érték mellett a fenti sorozat az I intervallumnak ugyanazhoz a pontjához konvergál, míg $|g'(x)| > 1 \quad (x \in I)$ esetén a sorozat divergens. Mindezt az alábbi két ábrán szemléltettük abban esetben, amikor $g'(x) \quad (x \in I)$ pozitív.





Például az $x^3 - x - 1 = 0$ egyenletnek van 1 és 2 közötti gyöke, így lehet $I := [1, 2]$, és választhatjuk az $x_0 = 1.5$ kiindulási értéket. Az egyenlet többféleképpen is $x = g(x)$ alakúra hozható, például (i) $x = x^3 - 1$ vagy (ii) $x = (x+1)^{1/3}$. Az (i) esetben $g'(x) = 3x^2$, itt $|g'(x) > 1|$. Az (ii) esetben $g'(x) = \frac{1}{3}(x+1)^{-2/3}$, és mivel $|g'(x)| \leq |g'(1)| = \frac{1}{3 2^{2/3}} \approx 0.21$, ezért az eljárással konvergens sorozatot kapunk.

szuprémum

Lásd korlát.

szükséges és elégséges feltétel

A $q \Rightarrow p$ implikációt így olvassuk: „ha *q*, akkor *p*.” Amikor ez igaz, akkor azt mondhatjuk, hogy *q* **elégséges feltétel** *p*-re, azaz a *q* feltétel igazsága elégséges ahhoz, hogy *p* igaz legyen. Ez azt jelenti, hogy *p* igaz, **ha** *q* igaz. Másrészről, amikor $p \Rightarrow q$ teljesül, akkor *q* **szükséges feltétel** *p*-re, azaz a *q* feltétel igazsága szükséges következménye *p* igazságának. Ez azt jelenti, hogy *p* **csak akkor** igaz, **ha** *q* igaz.

Amikor az implikáció mindkét irányban teljesül, (ezt így írhatjuk: $m \times n$), akkor a *q* állításnak az *p* állítás **szükséges és elégséges feltétele** (vagy *p* és *q* egymásnak szükséges és elégséges feltétele), tehát *q* akkor és csak akkor igaz, ha *p* is igaz. Például egy szám 10-zel való oszthatóságának szükséges és elégséges feltétele az, hogy a szám páros és 5-tel osztható legyen.

szükséges feltétel

Egy olyan feltétel, amelyiknek teljesülnie kell ahhoz, hogy egy állítás igaz legyen. Például egy szám 10-zel való oszthatóságának **szükséges feltétele** az, hogy a szám páros legyen. Ha *A* **szükséges feltétele** a *B* állításnak, akkor azt is mondjuk, hogy a *B* feltétel az *A* állításnak elégséges feltétele. A fenti példát tehát kifejezhetjük úgy is, hogy egy szám 10-zel való oszthatósága elégséges feltétele annak, hogy a szám páros legyen.

szűrjekció

Lásd szűrjektív leképezés.

szűrjektív leképezés

Az $f : S \to T$ függvény az *S* halmaz **szürjektív leképezése** (vagy **ráképezése**) a *T* halmaz**ra**, ha minden *T*-beli elem legalább egy értelmezési tartománybeli *S* elem képe, azaz az *S* halmaz *f* által létesített képe az egész *T* halmazzal egyenlő: $\cap$ másképp: minden *T*-beli *t* elem előfordul képként, azaz létezik hozzá Δ hogy $7 - 2 = 5$

25. T

T

A transzponálás jele a mátrixoknál, felső indexbe írva, például $M^{\top}$ jelöli az *M* mátrix transzponáltját.

táblázat

Számok elrendezése többnyire téglalap alakban. A matematikában például függvényeket táblázattal is megadhatunk, párba állítva az értelmezési tartomány (bizonyos) elemeit a hozzárendelt [függvényértékkel. A hagyományos – például trigonometrikus – táblázatok a zsebszámológépek és számítógépek elterjedésével idejétmúlttá váltak; megfelelő számítógépes program hiányában azonban különféle táblázatok a statisztikában ma is használatosak.

tag

Lásd sorozat és sor.

tagadás

Ha *p* egy kijelentés, akkor a $\neg p$ szimbólummal jelölt „nem *p*” kijelentés *p* **tagadása** (negációja). Ez *p*-nek az ellentétét jelenti. Ha *p* az „esik az eső” kijelentés, akkor $\neg p$ azt a kijelentést jelöli, hogy „nem esik az eső”; ha *p* azt jelenti, hogy „2 nem egész szám”, akkor $\neg p$ azt jelenti, hogy „nem igaz az, hogy 2 nem egész szám”, vagy más szavakkal „2 egész szám”. Ha *p* igaz, akkor $\neg p$ hamis, és fordítva. $\neg p$ igazságtáblázata tehát:

p	$\neg p$
i	h
h	i

talppont

Lásd pont vetülete egyenesen, pont vetülete síkon.

talpponti görbe

Az a görbe, amelyet úgy kapunk, hogy egy rögzített pontból merőlegeseket állítunk egy görbe összes érintőjére, és a merőlegesek talppontjait tekintjük.

talpponti háromszög

Az A, B és *C* csúcsú háromszögl$AD, BE$$D, E$ és *F* az A, B és *C*-ből induló, az ellentétes oldalt metsző merőlegesek talppontja, tehát az és *CF* lesznek a magasságok. A *DEF* háromszöget **talpponti háromszögnek** nevezzük. Az eredeti háromszög magasságvonalai felezik a talpponti háromszög szögeit.

támadáspont

A fizikában használt erők általában a testek felszínén vagy térfogatán belül egész tartományokra hatnak. Ha a tartomány mérete elhanyagolhatóan kicsi, vagy az erő hatásának kitett testet pontszerűnek tekintik, akkor az erő egyetlen pontban hat: ezt a pontot nevezik az erő **támadáspontjának**. Ha az erő a test felületének vagy térfogatának egy nem elhanyagolható méretű tartományára hat, akkor a kölcsönhatás jellemzésére mezőket vezetnek be – például a gravitációs erőteret vagy a feszültségtenzor-mezőt –, melyekből a tartományra ható erő az integrálszámítás segítségével kapható meg.

tangens

Lásd trigonometrikus függvények.

tanh

Lásd th.

tapadási súrlódás

Lásd súrlódás.

tapadási súrlódási együttható

Lásd súrlódás.

tapasztalati

Tapasztalati. Kísérletekből vagy megfigyelésekből, nem pedig érvelésből származik.

tapasztalati valószínűség

Annak valószínűsége, hogy egy 6 oldalú dobókockával négyest dobunk 1/6, mivel mind a 6 kimenetelnek egyenlő esélye van. Egy szabálytalan (súlyozott) dobókocka esetében azonban megfigyeléseket kellene végeznünk, és **tapasztalati valószínűséget** kellenne számolnunk a kimenetelek relatív gyakorisága alapján.

tart

A határérték kiolvasásának egyik módja. Például az „$\frac{1}{n}$ sorozat tart a nullához, amint *n* tart a végtelenhez” mondat a $\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n}=0$ jelsorozat egyik szokásos kiolvasása.

Tartaglia

(1499–1557) Olasz matematikus, a harmadfokú egyenlet megoldási módszerének felfedezője, bár már előtte is oldottak meg ilyen típusú egyenleteket. Megoldási módszerét Cardano publikálta, akivel titokban levelezett. Tartaglia eredeti neve Niccolò Fontana volt, a Tartaglia egyébként „dadogót” jelent.

tartalmaz

Lásd részhalmaz.

tartomány

A (kétdimenziós) tér egy összefüggő nyílt részhalmaza. Például az (r, ϑ) egyenlőtlenséget kielégítő $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ pontok egy 2 sugarú, $(3, -1)$ középpontú kör belsejét alkotják, ami egy **összefüggő nyílt halmaz: tartomány**. Ha az egyenlőtlenség $\leq$ lenne, a körvonal is benne lenne; az ilyet – kissé zavaró módon – néha **zárt tartománynak** nevezik.

tautochron

Amellett, hogy a brachisztochronprobléma megoldását jelenti, a cikloisnak van egy másik fontos tulajdonsága is. Tegyük fel, hogy egy ciklois olyan helyzetű, mint a brachisztochronproblémához csatolt ábrán szereplő ciklois! Ha egy részecske a ciklois valamelyik pontjából zérus kezdősebességgel elindulva végigcsúszik a ciklois mentén a gravitációs erő hatására, akkor a ciklois legalsó pontjába való megérkezéséig eltelt idő független attól, melyik pontból indult. Ezért az ilyen cikloist **tautochronnak** is nevezik (a szó az „ugyanannyi idő" kifejezés görög nyelvű alakjából ered).

tautológia

Olyan összetett állítás, amelynek igazságértéke mindig igaz, akármilyen igazságértékkel rendelkezzenek is az egyes részei. Például $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ tautológia, amint arról igazságtáblázattal könnyen meggyőződhetünk.

távolság

Lásd pont és egyenes távolsága (síkon), pont és sík távolsága (háromdimenziós térben), két egyenes távolsága (háromdimenziós térben), két pont távolsága (háromdimenziós térben), két pont távolsága (*n* dimenziós térben) két pont távolsága (síkon), kódszavak távolsága, távolság (komplex síkon).

távolság (komplex síkon)

Ha P_1 és P_2 reprezentálja a z_1 és z_2 komplex számot, akkor a $|P_1P_2|$ távolság egyenlő $|z_1 - z_2|$-vel, azaz $z_1 - z_2$ abszolút értékével.

távolság-idő grafikon

Olyan grafikon, mely egy egyenes vonal mentén mozgó részecske kitérését ábrázolja az idő függvényében. Legyen $x(t)$ a részecske kitérése a *t* pillanatban! A gyorsulás-idő grafikon ekkor az *x* függvény képe, ahol az első (*t*-)tengely vízszintes, a második tengely függőleges, és felfelé van irányítva. A függvény meredeksége minden pontban egyenlő a részecske sebességével az adott pillanatban. (Itt az általános szokást követve elhagytuk az ***i*** egységvektort, mely a vonal mentén a pozitív irányba mutat. A részecske kitérése valójában vektormennyiség, értéke a *t* időpontban $x(t)\mathbf{i}$, és a részecske sebessége is vektormennyiség, melynek értéke $\dot{x}(t)\mathbf{i}$.)

Taylor, Brook

(1685–1731) Angol matematikus, munkásságát az analízisben fejtette ki. 1715-ben írt munkájában szerepelnek a róla elnevezett Taylor-sorok. A módszer jelentőségét csak jóval később ismerték fel, másrészt Taylor előtt korábban már James Gregory, illetve mások is használták. Taylortól származik a parciális integrálás módszere is.

Taylor-polinom, Taylor-sor, Taylor-sorfejtés

Lásd Taylor-tétel.

Taylor-tétel

Alkalmas függvényosztályhoz tartozó *f* függvény és adott *n* természetes szám esetén egyértelműen megadható egy *n*-edfokú polinom, a **Taylor-polinom**, amely az *f* függvényt bizonyos értelemben legjobban közelíti.

Tétel. Legyen *f* olyan függvény, melynek az *I* intervallumon az $f^{(k)}\ (k = 1, \ldots, n)$ derivált függvényei mind folytonosak, és legyen $a \in I$ rögzített. Ekkor minden $x \in I$ esetén fennáll, hogy

$$\begin{aligned} f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots \\ + \frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!}(x-a)^{n-1} + R_n(x), \end{aligned}$$

ahol az R_n **maradéktagra** különféle előállítások ismeretesek. Ezek közül kettő:

$$R_n(x) = \frac{1}{(n-1)!} \int_a^x f^{(n)}(t)(x-t)^{n-1}\,dt,$$

illetve

$$R_n(x) = \frac{f^{(n)}(\xi)}{n!}(x-a)^n,$$

ahol az (*a*-tól, *n*-től és *x*-től függő) ξ szám *a* és *x* között fekszik. Elég kis abszolút értékű *h* számmal és az $x = a + h$ jelöléssel a Taylor-formula felírható az

$$\begin{aligned} f(a+h) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}h + \frac{f''(a)}{2!}h^2 + \dots \\ + \frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!}h^{n-1} + R_n(h) \end{aligned}$$

alakban is, ahol most alkalmas, 0 és *h* közötti ξ-vel

$$R_n(h) = \frac{f^{(n)}(a+\xi)}{n!}h^n.$$

E formula segítségével az $f(a+h)$ függvényértéket adott pontossággal közelíthetjük pusztán az *a* pontbeli deriváltak ismeretében. A közelítés hibáját az R_n maradéktag méri. Ha még azt is feltesszük, hogy a Taylor-tétel feltételei tetszőleges *n* természetes szám esetén fennállnak *és* a maradéktag nullához tart, amint *n* tart a végtelenhez, akkor az $f(x)$ értékek ($x \in I$) végtelen sor alakjában előállnak

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots$$

amit az *f* függvény *a* pont körüli **Taylor-sorának**, vagy **sorfejtésének** hívunk. (Az $a = 0$ speciális esetet néha Maclaurin-sornak is hívják.)

téglalap

Olyan négyoldalú síkbeli alakzat, amelynek négy derékszöge van. A szemközti oldalak szükségszerűen párhuzamosak és egyenlő hosszúságúak lesznek. Abban a sajátos esetben, amikor mind a négy oldal egyenlő, az alakzat negyzet lesz.

téglalapszám

Bármely szám, amely nem triviális módon kifejezhető téglalap alakban elrendezett pontokkal, vagyis kizárjuk az egy sorban elhelyezkedő pontok triviális esetét. A téglalapszámok tehát nem prímek, mivel kifejezhetők $a \times b$ alakban, ahol sem *a*, sem *b* nem 1. Sok téglalapszám reprezentációja nem egyértelmű, azaz 12 lehet egy 4×3-as vagy egy 6×2-es téglalap. Abban az esetben, amikor van egy egyenlő tényezőkből álló reprezentáció, négyzetszámmal van dolgunk, 16 tehát négyzetszám, jóllehet reprezentálható 8×2-es téglalapként is.

téglatest

Olyan parallelepipedon, amelynek oldallapjai téglalapok.

tehetetlenség

Zárt rendszernek sem a lendülete, sem a perdülete nem változhat meg egy inerciális vonatkoztatási rendszerhez képest. A zárt rendszereknek ezt a jellemzőjét fejezi ki a **tehetetlenség** fogalma.

tehetetlenségi erő

Olyan erő, melyet létezőnek tekinthet egy megfigyelő, akinek vonatkoztatási rendszere gyorsul egy inerciális vonatkoztatási rendszerhez képest. Tegyük fel például, hogy egy *O* origójú vonatkoztatási rendszer forog egy megegyező origójú inerciális vonatkoztatási rendszerhez képest. Egy részecske, melyre valamekkora eredő erő hat, úgy mozog, hogy mozgása eleget tesz Newton második mozgástörvényének. A forgó vonatkoztatási rendszer megfigyelője számára úgy tűnik, hogy a részecske csak akkor tesz eleget Newton második mozgástörvényének, ha azt kiegészítjük bizonyos tagokkal. Az additív tagoknak a megfigyelő **tehetetlenségi erőket** feleltethet meg. Ha ezeket az erőket létezőknek tekintjük, akkor Newton törvényei érvényessé válnak nem-inerciális vonatkoztatási rendszerben is.

Képzeljük el azt a speciális esetet, amikor a forgó vonatkoztatási rendszer szögsebessége állandó, és a részecske olyan síkban mozog, mely merőleges a forgó vonatkoztatási rendszer szögsebesség-vektorára! Az egyik tehetetlenségi erő hatásvonala metszi a forgó vonatkoztatási rendszer forgástengelyét: ezt **centrifugális erőnek** nevezik. Ez az a kifelé mutató erő, amelyet egy körhinta utasa létezőnek vél. A másik tehetetlenségi erő merőleges a részecskének a forgó vonatkoztatási rendszer megfigyelője által észlelt pályájára: ezt hívják Coriolis-erőnek.

A Földön álló megfigyelő a Föld tengely körüli forgása miatt úgy látja, hogy az interkontinentális rakétákat és a hasonló objektumokat a Coriolis-erő letéríti pályájukról. Az északi féltekén az eltérülés jobbkéz-irányú, a déli féltekén balkéz-irányú. Ennek az erőnek, amelyet először Gustave-Gaspard de Coriolis (1792–1843) francia matematikus és mérnök írt le, fontos alkalmazásai vannak a légtömegek mozgásának meteorológiai vizsgálatában.

Hasonló tehetetlenségi erők lépnek fel akkor is, ha a megfigyelő vonatkoztatási rendszere gyorsul egy inerciális vonatkoztatási rendszerhez képest. Ilyen tehetetlenségi erőt észlel például egy gyorsuló lift utasa, amikor egy burkolólapot lát leesni a felvonó plafonjáról.

tehetetlenségi nyomaték

Egy merev testhez és egy rögzített tengelyhez tartozó mennyiség, amelynek értéke a test tömegének a tengelyhez viszonyított eloszlásából számítható ki. Általában *I* vagy Θ jelöli. A merev test mozgási energiájának illetve impulzusmomentumának számítása során jelenik meg, illetve ezekkel összefüggésben definiálható. Vezessünk be egy Descartes-féle koordináta-rendszert, és jelölje I_{xx}, I_{yy} és I_{zz} a merev testnek az *x*-, az *y*,- illetve a *z*-tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát! Tegyük fel, hogy a test *n* részecskéből áll! Az *i*-edik részecske tömege m_i, helyvektora $\mathbf{r}_i$, és $\mathbf{r}_i = x_i\mathbf{i} + y_i\mathbf{j} + z_i\mathbf{k}$. Ekkor

$$I_{xx} := \sum_{i=1}^{n} m_i({y_i}^2 + {z_i}^2), \quad I_{yy} := \sum_{i=1}^{n} m_i({z_i}^2 + {x_i}^2), \quad I_{zz} := \sum_{i=1}^{n} m_i({x_i}^2 + {y_i}^2).$$

Ha a merev test anyaga folytonos közegnek tekinthető, akkor a tehetetlenségi nyomatékot összeg helyett integrál definiálja. Például az *x*-, az *y*- illetve a *z*-tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékok:

$$I_{xx} := \int_V \varrho(\mathbf{r})(y^2 + z^2)\,\mathrm{d}V, \quad I_{yy} := \int_V \varrho(\mathbf{r})(z^2 + x^2)\,\mathrm{d}V, \quad I_{zz} := \int_V \varrho(\mathbf{r})(x^2 + y^2)\,\mathrm{d}V,$$

ahol $\varrho(\mathbf{r})$ a test anyagának sűrűsége a ***r*** helyvektorú pontban, és $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$.

A fentiekből adódóan vékony, egyenletes tömegeloszlású, állandó keresztmetszetű, *l* hosszúságú és *m* tömegű rúdnak a tömegközéppontján átmenő, a rúdra merőleges tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka $\frac{1}{12}ml^2$. A rúdnak egy rá merőleges, egyik végpontján átmenő tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka $\frac{1}{3}ml^2$.

Egy *m* tömegű, egyenletes tömegeloszlású, állandó vastagságú, kör alakú lemeznek a középpontján átmenő és a lemez síkjára merőleges tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka $\frac{1}{2}mr^2$, ahol *r* a kör sugara.

Egy *m* tömegű, egyenletes tömegeloszlású, állandó vastagságú, téglalap alakú lemeznek az egyik oldala mentén futó tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka $\frac{1}{3}ma^2$, ahol *a* a téglalap tengelyre merőleges oldalainak hossza.

Más tengelyekre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékok kiszámítására alkalmazható a Steiner-tétel.

tehetetlenségi szorzat

A tehetetlenségi nyomatékhoz hasonló mennyiség, amely azonban egy merev testhez és két, egymásra merőleges tengelyhez tartozik. A tehetetlenségi szorzatok a tehetetlenséginyomaték-tenzorban jelennek meg, amelyet a test impulzusmomentumával és forgási energiájával összefüggésben definiálnak. Vezessünk be Descartes-féle koordinátákat, és jelölje I_{yz}, I_{zx} és I_{xy} a merev testnek az *y*- és a *z*-tengelyhez, a *z*- és az *x*-tengelyhez, illetve az *x*- és az *y*-tengelyhez tartozó tehetetlenségi szorzatát! Tegyük fel, hogy a test *n* részecskéből áll! Az *i*-edik részecske tömege m_i, helyvektora $\mathbf{r}_i$, és $\mathbf{r}_i = x_i\mathbf{i} + y_i\mathbf{j} + z_i\mathbf{k}$. Ekkor

$$I_{yz} := \sum_{i=1}^{n} m_i y_i z_i, \quad I_{zx} := \sum_{i=1}^{n} m_i z_i x_i, \quad I_{xy} := \sum_{i=1}^{n} m_i x_i y_i.$$

Ha a merev test anyaga folytonos közegnek tekinthető, akkor a tehetetlenségi szorzatokat összegek helyett integrálok definiálják.

Ha a koordinátasíkok a merev test szimmetriasíkjai, akkor a tehetetlenségi szorzatok mindegyike zérus. Megmutatható az is, hogy a merev test bármely pontjából kiindul három olyan, egymásra merőleges koordinátatengely, melyekhez zérus nagyságú tehetetlenségi szorzatok tartoznak. Ezeket **főtengelyeknek** nevezik, a hozzájuk tartozó tehetetlenségi nyomatékokat pedig **fő tehetetlenségi nyomatékoknak**. A főtengelyek használata jelentősen leegyszerűsíti a merev test impulzusmomentumára illetve forgási energiájára felírt képleteket.

tehetetlenségi tenzor

Lásd impulzusmomentum.

tehetetlen tömeg

Egy részecske **tehetetlen tömege** az az arányossági tényező, amely a második newtoni mozgásegyenletben szerepel, és amely a részecskére ható erők eredőjét összekapcsolja a részecske gyorsulásával. Képletben: $m\mathbf{a} = \mathbf{F}$, ahol *m* a részecske tehetetlen tömege, ***a*** a gyorsulás, ***F*** pedig a részecskére ható erők eredője. Lásd még tömeg.

teleszkópos összeg

Olyan $\sum_{i=1}^{n} a_i$ összeg, melynek tagjai felírhatók egy másik sorozat szomszédos elemeinek különbségeként, s ezáltal az összeg egyszerűen kiszámolhatóvá válik (szemléletesen: az összeg – teleszkópként felfogva – „összecsuklik”). Ha például alkalmas b_i számokkal az a_i tagok felírhatók $b_i - b_{i-1}$ alakban, akkor a $\sum_{i=1}^{n} a_i$ összeg értéke egyszerűen $b_n - b_0$.

Keresendő például a $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)}$ összeg egyszerűbb alakja. Ha ekkor észrevesszük, hogy $a_i = \frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{i} - \frac{1}{i+1}$, akkor nyilván $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$.

telített

(hálózatokban) Egy él **telített**, ha rajta a folyam elérte kapacitását.

teljes differenciál

Ha *f* kétváltozós differenciálható függvény, akkor a Taylor-tétel szerint megváltozásának fő része az $x = \sqrt{3}$ pontban:

$$(x, y)$$

A fenti kifejezést szokták *f* **teljes differenciáljának** is hívni. Egy több, mint kétváltozós függvény teljes differenciálja hasonló parciális deriváltakból álló tagokat tartalmaz.

teljesen kiegyensúlyozott blokkelrendezés

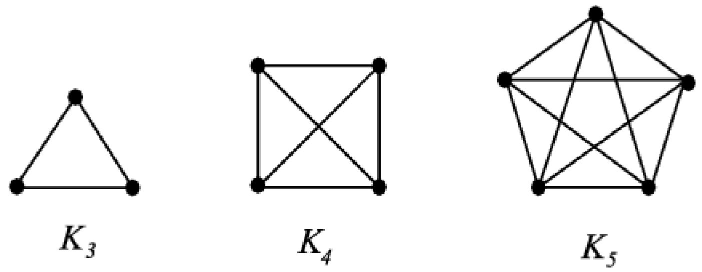
Lásd blokkelrendezés.

teljes eseményrendszer

A valószínűségszámításban és a statisztikában olyan események halmaza, melyeknek uniója a teljes eseménytér.

teljes gráf

Olyan egyszerű gráf, melyben minden pont össze van kötve az összes többivel. Az *n* pontú teljes gráfot K_n jelöli, ez $n-1$-fokú szabályos gráf; $z = x + iy, \quad (z \in \mathbb{C}), \quad x, y \in \mathbb{R}$ éle van. Lásd még páros gráf.



teljeshiteldíj-mutató

(THM) A pénzkölcsönzés teljes költsége, 1977-ben vezették be abból a célból, hogy különböző pénzintézetek által kínált szolgáltatások feltételeit össze lehessen hasonlítani. Az aktuális kamatszint mellett tartalmazza az adott pénzügyi szolgáltatáshoz kötődő, annak árát befolyásoló minden költség- vagy bevételelemet. A teljes hiteldíj az az összeg, amelyet a hitelfelvevőnek a tőkeösszeg visszafizetésén felül fizetnie kell, így a THM tartalmazza a hitellel kapcsolatban felmerülő összes kamat-, díj- és kezelési költséget. Értelemszerűen minél alacsonyabb a THM, annál kedvezőbb a fizetendő teljes hiteldíj. A hiteldíjba nem tartoznak bele olyan esetleges költségek, mint például a hosszabbítási költség, a késedelmi kamat, biztosítási-, garancia-, átutalási díjak, egyéb nem teljesítésből eredő fizetési kötelezettségek. Ezen költségek a hiteldíjon felül terhelik a hitelfelvevőt.

teljes indukció

A teljes indukcióval való bizonyítás módszere a következő elven alapul: Tegyük fel, hogy minden *n* pozitív egésznek megfeleltethető egy $P(n)$ állítás, amely vagy igaz, vagy hamis. Ha

1. $P(1)$ igaz, és
2. minden *k*-ra teljesül, hogy $P(k)$-ból következik $P(k+1)$,

akkor a $P(n)$ állítás teljesül minden pozitív egész *n*-re.

Ez lényegében leírja a pozitív egészek egy fontos tulajdonságát. A teljes indukció módszerét vagy bizonyítás nélkül alapelvként elfogadjuk, vagy belátjuk tételként néhány elfogadott axióma felhasználásával. A következő állítások a teljes indukció tipikus alkalmazásai:

1. Minden pozitív egész *n*-re $\sum_{r=1}^{n} r^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.
2. Minden pozitív egész *n*-re $\frac{1}{x}$ *n*-edik deriváltja $(-1)^n \frac{n!}{x^{n+1}}$.
3. Minden pozitív egész *n*-re $(\cos(\vartheta) + i\sin(\vartheta))^n = \cos(n\vartheta) + i\sin(n\vartheta)$.

Minden egyes esetben világos, mi a $P(n)$ állítás, és hogy 1. teljesül. A 2. úgynevezett **indukciós lépés** függ az egyes bizonyítandó állításoktól.

$P(n)$ egy módosított változata a következő. Te $P(n_0)$ l, hogy minden n $k \geq n_0$ egészne $P(k)$ feleltethető egy $P(k+1)$ s, amely $P(n)$ igaz, vagy hami $n \geq n_0$ igaz, és minden esetén $3^n > n^3$ vetkezik $n \geq 4$, akkor teljesül minden -ra. Ez alapján belátható például, hogy minden esetén.

További változatok is megfogalmazhatók.

teljesítmény

Egy erőhöz társított *P* **teljesítmény** az erő munkavégzésének üteme, azaz $P := \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}$. Ha az ***F*** erő támadáspontja ***v*** sebességgel mozog, akkor a teljesítmény $P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$. Az erőnek egy adott időtartam alatti munkavégzése egyenlő a teljesítménynek az adott időtartamra vett idő szerinti integráljával.

A hétköznapi alkalmazásokban például egy motor teljesítménye a motor munkavégzésének vagy energiatermelésének ütemével azonosítható.

A teljesítmény tömeg szorozva hosszúság a négyzeten szorozva idő a mínusz harmadikon dimenziójú, SI mértékegysége a watt.

teljes maradékrendszer modulo n

Olyan *n* elemű halmaz, mely az *n* számú modulo *n* maradékosztály mindegyikéből tartalmaz egyet. így $\{0, 1, 2, 3\}$ teljes maradékrendszer modulo 4, de $\{1, 2, 3, 4\}$ és $\{-1, 0, 1, 2\}$ is az.

teljes megoldás

Ha az $\dot{x}(t) = f(t, x(t)) \quad x(\tau) = \xi$ Cauchy-feladat megoldásainak egyesítése függvény, akkor ezt a függvényt a differenciálegyenlet **teljes megoldásának** hívjuk; ez ugyanis megoldás, és minden más megoldás ennek leszűkítése.

teljes mérték

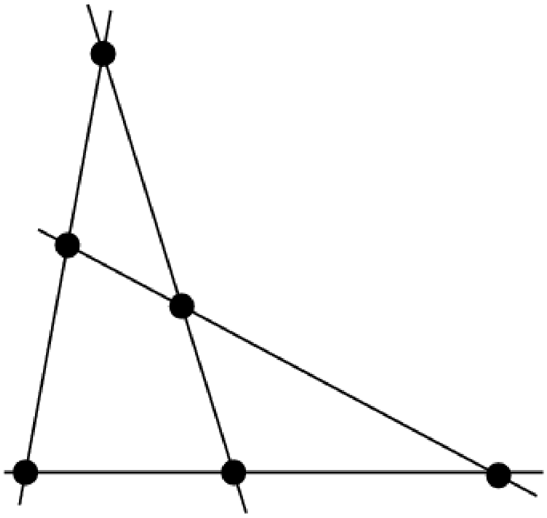
Egy mértéktér valamely halmaza **teljes mértékű**, ha komplementuma nullmértékű.

teljes metrikus tér

Olyan metrikus tér, melyben minden Cauchy-sorozat kovergens. Például a valós számok a szokásos metrikával teljes metrikus teret alkotnak.

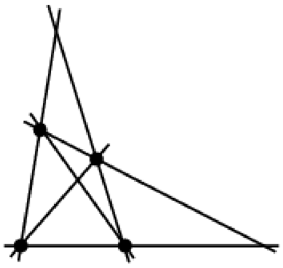
teljes négyoldal

Olyan síkbeli konfiguráció, amely áll négy egyenesből – ezek közül semelyik három nem metszi egymást egy pontban –, és hat metszéspontjukból. Az alábbi ábra mutat egy példát.



teljes négyszög

Olyan síkbeli konfiguráció, amely áll négy pontból – ezek közül semelyik három nem kollineáris –, és az őket páronként összekötő hat egyenesből. Az alábbi ábra mutat egy példát.



teljesnégyzetté-alakítás

Tekintsünk egy számpéldát: a $2x^2 + 5x + 1 = 0$ másodfokú egyenletet megoldhatjuk úgy, hogy a következő alakban írjuk fel:

$$x^2 + \frac{5}{2}x = -\frac{1}{2}, \text{ ekkor } \left(x + \frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{1}{2} + \frac{25}{16} = \frac{17}{16}.$$

Ez a lépés a **teljesnégyzetté-alakítás**: a bal oldalt írjuk fel pontosan egy négyzet alakjában, s evégett előbb adjunk egy megfelelő konstanst mindkét oldalhoz. A másodfokú egyenlet megoldását ezután a következőképpen fejezhetjük be:

$$x + \frac{5}{4} = \pm\frac{\sqrt{17}}{4}, \text{ és így } x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{4}.$$

Az $ax^2 + bx + c = 0$ egyenlet megoldását hasonlóképpen előállítva megkapjuk az általános másodfokú egyenlet megoldóképletét.

teljes párosítás

Olyan párosítás páros gráfban, melyben minden pont szerepel. Ez megköveteli, hogy mindkét ponthalmazban ugyanannyi pont legyen, és ekkor a teljes párosításban szereplő élek száma megegyezik az egyes ponthalmazok elemszámával.

teljes rang

Egy mátrix **teljes rangú**, ha rangja egyenlő sorai vagy oszlopai száma közül a nem nagyobbikkal.

teljes szimmetrikus csoport

Lásd szimmetrikus csoport.

teljes valószínűség tétele

Legyenek $A_1, A_2, \ldots, A_n$ egymást páronként kizáró események, amelyek uniója valamely kísérlet teljes eseménytere. A tetszőleges *B* esemény valószínűsége ekkor

$$P(B) = P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) + \ldots + P(B|A_n)P(A_n)$$

alakban is felírható a feltételes valószínűségek segítségével.

t-eloszlás

Folytonos valószínűségi eloszlás. Egy valószínűségi változó eloszlása akkor *t*-eloszlású, ha felírható, mint egy standard normális eloszlású változó és egy, a szabadságfokával leosztott χ-négyzet eloszlású változó négyzetgyökének hányadosa. A *t*-eloszlás egy olyan *F*-eloszlású változó négyzetgyökéből is származtatható, ahol a számláló szabadsági foka 1. A *t*-eloszlás alakja a szabadságfoktól függ és hasonló a normális eloszlás alakjához, ám kevésbé csúcsos, és az eloszlásfüggvény a széle felé vastagabb. A *t*-eloszlással kimutatható a mintaátlag és a populáció várható értéke közötti szignifikáns különbség, vagy a két minta átlagának szignifikáns különbözősége. Az alábbi táblázatban különböző ν szabadságfokok és α értékek mellett feltüntettük az egyoldali vagy kétoldali *t*-próbához szükséges adatokat.

α	2α	$\nu = 1$	2	3	4	6	8	10	15	20	30	60	$+\infty$
0.05	0.10	6.34	2.92	2.35	2.13	1.94	1.86	1.81	1.75	1.72	1.70	1.67	1.64
0.025	0.05	12.71	4.30	3.18	2.78	2.45	2.31	2.23	2.13	2.09	2.04	2.00	1.96
0.01	0.02	31.82	6.96	4.54	3.75	3.14	2.90	2.76	2.60	2.53	2.46	2.39	2.33
0.005	0.01	63.66	9.92	5.84	4.60	3.71	3.36	3.17	2.95	2.84	2.75	2.66	2.58

Az első oszlopbeli α érték és ν szabadságfok esetén a táblázatból az az egyoldali $t_{\alpha,\nu}$ érték olvasható ki, amelyre a $P(t > t_{\alpha,\nu})$ valószínűség értéke éppen α. A táblázat a második oszlopban álló 2α érték esetén azt a kétoldali $t_{\alpha,\nu}$ értéket szolgáltatja, amelyre $P(|t| > t_{\alpha,\nu}) = 2\alpha$. A táblázatban nem szereplő értékek esetén alkalmazzunk interpolációt.

tengely

Lásd forgástengely, henger tengelye, koordinátatengely, kúp tengelye, parabola tengelye, szimmetriatengely.

tengelyesen szimmetrikus

Egy síkbeli alakzat **szimmetrikus az l egyenesre (tengelyre) nézve**, ha a *P* ponttal együtt P' is hozzá tartozik, valahányszor P' a *P* pont tükörképe. Az *l* egyenes a **szimmetriaegyenes**, és azt is mondjuk, hogy az alakzatnak az *l* egyenesre nézve **tükrös szimmetriája** van. Az A betű például szimmetrikus a középpontján átmenő függőleges egyenesre nézve.

tengelymetszet

Lásd egyenes.

tengeri mérföld

A tengeri hajózásban használt távolságegység. A ma már nemzetközileg szabványosított értéke 1852 méter, vagy a szárazföldi mérföld 1.15-szöröse . Eredetileg a földrajzi szélesség egy szögpercének átlagos hosszát tekintették egy **tengeri mérföldnek**.

tenzor

A tenzor az (index nélküli) skalár, az (egyindexű) vektor és a (kétindexű) mátrix fogalmának általánosítása. A tenzorok komponensei bizonyos transzformációs szabályoknak engedelmeskednek.

tényező

Lásd osztó.

tényezőkre bont

Valamely egész számot, mátrixot vagy polinomot szorzat alakban ad meg. Lásd még a számelmélet alaptétele.

tér

Ponthalmaz, amelynek viselkedését valamely struktúra és a pontok közötti viszony határozza meg. Lásd eukleidészi tér, mértéktér, vektortér.

tera-

SI mértékegységek előtagjaként a 10^{12}-nel való szorzást jelöli.

térbeli egyenes paraméteres egyenletei

Legyenek a háromdimenziós térben egy adott egyenes egy pontjának koordinátái (x_1, y_1, z_1), és legyen (l, m, n) az egyenes irányának irányvektora. Ekkor az egyenes azokból a *P* pontokból áll, amelyeknek (x, y, z) koordinátáit az

$$x = x_1 + tl, \quad y = y_1 + tm, \quad z = z_1 + tn,$$

egyenletek adják meg a *t* paraméter valamely értékére. Ezek az egyenes **paraméteres egyenletei**. A legkönnyebben az egyenes vektoregyenletéből írhatók fel, ha vesszük annak koordinátáit. Ha az *l*,*m*,*n* egyike sem nulla, az egyenletek úgy írhatók, hogy

$$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n} \quad (= t),$$

ami a paraméteres egyenletek egy másik alakjának tekinthető, vagy az egyenes egyenletei „szimmetrikus alakjának” nevezhető. Ha mondjuk $n = 0$, de *l* és *m* egyike sem nulla, az egyenletek

$$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m}, \quad z = z_1$$

lesznek. Ha mondjuk $m = n = 0$, akkor $y = y_1$, $z = z_1$.

térfogat

Egy test által kitöltött térrész mértéke.

téridő

Négydimenziós konstrukció, amelyben az idő összekapcsolódik a tér három dimenziójával. A relativitáselméletben a térrol és időről kialakított klasszikus mechanikai fogalmakat – amelyek szerint idő és tér független egymástól – a téridő fogalma váltja fel.

természetes alapú logaritmus

Lásd logaritmus.

természetes alapú logaritmus alapja

Lásd az logalap számnál.

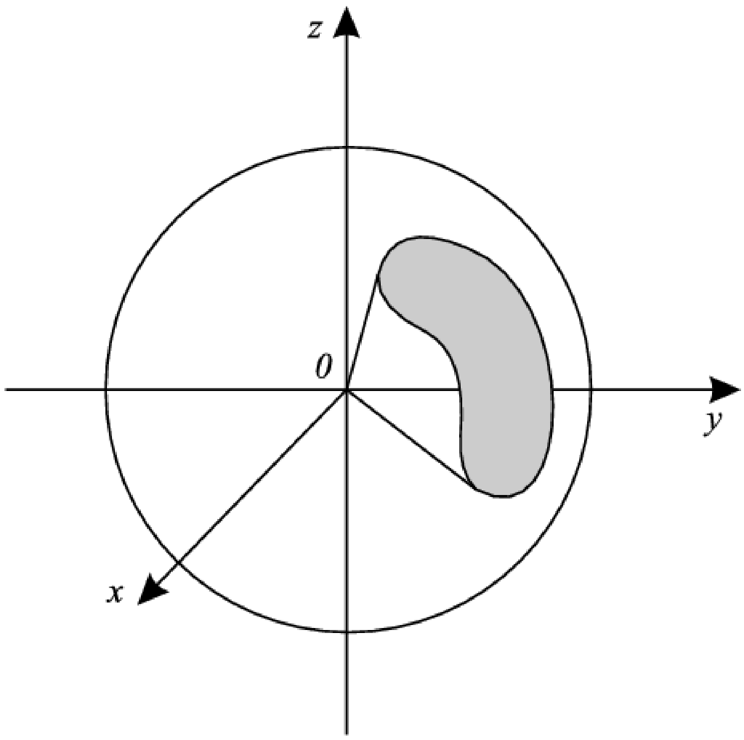
természetes szám

Az $1, 2, 3, \ldots$ szám valamelyike. Egyes szerzők a 0-t is természetes számnak tekintik. A természetes számok halmazát gyakran az $\mathbb{N}$ szimbólummal jelölik.

térszög

A szög kétdimenziós fogalmának háromdimenziós analógja. Amiként egy szöget két félegyenes határol, a térszöget egy kúp alkotói határolják.

SI mértékegysége a **szteradián**, jele: sr, ez a térszög és az egységgömb felszíne metszetének területe. így tehát a teljes térszög 4π szteradián (hasonlítsuk ezt össze azzal, hogy a teljes körbefordulás a síkon 2π radián).



terület

Az olyan egyszerű alakzatoknak, mint a téglalapok, háromszögek, hengerfelületek stb. a területe, a méreteik alapján egyszerű képlettel kiszámolható. Más, bonyolultabb síkbeli alakzatok területének kiszámításához integrálásra vagy numerikus közelítésre van szükség.

térvektor

Lásd n-dimenziós tér.

test

Háromdimenziós tömör térbeli alakzat, amilyen például a kocka vagy a henger.

test

A valóságos világban létező tárgy, melyet a matematikai modell idealizált formában – például részecskeként, merev testként vagy rugalmas testként – jelenít meg.

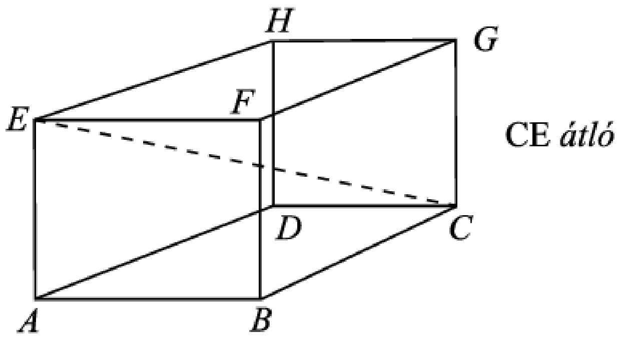
test

Kommutatív egységelemes gyűrű, amely a gyűrűnél megadottakon kívül még a következő tulajdonságokkal is rendelkezik.

10. Minden a $(\neq 0)$ elem esetén létezik olyan a^{-1}-gyel jelölt elem (az a elem multiplikatív inverze), amelyre $a^{-1}a = 1$. (Az axiómák számozása megegyezik a gyűrűnél és az integritási tartománynál használt számozással.) A testet definiáló 1–8. és 10. axiómák alapján meg lehet mutatni, hogy $ab = 0$ csak akkor teljesül, ha $a = 0$ vagy $b = 0$. így fennáll a 9. axióma is, tehát bármely test egyben integritási tartomány is. Példa testre (a szokásos összeadással és szorzással) a racionális, valós és komplex számok halmaza, melyeket rendre $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ és $\mathbb{C}$ jelöl. További példa a $\mathbb{Z}_p = \{0, 1, 2, \ldots, p-1\}$ halmaz, ahol az összeadás és a szorázs a p prím modulus szerint értendő.

testátló

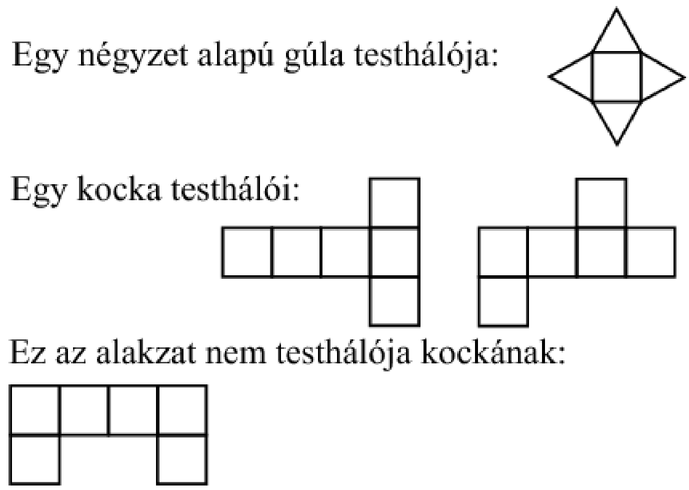
A poliéder két olyan csúcsát összekötő egyenesszakasz, amelyek nem közös lapon vannak.



Konvex poliéder minden átlója a poliéderen belül halad

testháló

Olyan síkbeli alakzat, amely bevágás nélkül poliéderré hajtogatható. Egy poliédernek általában több testhálója is lehet, és vannak olyan testhálónak tűnő síkbeli alakzatok, amelyekből bevágás nélkül nem lehet poliédert hajtogatni.



test karakteriszikája

A legkisebb olyan pozitív egész n, amelyre a multiplikatív egységelemet n-szer összegezve önmagával az eredmény egyenlő lesz az additív egységelemmel. Ha nem létezik ilyen n, akkor azt mondjuk, hogy a test karakterisztikája nulla.

tétel

Bizonyított matematikai állítás.

tetőpont

Lásd háromszög alapja és gúla.

tetraéder

Négy háromszöglap által határolt (nem feltétlenül szabályos) test. A tetraédernek négy csúcsa és hat éle van. A szabályos tetraéder minden oldallapja szabályos háromszög, s így minden éle egyforma hosszú.

tetszőleges állandó

Egy nem numerikus szimbólum, mely nem változója egy általánosított műveletnek. Például, $y = mx + b$ az egyenes általános egyenlete két dimenzióban, ahol *m* és *b* tetszőleges állandók, amelyek az egyenes meredekségét és a második (*y*-)tengelyen vett metszetét fejezik ki. Másik példa: $\int 2x \,\mathrm{d}x = \{x \to x^2 + c\}$, ahol *c* tetszőleges állandó, amely valamely kezdeti feltétel megadásával meghatározható.

tevékenységi hálózatok

Lásd tevékenységi hálózatok (tevékenységélekkel), tevékenységi hálózatok (tevékenységpontokkal).

tevékenységi hálózatok (tevékenységélekkel)

Azok a hálózatok, amelyeket a kritikusút-elemzésben akkor használnak, amikor az élek képviselik a végrehajtandó tevékenységeket. A hálózat útjai a tevékenységek közötti precedenciarelációkat képviselik; azokat az utakat, ahol megjelennek közös tevékenységek, de az utak legalább részben függetlenek, formális tevékenységek kötik össze. Ez ugyan bonyolításnak tűnik, de így minden tevékenység csak egy élen jelenik meg, és a szükséges tevékenységek sorozatát könnyebb követni, mint amikor a pontokat használjuk a tevékenységek megjelenítésére. Ha már létrehoztuk a tevékenységi hálózatot a precedenciatáblázatból, akkor alkalmazható a kritikusút-elemzés (tevékenységélekkel).

tevékenységi hálózatok (tevékenységpontokkal)

Azok a hálózatok, amelyeket a kritikusút-elemzésben akkor használnak, amikor a pontok képviselik a végrehajtandó tevékenységeket. A tetszőleges *X* pontból kiinduló élek az *X* pontot bármelyik olyan *Y* éllel összekötik, amelyiknek a tevékenysége nem indulhat el addig, amíg *X* be nem fejeződött, és az összekötő élre ráírjuk címkeként azt az időt, ami az *X* tevékenység elvégzéséhez szükséges. Vegyük észre, hogy gyakran egynél több ilyen tevékenység is lesz, amely esetben több élhez is ugyanaz az időtartam fog tartozni. Ahhoz, hogy megkonstruáljunk egy tevékenységi hálózatot, szükségünk van a tevékenységek listájára, az elvégzésükhöz szükséges időtartamra és a precedenciarelációkra, amelyek megmondják, hogy melyik tevékenység elvégzéséhez szükséges, hogy előzőleg valamely más tevékenységeket befejezzünk. Ebben a felépítésben formális tevékenységekre nincs szükség, de ugyanazt a tevékenységet egynél több él fogja képviselni, amikor egynél több másik tevékenység függ előzők befejezésétől, és a tevékenységek sorozatát kevésbé könnyű követni, mint ha olyan tevékenységi hálózatokat használunk alternatv leírásként, ahol az élek a tevékenységek.

tevékenység lebegése

(kritikusút-elemzésben) Az az időtartam, amennyivel egy tevékenység megkezdésének időpontja megváltoztatható anélkül, hogy a tervezet teljes befejezése késlekednék. Tehát: a befejezés legkorábbi időpontjából ki kell vonni a legkorábbi kezdési időpontot és a a tevékenység időtartamát.

téves következtetés

Hibás érvelés, vagy elfogadható érvelésből eredő bizonyíthatóan hibás következtetés, amely olyan paradoxonokra vezet, amilyen például az Akhillész-paradoxon.

th

Lásd hiperbolikus függvények.

Thálész

(i. e. 585 körül) Görög filozófus, talán az első olyan matematikus, akinek konkrét felfedezések tulajdoníthatók. Ezek közé számos geometriai állítás tartozik, melyek közül a leghíresebb tétele kimondja, hogy bármely olyan háromszög szükségképpen derékszögű, melynek alapja egy félkör átmérője és a harmadik csúcsa a félkör egy tetszőleges pontja. Módszereket adott arra, hogy hogyan lehet az árnyék hosszából meghatározni a magasságot, és kiszámolni a hajók távolságát.

THM

Lásd teljeshiteldíj-mutató.

Thom, René Frédéric

(1923–2002) Francia matematikus, aki topológiai munkásságáért Fields-érmet kapott 1958-ban. Thom nevéhez fűzik a katasztrófaelmélet matematikájának a kidolgozását is, amelyben az egyik mennyiség fokozatos, apró változása egy másik mennyiség ugrásszerű megváltozását vonhatja maga után.

Thomson, William

Lásd Kelvin.

típus

Ha az ***A*** mátrixnak *m* sora és *n* oszlopa van, akkor azt mondjuk, hogy $m \times n$ típusú.

tisztán képzetes

Egy komplex szám **tisztán képzetes**, ha valós része nulla.

tiszta stratégia

Ha egy mátrixjátékban az egyik játékos kiválaszt egy sort vagy oszlopot, akkor **tiszta stratégiát** játszik. Vesd össze ezt a kevert stratégiával.

tizedes jegy

Egy szám *n* **tizedes jegyre** való kerekítésekor vagy csonkításakor a számot olyan számmal helyettesítjük, melynek a tizedes pont után csak *n* számjegye van. Az $e = 2.71828\ldots$ szám három tizedes jegyre kerekített alakja 2.718; két tizedes jegyre kerekített alakja pedig 2.72. Mivel $\sqrt{86.56} = 9.30376\ldots$, ezért a gyök értéke két tizedes jegyre kerekítve 9.30. Az, hogy $a = 1.9$ egy tizedes jegyre pontos, azt jelenti, hogy *a* pontos értéke 1.9 egy tizedes jegyre való kerekítés után, így $1.85 \leq a \leq 1.95$.

Amikor a kerekítés vagy levágás a tizedes jegytől balra történik, akkor olyan kifejezéseket használunk, mint „a legközelebbi tízesre” vagy „a legközelebbi ezresre” kerekítünk, illetve csonkítunk.

Amikor sok mennyiséget mérünk, adunk össze, vonunk ki egymásból, akkor ugyanannyi tizedes jegyet használva elérjük, hogy az eredmények egyforma pontosak legyenek. Ha azonban mértékegységet váltunk, például centiméterről méterre, akkor a mérések pontossága különböző lesz, ha az egyes mérésekben ugyanannyi tizedes jegyet használunk.

tizedes pont

Egy decimális számábrázolásban kifejezett szám egész és tört része között lévő elválasztó jel. Az angolszász területeken pont, Európa nagy részén vessző használatos, de a számítástechnika hatására a tizedes pont terjedőben van.

tizedes tört

$a = d_1 \times 10^{-1} + d_2 \times 10^{-2} + d_3 \times 10^{-3} + \cdots$ en az közönséges tört alakkal. Például algebrai tört, 0.75 decimális tört.

tizenhatos számrendszer

Lásd hexadecimális számábrázolás.

tizenkétszög

Tizenkét oldalú sokszög.

tízlap

Tíz lappal határolt test. Szabályos tízlap nem szerkeszthető.

tízszög

Tíz oldalú sokszög.

tompaszög

A derékszögnél nagyobb és a kétszeresénél kisebb szög. Egy **tompaszögű háromszögben** az egyik szög tompaszög.

tonna

A tömeg egyik mértékegysége. Egy tonna egyenlő ezer kilogrammal.

topológia

A matematikának az az ága, amely a tér és az alakzatok olyan általános tulajdonságaival foglalkozik, amelyek nem változnak meg folytonos leképezések (mint például a nyújtások) hatására.

topologikus tér

Az *X* nemüres halmazt topologikus térnek mondjuk, ha meg van adva egy olyan *T* halmazrendszer, amely *X* részhalmazainak rendszeréből áll, tartalmazza az üres halmazt és az egész *X* alaphalmazt, valamint zárt az egyesítésre és a véges metszetképzésre. A *T* halmazrendszer neve ilyenkor az *X* tér nyílt halmazainak osztálya.

tórusz

Forgassunk körbe a térben egy *a* sugarú kört egy egyenes körül, amely a kör síkjában a kör középpontjától *b* távolságra fekszik, ahol $b > a > 0$. A kapott forgástestet **tórusznak** hívjuk, melynek felszíne $4ab\pi^2$, térfogata $2a^2b^2\pi^2$. A köznapi tárgyak közül az úszógumik és a szabályosabb fánkok megközelítőleg tórusz alakúak.

torzítás

Előítélet, objektivitás hiánya vagy véletlen okozta elfogultság, ami valószínűvé teszi, hogy valaminek a kimenetele torzul. Statisztikában akkor fordul elő, amikor egy folyamat szisztematikus kiegyensúlyozatlanságot tartalmaz, így átlagosan a folyamat eredménye nem egyezik meg az igazi értékkel. Randomizációs technikákat szoktak alkalmazni annak a torzításnak az eltávolítására, amely abból eredhet, hogy olyan becslést választunk, amelyik valamilyen kiválasztáson alapul. Lásd még mintavételi torzítás, torzítás válaszadás hiánya miatt, válaszolásból eredő torzítás, önmagukat kiválasztó alanyok miatti torzítás.

torzítás válaszadás hiánya miatt

Hacsak egy statisztikai felmérésben nincs valamilyen kényszer, még ha jól is van megszervezve, akkor is előfordul, hogy néhányan nem válaszolnak, vagy néhányan nem elérhetőek. Az önkéntes válaszadásnál a szélsőséges vélemények általában felül vannak reprezentálva, és nagyon fontos a válaszadási arány: minél alacsonyabb, annál kevészbé ésszerű a felmérés eredményeiből extrapolálva mondani valamit az egész populációról.

torzítatlan becslés

Lásd statbecs.

torzított becslés

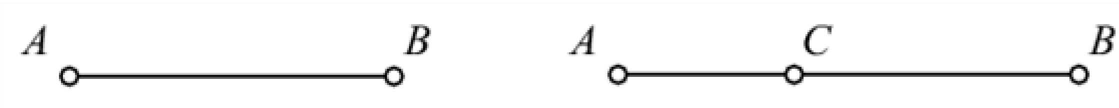
A becslés eloszlása torzított, ha várható értéke nem azonos a populáció átlagával. A becslés aktuális értéke általában nem azonos az igazi értékkel, és a torzítást a minta eloszlásából lehet meghatározni.

torzított minta

Olyan minta, amelyiknek az összetételét nemcsak az a populáció határozza meg, ahonnan vettük, hanem a mintavételi eljárás valamely olyan tulajdonsága is, amely miatt a populáció valamely része felül van reprezentálva a mintában: nagyobb valószínűséggel kerül bele a mintába. A torzítás inkább a mintavételi eljárás tulajdonsága, mint az egyes mintáké.

továbbosztás

A gráf valamely éle összeköti két pontját. Ha ezen az élen elhelyezünk egy további pontot, akkor az az ábrán látható módon két élre osztja a korábbi élt: a *C* pont közbeiktatása az *AB* élt az *AC* és *CB* élre osztotta. A beszúrt él fokszáma szükségszerűen 2. Egy gráf **továbbosztását** végezzük el, ha a fenti módon néhány meglévő élen további kettő fokszámú élet helyezünk el.



többértékű

Ha valamely halmaz egy eleméhez egy másik halmaznak egynél több elemét rendeljük hozzá, **többértékű** leképezést kapunk. Például egy *x* valós számhoz hozzárendelhetjük az összes olyan valós számot (szöget), amelyiknek a tangense *x*. Ezek közül pontosan egy szög (mondjuk α) esik -90^o és $+90^o$ közé; ezt az α-t a szóban forgó hozzárendelés **főértékének** szokás nevezni. A többi lehetséges szög $\alpha + 180^o n$, ahol *n* tetszőleges egész szám.

többszörös

Lásd oszt.

többszörös él

Lásd gráf.

többszörös gyök

Lásd gyök.

többszörös integrál

Két- vagy többváltozós integrál kiszámításának módja, ahol az integrálás lépéseit egymás után hajtjuk végre, mindig egy-egy változó szerint, miközben többi változót konstansnak tekintjük. A kétszeres integrál a kétváltozós speciális eset.

A töbszörös integrálok lehetnek határozottak vagy határozatlanok. Határoztlan integrál esetén az első integrálnál kapott konstanst a második változó szerinti integrálnál már a második változó függvényének tekintjük. Ha egy felületet a kétváltozós *f* függvény ír le, akkor a felület alatti térfogat éppen $\int\int f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$. Például a $z = x + 3y + 5$ sík alatti térfogatot az $0 \le x \le 2, 0 \le y \le 3$ tartományon a következőképpen számolhatjuk ki: $\int_0^3 \int_0^2 (x+3y+5)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = \int_0^3 \left[\frac{x^2}{2} + 3xy + 5x\right]_0^2 \mathrm{d}y = \int_0^3 (6y+12)\,\mathrm{d}y = [3y^2+12y]_0^3 = 63$.

többszörös pontosság

Lásd numprec.

többváltozós

Két vagy több valószínűségi változóval kapcsolatos. Lásd együttes eloszlásfüggvény, együttes eloszlás és együttes sűrűségfüggvény.

többváltozós polinom

Ha egy vektorváltozós vektorértékű függvény minden koordinátafüggvénye minden változójában polinom, akkor **többváltozós polinomnak** hívjuk.

többváltozós regresszió

Lásd regresszió.

tökéletes szám

Olyan egész szám, amely egyenlő pozitív osztóinak összegével (önmagát nem számítva). így 6 tökéletes szám, hiszen a pozitív osztói (önmagán kívül) $1, 2$ és 3, és $1+2+3=6$; ilyenek például még 28 és 496. Jelenleg több mint harminc tökéletes számot ismerünk, mindegyik páros. Ha *p* és 2^p-1 prím (tehát az utóbbi Mersenne-féle prím), akkor $2^{p-1}(2^p-2)$ tökéletes; ráadásul csak ezek a páros tökéletes számok. Nem tudjuk, hogy vannak-e páratlan tökéletes számok; egyet sem találtak még eddig, de nincs bizonyítva, hogy nem is létezik ilyen.

tömb

Elemek, általában számok rendezett gyűjteménye. A vektor például egydimenziós tömb, a mátrix kétdimenziós tömb. Használnak három és magasabb dimenziós tömböket is, de ezeket papíron megjeleníteni nehezebb, habár egy mátrix *i*-edik sorában és *j*-edik oszlopában lévő a_{ij} elemének indexes jelölése könnyen kiterjeszthető magasabb dimenziókra. Ahhoz, hogy két tömb egyenlő legyen, a megfelelő elemeiknek egyenlőknek kell lenniük, tehát mindenekelőtt a tömbök ugyanolyan méretűek kell, hogy legyenek.

tömeg

Minden testhez hozzárendelnek két paramétert: a súlyos tömeget, mely a Newton-féle gravitációs törvényben szerepel, és a tehetetlen tömeget, mely a második newtoni mozgástörvényben szerepel. A skálák megfelelő megválasztásával elérhető, hogy a két mennyiség értéke megegyezzen – ezt a közös értéket nevezik a test **tömegének**.

A tömeg SI mértékegysége a kilogramm.

tömegközéppont

Tegyük fel, hogy adott az $m_1, \ldots, m_n$ tömegű $P_1, \ldots, P_n$ részecske, amelyeknek helyvektora $\mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_n$. A részecskék alkotta rendszer **tömegközéppontja** az a pont, melynek ***R*** helyvektorára a következő teljesül:

$$m\mathbf{R} = \sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{r}_i,$$

ahol

$$m := \sum_{i=1}^{n} m_i$$

(*m* tehát a részecskék együttes tömege).

Most képzeljünk el egy *l* hosszúságú rudat, melynek vonalmenti sűrűsége a rúd egyik végétől *x* távolságban $\varrho(x)$. Ekkor a tömegközéppontnak a rúd kiválasztott végétől mért *X* távolságára fennáll, hogy

$$mX = \int_0^l \varrho(x)x\,\mathrm{d}x,$$

ahol

$$m := \int_0^l \varrho(x)\,\mathrm{d}x$$

(*m* tehát a rúd tömege).

Lemez esetén esetén a tömegközéppont definíciója kettős integrált tartalmaz. Jelölje $\varrho(\mathbf{r})$ a felületi sűrűséget a lemez ***r*** helyvektorú pontjában, *A* pedig azt a felületet, amelynek mentén a lemez található! A tömegközéppont ***R*** helyvektorára fennáll, hogy

$$m\mathbf{R} = \int_A \varrho(\mathbf{r})\mathbf{r}\mathrm{d}^2\mathbf{r},$$

ahol

$$m := \int_A \varrho(\mathbf{r})\mathrm{d}^2\mathbf{r}$$

(*m* tehát a lemez tömege).

Háromdimenziós test esetén a tömegközéppont definíciója hármas integrált tartalmaz. Jelölje $\varrho(\mathbf{r})$ a sűrűséget a test ***r*** helyvektorú pontjában, *V* pedig azt a térbeli tartományt, amelyben a test található! A tömegközéppont ***R*** helyvektorára fennáll, hogy

$$m\mathbf{R} = \int_V \varrho(\mathbf{r})\mathbf{r}\mathrm{d}^3\mathbf{r},$$

ahol

$$m := \int_A \varrho(\mathbf{r})\mathrm{d}^3\mathbf{r}$$

(*m* tehát a test tömege).

tömegpont

Lásd részecske.

tömegpont

Annak az egyszerűsítő feltevésnek az eredménye, amely szerint egy test teljes tömege egyetlen pontban egyesíthető, s így például olyan bonyodalmaktól, mint a forgás el lehet tekinteni.

tömeg–energia-egyenlet

$E = mc^2$, ahol *E* jelöli az energiát, *m* a tömeget, *c* pedig a vákuumbeli fénysebességet. Ezt az egyenletet a speciális relativitáselmélet részeként Albert Einstein állította fel, megmutatva a tömeg és az energia kapcsolatát. Az egyenlet magába foglalja azt a tényt, hogy a tömeg a potenciális energia egyik formájának tekinthető, bár az átalakítást – a tárolt energia felszabadítását – rendkívül nehéz végrehajtani. Ennek az átalakításnak két módja – amelyek alapján a nukleáris erőművek és a nukleáris fegyverek működnek – a magfúzió és a maghasadás, amelyeknek során a kezdetben meglévő atommagok más atommagokká alakulnak át. A keletkezett atommagok együttes tömege kisebb a kezdetben meglévő atommagok együttes tömegénél, és folyamat során a tömegkülönbségnek megfelelő energiamennyiség szabadul fel.

tört

Történetileg az a/b **törtet**, ahol *a* és *b* pozitív egészek, úgy kapták, hogy egy egységnyi hosszúságú szakaszt *b* részre osztottak, és ebből *a* darabot vettek. Az *a* szám a **számláló**, *b* a **nevező**. a/b **valódi tört**, ha $a < b$, és **nem valódi tört**, ha $a > b$. Bármely tört felírható $c + d/e$ alakban, ahol *c* egész és d/e valódi tört. Ezt az alakot **vegyes törtnek** hívjuk, ilyen vegyes tört például $3\frac{1}{2}$ (ami $7/2$-del egyenlő).

törtek szorzása

Törtek szorzásánál a számlálót a számlálóval, a nevezőt a nevezővel szorozzuk, azaz $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$. Vegyes törtek szorzásánál a szorzás elvégzése előtt a törtek átalakítandók áltörtekké.

törtrész

Az *x* valós szám $\{x\}$**törtrésze** $\{x\} := x - [x]$, ahol $[x]$ az *x* szám egészrésze. Bármely valós szám *r* törtrészére teljesül, hogy $0 \leq r < 1$.

törvény

Általánosnak tekintett tétel vagy elv, amilyenek például Newton mozgástörvényei.

törzstört

Lásd arány.

t-próba

Olyan statisztikai próba, mellyel eldönthető, hogy egy *n* elemű és $\bar{x}$ átlagú minta μ várható értékű normális eloszlásból származik-e. Amikor igen, akkor a

$$t := \frac{\sqrt{n}(\bar{x} - \mu)}{s}$$

képlettel meghatározott statisztika eloszlása $n - 1$ szabadságfokú *t*-eloszlás, ahol s^2 a minta szórásnégyzetének torzítatlan becslése. A *t*-próbával az is eldönthető, hogy a mintaátlag szignifikánsan különbözik-e a sokaság átlagától, illetve, hogy két minta ugyanabból a sokaságból származik-e. A *t*-próbához szükséges táblázatot lásd a *t*-eloszlás címszónál.

transzcendens szám

Olyan valós szám, amely nem gyöke egyetlen egész együtthatós egyváltozós polinomnak sem. Egy valós szám pontosan akkor transzcendens, ha nem algebrai. Hermite 1873-ban megmutatta, hogy az logalap szám transzcendens, Lindemann pedig ugyanezt a π számról 1882-ben igazolta.

transzfinit szám

Végtelen halmaz számossága, amilyen például $\aleph_0$, vagy amilyen a kontinuum számossága.

transzformáció

Egy lineáris transzformáció reprezentálható egy mátrixszal. Például az $x' = a_{11}x + a_{12}y, \quad y' = a_{21}x + a_{22}y$ síkbeli transzformáció így is írható:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

ahol

$$\mathbf{T} := \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

transzformációcsoport

Olyan csoport, amelynek elemei transzformációk, és a csoportművelet a kompozíció. Beszélhetünk például a síkban az origó körüli forgatások transzformációcsoportjáról. Az origón átmenő egyenesekre való tengelyes tükrözések azonban már nem alkotnak csoportot, mivel ez a függvényhalmaz nem zárt a kompozícióra. (Tekintsünk például két olyan tengelyt, amely az origón halad át és merőlegesek egymásra. Az ezekre való tükrözések eredménye az origó középpontú 180 fokos forgatás, amely nyilván nem fogható fel tükrözésként, hiszen a tükrözés megváltoztatja a körüljárási irányt, míg a forgatás nem.)

transzponált

Egy $m \times n$ típusú mátrix transzponáltja az az $n \times m$ típusú mátrix, amelyben a sorokat felcseréljük az oszlopokkal, más szóval a mátrixot a főátlójára tükrözzük. Az *A* mátrix transzponáltját leggyakrabban $A^\top$, A^t vagy A' jelöli. Ha tehát $A = [a_{ij}]$, akkor $A^\top = [a_{ji}]$, vagyis

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad A^\top = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

A transzponálásra fennállnak az alábbi azonosságok:

1. $(A^\top)^\top = A$,
2. $(A+B)^\top = A^\top + B^\top$,
3. $(kA)^\top = kA^\top$,
4. $(AB)^\top = B^\top A^\top$,

ahol *k* tetszőleges szám, és a szereplő mátrixokról feltesszük, hogy megfelelő méretűek, azért, hogy az összeadást és a mátrixszorzást el lehessen végezni.

transzverzális

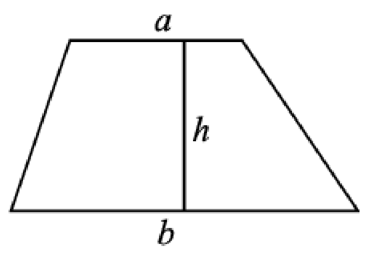
Két sima síkgörbe transzverzálisan metszi egymást, ha a metszéspontban húzott érintőegyenesek nem esnek egybe. Például a tangens függvény grafikonja transzverzálisan metszi az első (*x*-)tengelyt az origóban, az $x \longrightarrow x^3$ függvény azonban az első (*x*-)tengelyt az origóban nem transzverzálisan metszi át.

tranzitív reláció

Az *S* halmazon értelmezett $\sim$kétváltozós reláció **tranzitív**, ha bármely $a, b, c \in S$ esetén $a \sim b$ és $b \sim c$ maga után vonja, hogy $a \sim c$. Például a valós számokon értelmezett $<$ (kisebb) reláció tranzitív. Nem minden reláció tranzitív azonban: ha a kisbetűkkel embereket jelölünk, és $a \sim b$ azt jelenti, hogy *b* gyereke *a*-nak, akkor a $\sim$ reláció nyilván nem tranzitív.

trapéz

Olyan síkbeli négyszög, amelynek van legalább két párhuzamos oldala. Ha a párhuzamos oldalak hossza *a* és *b*, és ezek egymástól *h* távolságra vannak, akkor a trapéz területe $\frac{1}{2}(a+b)m$.

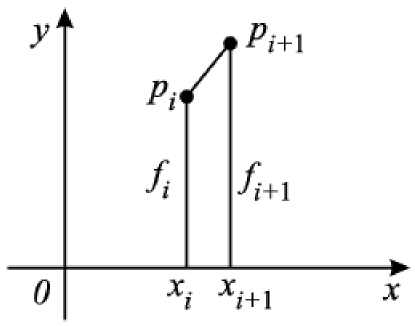


trapézszabály

A trapézszabállyal az $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ alakú határozott integrálok értékére kaphatunk közelítő értékeket. Osszuk fel az $[a,b]$ intervallumot *n* egyenlő részre, $a = x_0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_{n-1} < x_n = b$, és jelölje $h := x_{i+1} - x_i = (b-a)/n$ az egyes részek hosszát. Legyen $f_i := f(x_i)$ és jelölje P_i az (x_i, f_i) pontot. A **trapézszabály** az *f* függvény x_i és x_{i+1} közé eső görbe alatti területét az $(x_i, 0)$, $(x_{i+1}, 0)$, P_i és P_{i+1} pontok által meghatározott trapéz területével közelíti, ami nem más, mint $\frac{1}{2}h(f_i + f_{i+1})$. Ha ezeket a területeket az *i* index lehetséges értékeire összegezzük, azt kapjuk, hogy

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \approx \frac{1}{2}h(f_0 + 2f_1 + 2f_2 + \ldots + 2f_{n-1} + f_n).$$

A közelítés hibája $1/n^2$-tel arányos, vagyis ha kétszer annyi részre osztjuk az $[a,b]$ intervallumot, a hiba nagyjából negyedére csökken. A trapézszabálynál a Simpson-képlet jóval pontosabb közelítést ad.



trend

Lásd idősor.

tri-

Előtag, jelentése: három.

trichotóm

Egy kétváltozós reláció **trichotóm**, ha tetszőleges $x, y; x \neq y$ elempárra vagy $x \sim y$, vagy $y \sim x$. Tehát például a valós számok halmazán értelmezett „nagyobb, mint” reláció trichotóm.

tridiagonális mátrix

Olyan négyzetes mátrix, amelyben nullától különböző elemek csak a főátlóban, valamint a főátló alatti és feletti átlóban helyezkednek el.

trigonometria

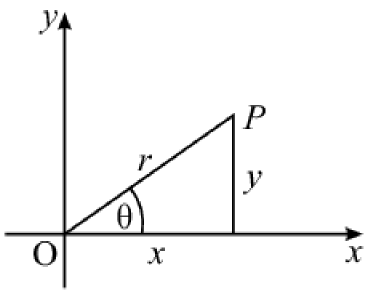
A matematikának az az ága, amely a trigonometrikus függvények vizsgálatával foglalkozik. E függvények a különféle háromszögekkel kapcsolatos mérési feladatokban és a fizikában a hullámjelenségekkel összefüggésben merülnek fel tipikusan.

trigonometrikus függvények

Az alapvető trigonometrikus függvényeknek szokás szerint a **szinusz** ($\sin$), a **koszinusz** ($\cos$), a **tangens** (tg) és a **kotangens** (ctg) függvényeket tekintjük, bár például csupán a szinusz segítségével a maradék három szögfüggvény könnyen kifejezhető. Másrészt bizonyos országokban használatosak még ezeken kívül a **szekáns** ($\sec(x) := \frac{1}{\cos(x)}$) és a **koszekáns** ($\mathrm{cosec}(x) := \frac{1}{\sin(x)}$) függvények, valamint külön neve van néhány egyéb egyszerű transzformált alaknak is.

A trigonometrikus függvényeket először általában derékszögű háromszögek segítségével vezetik be, és ilyenkor e függvények argumentuma 0 és 90 közötti fok lehet. Később az értelmezési tartományt kiterjesztik negatív, illetve 90-nél nagyobb fokokra is. Megjegyezzük, hogy a felsőbb matematikában fokokat ritkán használnak, ehelyett a trigonometrikus függvények argumentumait csaknem mindig radiánban adjuk meg. A radián definíciója szerint a derékszög $\pi/2$ radiánnak felel meg. (A nevezetes szögek közül tehát $\pi/4$ radián a $45°$, $\pi/3$ radián a $60°$, és π radián a $180°$ megfelelője.) A szögek mérésére továbbiakban mi is mindig radiánt használunk (és a radián szót nem írjuk ki).

A trigonometrikus függvények definíciójához használjuk az ábra jelöléseit.



Tetszőleges valós *x* esetén $\sin(x)$ jelentse az egységnyi hosszú és *x* forgásszögű vektor második koordinátájának nagyságát, míg $\cos(x)$ legyen az első koordináta értéke. Amennyiben a nevezők nem nullák, $\mathrm{tg}(x) := \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ és $\mathrm{ctg}(x) := \frac{1}{\mathrm{tg}(x)}$. A definícióból rögtön következik a Püthagorász-tétel trigonometrikus alakja, mely szerint tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ esetén $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.

Az alábbi táblázatban néhány nevezetes szöget és hozzátartozó függvényértéket tüntettünk fel. (A vízszintes vonal azt jelenti, hogy azon a helyen az illető szögfüggvény nincs értelmezve.)

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\sin(x)$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos(x)$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
$\mathrm{tg}(x)$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$-$
$\mathrm{ctg}(x)$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	0

Az értelmezésben szereplő *P* pont bármelyik negyedbe eshet. Tekintetbe véve *x* és *y* előjelét, megadható, hogy melyik szögfüggvény hol pozitív.

2 sin pozitív	1 mindegyik pozitív
3 tg pozitív	4 cos pozitív

Hasznosak az alábbi transzformációs képletek:

$\sin(\pi - x) = \sin(x)$,

$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$,

$\sin(-x) = -\sin(x)$,

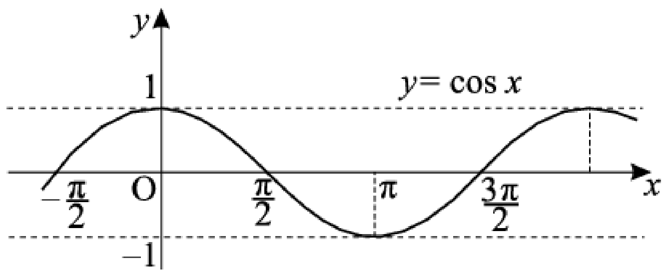
$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$,

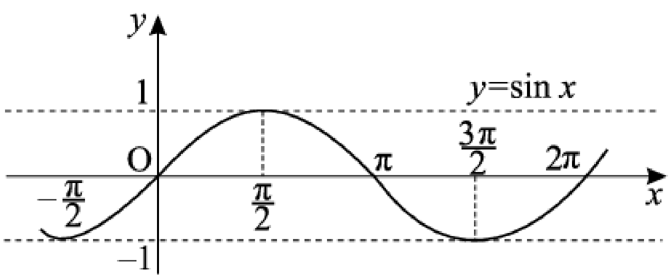
$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$,

$\cos(-x) = \cos(x)$.

A szinusz és a koszinusz függvény periodikus, periódusa 2π, míg a tangens és kotangens függvények periódusa π, tehát például $x \in \mathbb{R}$ esetén $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$, valamint, ha x nem $(2k + 1)\pi/2$ alakú ($k \in \mathbb{Z}$) valós szám, akkor $\operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg}(x)$.

A trigonometrikus függvények grafikonjai az alábbi ábrákon szerepelnek.



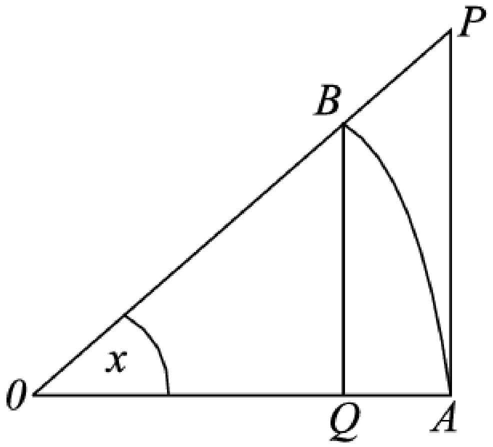


A trigonometrikus függvények és különféle transzformáltjaik között sok (pontosabban, több ezer) képlet teremt kapcsolatot. Ezek közül tüntettünk fel az 5. Függelékben néhányat.

A trigonometrikus függvények deriváltjának kiszámításához szükség van a

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

nevezetes határérték ismeretére. Ennek egy geometriai bizonyítását mutatja az alábbi ábra.



Az *OBQ*, *OAP* háromszögterületek és az *OAB* körcikkterület összevetéséből adódik, hogy $0 < x < \pi/2$ esetén

$$\cos(x) < \frac{\sin(x)}{x} < \frac{1}{\cos(x)}.$$

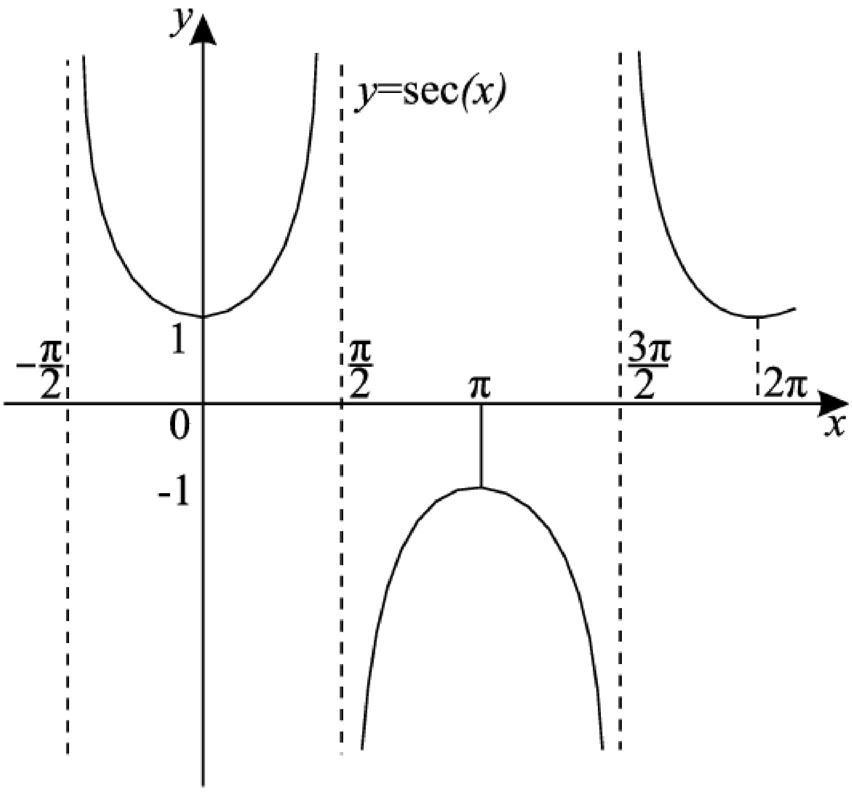
(Negatív szögekre analóg képlet fogalmazható meg.) Az egyenlőtlenségláncban elvégezve az $x \to 0$ határátmenetet, a $\lim_{x\to 0}\cos(x) = 1$ határérték és a közrefogási elv felhasználásával nyerjük $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x)}{x}$ értékét. Mindezekből a megfontolásokból a derivált definíciója és $\sin(0) = 0$ miatt azt kapjuk, hogy

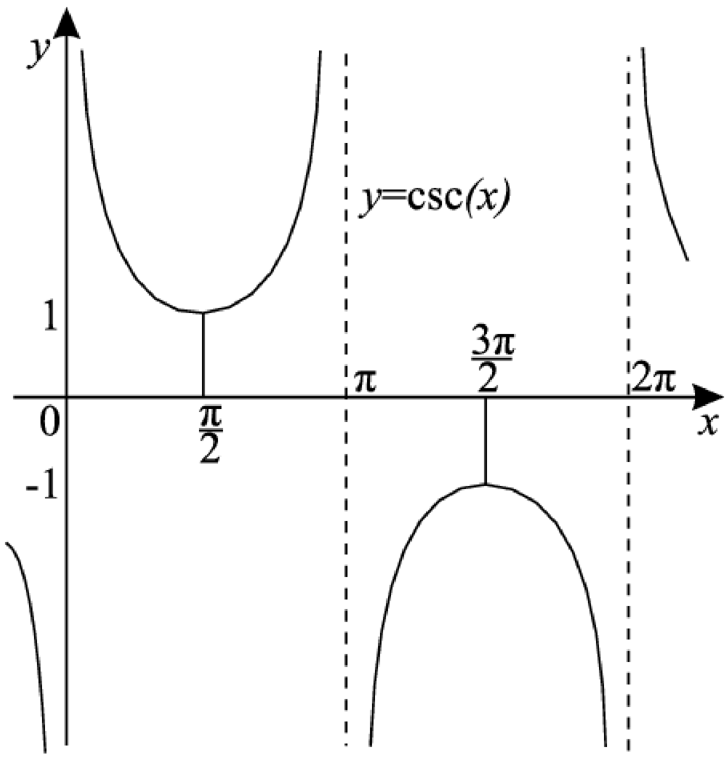
$$\sin'(x) = \cos(x)$$

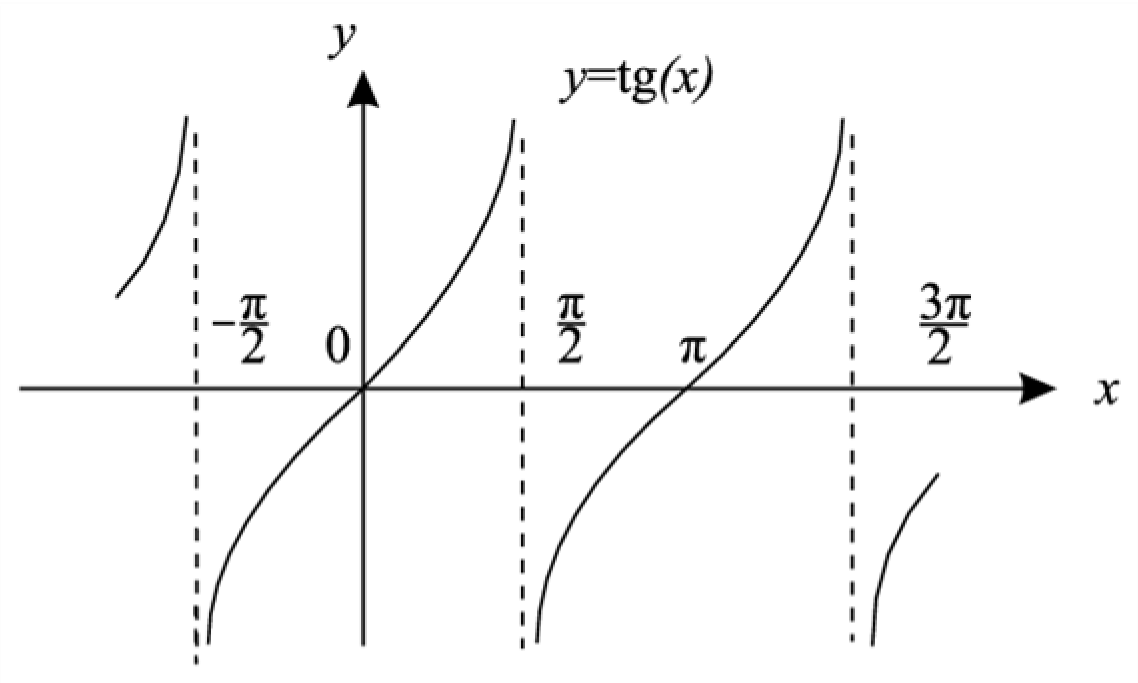
és

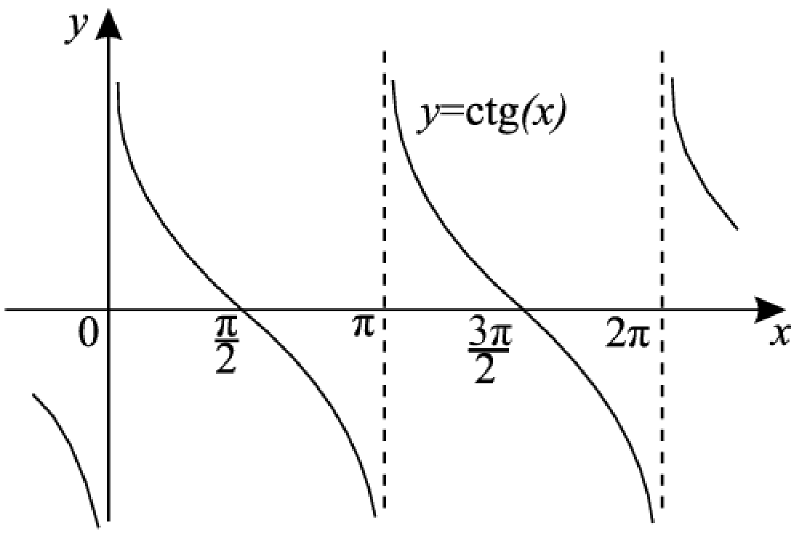
$$\cos'(x) = -\sin(x).$$

A többi trigonometrikus függvény deriváltja a fenti képletekből és az általános deriválási szabályokból származtatható (lásd a 2. Függelékben).


y
y=sec(x)
1
−π/2
π/2
π
3π/2
2π
x
0
-1


y
y=csc(x)
1
3π/2
π
2π
0
π/2
x
-1



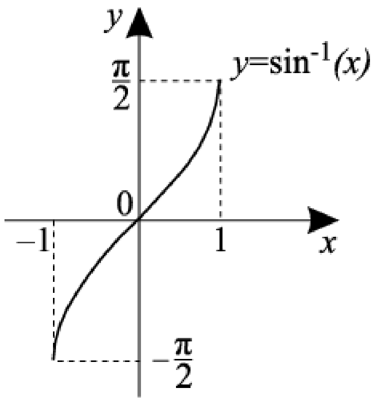


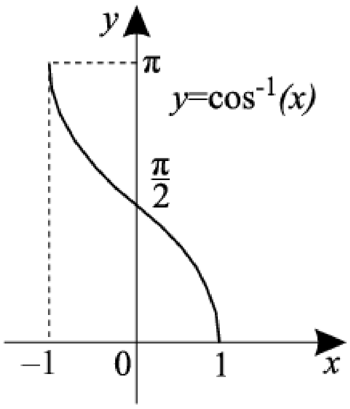
trigonometrikus függvények inverze

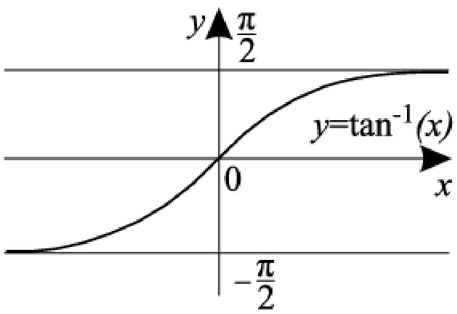
A szinuszfüggvény inverze kevésbé szabatosan az a $\sin^{-1}$ függvény, melyre $y = \sin^{-1}(x)$, ha $x = \sin(y)$. így például $\sin^{-1}(\frac{1}{2}) = \pi/6$, mert $\sin(\pi/6) = \frac{1}{2}$. Mivel azonban $\sin(5\pi/6) = \frac{1}{2}$ is teljesül, nem egyértelmű, hogy $\sin^{-1}(\frac{1}{2}) = \pi/6$ vagy $5\pi/6$. A félreértések elkerülése végett ezért megállapodunk abban, hogy az inverz függvény értéke a $[-\pi/2, \pi/2]$ intervallumba esik. Hasonló megállapodásra van szükség a többi trigonometrikus függvénynél is.

A pontos definíció megfogalmazása előtt vegyük észre, hogy egy trigonometrikus függvénynek csak akkor létezik inverze, ha az eredeti függvényt egy megfelelő értelmezési tartományra leszűkítjük. Ez lehet egy olyan intervallum, ahol a függvény szigorúan monoton növő vagy szigorúan monoton fogyó (lásd inverz függvény). Például a szinuszfüggvény esetében ez az intervallum $[-\pi/2, \pi/2]$. Az inverz függvény értelmezési tartománya minden esetben a leszűkített függvény értékkészlete lesz. A trigonometrikus függvények inverzei tehát, melyeket **arkuszfüggvényeknek** is nevezünk, a következők: $\arcsin := \sin^{-1} : [-1, 1] \to [-\pi/2, \pi/2]$; $\arccos := \cos^{-1} : [-1, 1] \to [0, \pi]$;

$\operatorname{arctg} := \operatorname{tg}^{-1} : \mathbb{R} \to (-\pi/2, \pi/2)$; $\operatorname{arcctg} := \operatorname{ctg}^{-1} : \mathbb{R} \to (0, \pi)$; grafikonjuk az alábbi ábrán látható:







A trigonometrikus függvények inverzének deriváltjai:

$$\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (x \neq \pm 1),$$

$$\arccos'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (x \neq \pm 1),$$

$$\operatorname{arctg}'(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad \operatorname{arcctg}'(x) = -\frac{1}{1+x^2}.$$

trigonometrikus függvények sorfejtése

A trigonometrikus függvények értelmezhetők geometriai eszközök nélkül is, pusztán az analízis fogalmainak felhasználásával. (Természetesen a szokásos geometriai és az alábbi analitikus értelmezés ugyanarra az eredményre vezet.) Eszerint tetszőleges valós (sőt, komplex) *x* esetén fennállnak az alábbi Taylor-sorfejtések:

$$\sin(x) = \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!},$$

$$\cos(x) = \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}.$$

Érdekes, hogy a tangens függvényre nem adható a fentiekhez hasonló, egyszerű szerkezetű sorfejtés. Ennek tükrében meglepő, hogy a tangens függvény (alkalmas leszűkítésének) inverzfüggvénye, az arkusz tangens függvény a $[-1, 1]$ intervallumon mégis felírható egyszerű sor alakjában. Ha tehát $x \in [-1, 1]$, akkor

$$\operatorname{arctg}(x) = \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1}.$$

trigonometrikus helyettesítés

Speciális alakú határozatlan integrálok kiszámítására szolgáló helyettesítés. Trigonometrikus függvényeket tartalmazó kifejezések integrálásakor gyakori fogás a $t = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$ helyettesítés alkalmazása, ugyanis ekkor $\sin(x) = \frac{2t}{1+t^2}$ és $\cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ alakban írható fel.

trigonometrikus táblázatok

Olyan táblázatok, amelyekben a trigonometrikus függvények értékei vannak (valahány tizedes jegy pontossággal) feltüntetve. E táblázatokat a zsebszámológépek manapság már teljesen kiváltották. Fontos azonban, hogy akár trigonometrikus táblázatot, akár számológépet használunk, mindig figyeljünk oda, hogy az argumentum fokban vagy radiánban van-e megadva.

trillió

A $10^{18} = 10^{\mathbf{3} \times 6}$ szám másik neve. Sajnálatos módon az angol „trillion” szó bizonyos országokban $10^{12} = 10^{6+\mathbf{3}-\mathbf{1} \times 3}$-t, máshol viszont 10^{18}-t jelent. (Hasonló kétértelműség áll fenn a billió szó esetén is; járjunk el tehát nagyon körültekintően e szavakkal kapcsolatban.)

triviális megoldás

Egy probléma valamilyen értelemben legegyszerűbb, legnyilvánvalóbb megoldása. Egy homogén lineáris egyenletrendszer esetén a triviális megoldás az a megoldás, melyben minden ismeretlen értéke nulla.

triviális részcsoport

Egy csoport azon részcsoportja, amely csak az egységelemből áll.

tudományos alak

A szám **tudományos alakja** azt jelenti, hogy egy 1 és 10 közötti szám és 10 valamely hatványának szorzataként írjuk fel: azaz $a \times 10^n$ alakban, ahol $1 \leq a \leq 10$ és *n* egész szám. így 634.8 és 0.00234 tudományos jelöléssel 6.348×10^2 és 2.34×10^{-3}. A jelölés különösen nagyon nagy vagy nagyon kis számok esetén hasznos.

Tukey, John Wilder

(1915–2000) Amerikai matematikus és statisztikus, kezdetben topológiával foglalkozott. Tőle származik a gyors Fourier-transzformáció (és mellesleg a bit elnevezés is). Továbbfejlesztette az idősorok és a varianciaanalízis elméletét, vizsgálta annak a kérdését, hogy egyetlen mintából hogyan lehet egy paraméterhalmaz értékeire következtetni. *Exploratory data analysis* (*Adatfeltárás*) című 1977-es könyve talán a legismertebb, amely az egész adatelemzést alapjaiban változtatta meg (megteremtve annak alapjait, amit ma **adabányászatnak** neveznek), és amely elősegítette a tisztán paraméteres statisztikáktól való továbblépést.

Turán Pál

(1910–1976) Magyar matematikus, a számelmélet és a klasszikus analízissel területén ért el jelentős eredményeket.

Turing, Alan Mathison

(1912–1954) Angol matematikus és logikus, a Turing-gép fogalmának megalkotója. A II. világháború alatt kódfejtéssel foglalkozott, utána pedig a korai digitális számítógépek kifejlesztésében és programozásuk megalkotásában vett részt. A mintázatok kialakulásáról szóló dolgozata a biomatematika alapvető írása.

Turing-gép

Olyan elméleti (számító)gép, amely a Turing által megalkotott nagyon egyszerű szabályok alapján dolgozik. A Turing-gép megalkotásának célja az volt, hogy matematikailag pontosan megfogalmazható legyen a „számítás" és a „kiszámíthatóság" fogalma. Általános vélekedés, hogy egy Turing-gép mindent ki tud számolni vagy számítani, amire „tényleges" algoritmus adható. A kiszámíthatóság fogalmát később a Turing-géptől függetlenül más, egyenértékű módokon is definiálták.

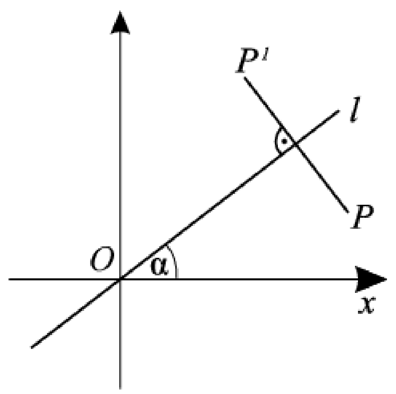
tükörkép

Lásd tükrözés.

tükrözés

(a síkban) Legyen *l* egy egyenes a síkban. Ekkor a *P* pont tükörképe P', ha PP' merőleges *l*-re, és *l* felezi a PP' szakaszt. A sík **tükrözése** az *l* egyenesre a sík olyan transzformációja, amely minden *P* pontot a fenti módon értelmezett P' tükörképére képez. Tegyük fel, hogy az *l* egyenes keresztülhalad az *O* origón, és α szöget zár be az első (*x*-)tengellyel. Ha *P* polárkoordinátái (r, ϑ), akkor a tükörképének, P'-nek a polárkoordinátái $(r, 2\alpha - \vartheta)$ lesznek. Descartes-féle koordinátákban kifejezve az *l* egyenesre vett tükrözés az (x, y) koordinátájú *P* pontot abba az (x', y') koordinátájú P' pontra képezi, amelyre

$$x' = x\cos(2\alpha) + y\sin(2\alpha), y' = x\sin(2\alpha) - y\cos(2\alpha).$$



tűprobléma

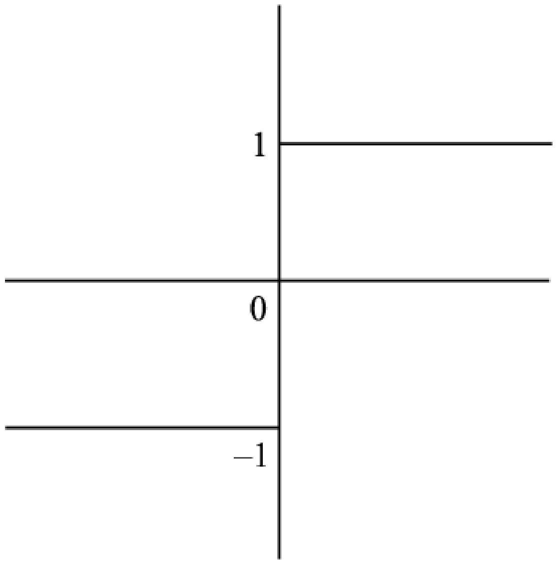
Lásd Buffon-féle tűprobléma.

26. U, Ú

ugrás

Az *f* függvénynek ugrása van az értelmezési tartománya *x* torlódási pontjában, ha ott bal oldali és jobb oldali határérték egyaránt létezik és véges, de ezek nem egyenlők. Az ábrán látható előjelfüggvénynek a 0 pontban ugrása van.

Ugrásnak nevezzük magát az $|f(x_+) - f(x_-)|$ különbséget is.



újfok

Mértékegység, a derékszög századrésze. Jele a számológépeken grad.

univerzális kvantor

Lásd kvantor.

út

(gráfban) Legyen *u* és *v* egy gráf két pontja. Az *u*-ból *v*-be vezető út a két pontot összekötő élek olyan halmaza, amely minden élet és minden pontot csak egyszer érint. (Amikor egy él többször is előfordulhat, sétáról beszélünk.) Ezért egy **utat** pontok és élek váltakozó $[a, d, c, b]$ sorozatával definiálhatunk (ahol e_i a v_{i-1} pontot a v_i ponttal összekötő él), amelyben miden él és minden pont különböző; a fenti egy v_0-ból v_k-ba vezető út.

útbejárási probléma

Útbejárási problémának vagy a kínai postás problémájának nevezik a következő feladatot. Egy postásnak végig kell mennie minden úton vagyis egy gráf minden élén úgy, hogy a legrövidebb lehetséges útvonalat járja végig. Ha találhatunk egy zárt Euler-sétát, annak minimálisnak kell lennie, hiszen abban minden élen pontosan egyszer mehetünk át, azonban a legtöbb gráfban nincs ilyen út. A probléma legjobb megközelítése a következő. Ha minden pont foka páros, akkor van Euler-séta a gráfban. Ha pontosan két páratlan fokú pont van, akkor Dijkstra módszerével (és lásd még a legrövidebb útvonal módszere) meghatározható a legrövidebb út a két páratlan fokú pont között, és a postásnak ezen legrövidebb út minden élén kétszer kell végigmennie, a többi élen pedig egyszer. Azonban ha kettőnél több páratlan fokú pont van, akkor különböző módokon lehet őket párosítani, és amire szükség van, az a párok közötti legrövidebb utak legkisebb összege, ugyanis minden ilyen legrövidebb út élein kétszer kell végighaladni. Vesd össze az utazó ügynök problémája.

27. Ü, Ű

üres halmaz

Az a halmaz, amelynek nincs egyetlen eleme sem. Jelölése $\emptyset$. Következésképpen számossága, $n(\emptyset)$, nulla.

ütemezés

(kritikusút-analízis esetén) Legegyszerűbb alakjában a kritikusút-analízis felteszi, hogy minden tevékenység elvégzéséhez egyetlen munkásra van szükség, de a valóságban ez nem mindig igaz. Tovább bonyolódik a helyzet, ha bizonyos tevékenységeket csak adott munkások képesek elvégezni, mint az építkezési tervezeteknél, ahol szakképzett iparosokat kell bevonni. Az **ütemezés** során a tevékenységekhez hozzárendeljük a munkásokat úgy, hogy a tervezetet a lehető legkevesebb munkás hajtsa végre, vagy ha a munkások száma korlátozott, akkor a lehető legrövidebb idő alatt fejeződjék be a rendelkezésre álló számú munkással.

ütközés

Ütközés akkor következik be, ha két test egymás irányában mozog és egy pillanatban érintkeznek. Az ezután következő mozgást gyakran nehéz előrejelezni. A testek együttes mozgási energiája általában csökken. Egyszerű példa két biliárdgolyó ütközése. A két golyó ütközés utáni viselkedése az ütközési együtthatótól függ.

ütközési együttható

Két ütköző test viselkedésédését jellemző paraméter. Tegyük fel, hogy két biliárdgolyó egyazon egyenes mentén mozog! Sebességük az ütközés előtt u_1 és u_2, az ütközés után v_1 és v_2. Ha az ütközési együttható ε, akkor

$$v_2 - v_1 = -\varepsilon(u_2 - u_1).$$

Ez **Newton ütközési törvénye**. Az ütközési együtthatóra mindig teljesül, hogy $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Ha $\varepsilon = 0$, akkor a golyók az ütközés után is érintkeznek egymással. Ha $\varepsilon = 1$, akkor az ütközés rugalmas – ilyenkor nincs mozgásienergia-veszteség.

Az ütközést elképzelhetjük úgy, hogy egy deformációs szakaszt – amelynek során a testek alakja megváltozik – egy visszaalakulási szakasz követ, amelyben a két test alakja teljesen vagy részlegesen helyreáll. Newton ütközési törvénye abból a feltételezésből következik, hogy a testeket a visszaalakulás során érő erőlökés a deformációhoz tartozó erőlökés ε-szorosával egyenlő.

28. V

V

Az 5-ös szám római számjeggyel írva.

vágás (hálózatban)

Olyan élek halmaza, melyek eltávolításával már nem halad a forrásból a nyelőbe irányított út.

vágás kapacitása

Az összes maximális folyam összege, amely az adott vágás összes élén keresztülfolyhat.

vagy

Lásd diszjunkció.

vakpróba

Kísérlettervezésnél, különösen hatóanyagok vagy más orvosi beavatkozások hatékonyságának kiértékelésénél fennáll az a lehetőség, hogy a jótékony hatás megnő amiatt, hogy a páciensek pszichológiailag jobban akarják magukat érezni, és ez a tény megnehezíti a kezelés tényleges hatásának azonosítását. Az **egyszeres vakpróbánál** a páciens nem tudja, melyik kezelést kapja, a **kétszeres vakpróbánál** sem a páciens, sem az orvos nem tudja, melyik kezelést kapta a páciens.

Ahol a kezelés természete miatt nem lehet azt felcserélni a páciens tudta nélkül, ott **kétszeres próbababa** kísérlettel lehet dolgozni, amelynél a páciens látszólag mindkét kezelést megkapja, de az egyik vagy a másik placebo, míg a kontroll csoport tagja mindkettő helyett placebot kap.

válaszolásból eredő torzítás

A **válaszolásból eredő torzítás** azt jelenti, hogy a résztvevők egy felmérés során nem a valós érzéseiknek megfelelően válaszolnak. Ez előfordulhat akkor, amikor a kérdést valamilyen szándékkal teszik fel, illetve a keresett információ érzékenyen érinti a résztvevőt. Lásd még anonimitás.

válaszváltozó

Lásd függő változó.

validálás

Az a folyamat, amelynek során megállapítjuk, hogy valamely szimuláció a valóság azon szeletének megfelelő reprezentációja-e, amelynek modellezésére szánták.

v-állás

Két félsík és metszésvonaluk. **Diédernek** is lehet nevezni.

valódi osztó

Egy a számtól különböző osztó, tehát *1,2,3,6* mind osztója 6-nak, de csak az *1,2,3* a valódi osztók.

valódi része

Lásd valódi részhalmaz.

valódi részhalmaz

Legyen az *A* halmaz részhalmaza a *B* halmaznak. Ekkor *A* **valódi részhalmaza** *B*-nek, ha *A* nem egyenlő magával *B*-vel, azaz van olyan *B*-beli elem, amely nincs benne *A*-ban. Ekkor azt is mondjuk, hogy a *B* **szigorúan tartalmazza** *A*-t, és így jelöljük: $A \subsetneq B$. Néhány szerző az $A \subset B$ jelölést használja ugyanerre, akkor a tartalmazást jelölik így: $A \subseteq B$.

valódi tényező

Lásd valódi osztó.

valódi tört

Lásd tört.

valós

Csak valós számokat magában foglaló, azaz képzetes rész nélküli.

valóságos világ

Lásd matematikai modell.

valós egyenes

Egy vízszintes egyenes vonalon válasszunk egy *O* pontot origónak és egy *A* pontot *O*-tól jobbra úgy, hogy az $|OA|$ hosszat tekintjük 1 egységnyinek. Minden *x* pozitív valós szám reprezentálható az egyenesnek azzal az *O*-tól jobbra eső pontjával, amelynek távolsága az *O*-tól *x* egységgel egyenlő, minden negatív szám pedig egy *O*-tól balra eső pont lesz az egyenesen. Az origó reprezentálja a nullát. Az egyenest **valós egyenesnek** nevezzük, amikor a pontjait a valós számok ilyen reprezentálására használjuk.

valós és képzetes rész egyenlővé tétele

Az $a + bi$ és $c + di$ komplex számok akkor és csak akkor egyenlőek, ha $a = c$ és $b = d$. Ennek a ténynek a kihasználása az együtthatók egyenlővé tétele. Például ha $(a + bi)^2 = 5 + 12i$, akkor $a^2 - b^2 = 5$ és $2ab = 12$.

valós függvény

Olyan függvény, amely a valós számok $\mathbb{R}$ halmazáról (vagy részhalmazáról) képez $\mathbb{R}$-be. így tehát az f valós függvény minden az értelmezési tartományában lévő valós *x* számhoz hozzárendel egy ahhoz tartozó $f(x)$ valós számot. Az analízisben az $f\,:\,S \to \mathbb{R}$ függvényt régebben gyakran úgy definiálták, hogy egy képletet adtak meg $f(x)$-re, anélkül, hogy pontosan megadták volna az *S* értelmezési tartományt (lásd függvény). Ebben az esetben rendszerint feltételezték, hogy az *S* értelmezési tartomány $\mathbb{R}$ lehető legbővebb részhalmaza. Például, ha $f(x) = 1/(x-2)$, az értelmezési tartományt $\mathbb{R} \setminus \{2\}-$nek vennénk; vagyis az összes, 2-től különböző valós számból álló halmaznak. Ha $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$, az értelmezési tartomány a $[-3, 3]$ zárt intervallum lenne.

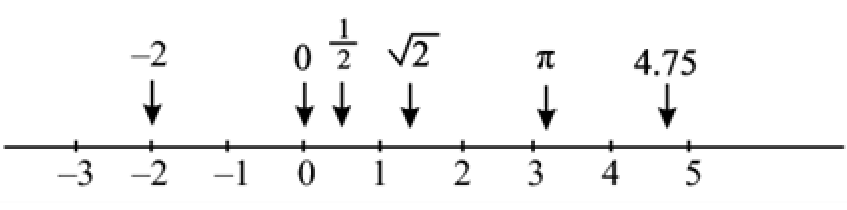
valós rész

A *z* komplex szám felírható $x + yi$ alakban, ahol *x* és *y* valós. Ekkor *x* a *z* szám valós része, jelölése $\mathrm{Re}z$ vagy $\Re z$.

valós szám

A matematikában, tudományos munkában és a mindenapi életben általánosan használt számok a **valós számok**. Egy egyenes, a valós egyenes pontjaiként lehet őket ábrázolni. Az egészek egyenlő közönként helyezkednek el az egyenes mentén, és a *b* valós szám az *a* valós számtól jobbra található, ha $a < b$. A valós számok halmazát általában $\mathbb{R}$ jelöli. Olyan számokat tartalmaz, mint a $0,\ \frac{1}{2},\ -2,\ 4.75,\ \sqrt{2}$ és π. Valójában $\mathbb{R}$ tartalmazza az összes racionális számot, de az olyan számokat is, mint a $\sqrt{2}$ és a π, amelyek irracionálisak. Minden valós szám kifejezhető végtelen tizedes tört alakban.

A valós számok halmaza a már ismert összeadással és kivonással testet alkot, és mivel kapcsolódik hozzá egy olyan fogalom, hogy „kisebb mint”, amely kielégít bizonyos axiómákat, $\mathbb{R}$-et „rendezett” testnek nevezzük. Mindazonáltal nem adunk meg itt egy, az $\mathbb{R}$-et teljes mértékben leíró axiómarendszert. Van sok olyan precíz leírás, amely, feltételezve a racionális számok $\mathbb{Q}$ testének létezését, megkonstruálja a valós számok egy rendszerét, a megkövetelt tulajdonságokkal.



valós szám hatványa

Amikor az *a* valós számot a *p* kitevőre emeljük, azaz a^p-t kapjuk, akkor az eredmény az *a* szám *p*-edik **hatványa**. Ugyanez a kitevőjelölés használatos más összefüggésben is, például az ***A*** négyzetes mátrix $\mathbf{A}^p$ hatványának, (lásd mátrix hatványa) vagy egy multiplikatív csoport *g* eleme g^p *p*-edik hatványának leírásánál is. Amikor az a^p kifejezést képezzük, a *p* számot hatványkitevőnek nevezzük.

valós tengely

A komplex síkon az első (*x*-)tengelyt **valós tengelynek** nevezzük; pontjai a valós számokat reprezentálják.

valószínű hiba

Az 50%-os megbízhatósági intervallum félszélessége. Egy normális eloszlásból vett megfigyelt érték 0.5 valószínűséggel kielégíti az $p(x_i) = P(X = x_i)$ egyenlőtlenséget, tehát a normális eloszlás valószínű hibája 0.67σ.

valószínűség

Az *A* esemény $P(A)$-val jelölt **valószínűsége** annak a lehetőségnek a mértéke, hogy az esemény egy kísérlet eredményeként bekövetkezik. Bármely *A* eseményre $0 \leq P(A) \leq 1$. Ha *A* sosem következik be, akkor $P(A) = 0$; ha *A* mindig bekövetkezik, akkor $P(A) = 1$. Ha egy kísérlet *n* alkalommal megismételhető, és az *A* esemény *m*-szer következik be, akkor az m/n hányados határértéke $n \to +\infty$ esetén egyenlő $P(A)$-val.

Ha az *S* eseménytér véges és a lehetséges kimenetelek egyformán valószínűek, akkor az *A* esemény valószínűsége egyenlő $P(A)$-sel, ahol $n(A)$ és $n(S)$ *A* és *S* elemeinek számát jelöli. Annak a valószínűsége, hogy egy véges populációból véletlenszerűen kiválasztott elem egy bizonyos kategóriába tartozik egyenlő a populációnak a kategóriába eső arányával.

Jelölje azt a valószínűséget, hogy az *X* diszkrét valószínűségi változó az x_i értéket veszi fel $P(X = x_i)$. Annak a valószínűségét, hogy az *X* folytonos valószínűségi változó *x*-nél kisebb értéket vesz fel $P(X < x)$ jelöli. Ezek a jelölések természetes módon kiterjeszthetők.

Lásd még feltételes valószínűség, apriori valószínűség és aposzteriori valószínűség.

valószínűséghányados-próba

Kifinomult hipotézisvizsgálati módszer, mely összehasonlítja a megfigyelt értékek előfordulásának valószínűségét a vizsgált paraméter különböző lehetséges értékei mellett. Legegyszerűbb formájában ez két paraméterérték összehasonlítása, általánosabban pedig a lehetséges értékek intervallumokat alkotnak, és az intervallumokon belüli valószínűségek maximumát hasonlítják össze.

valószínűségi generátorfüggvény

Ha *X* olyan valószínűségi változó, amely csak nemnegatív egész értékeket vesz fel, akkor $G(t) := E(t^X)$ a **generátorfüggvénye**: $G(t) = \sum_{i=0}^{\infty} p_i t^i$. Ha ezt a hatványsort *n*-szer differenciáljuk, mindazok a t^i-t tartalmazó tagok nullák lesznek, ahol $i < n$; $p_n t^n$ *n*-edik deriváltja $n! p_n$, és minden magasabbfokú tagban szerepel *t*-nek egy hatványa, és ezért a $G(t)$ *n*-edik deriváltja a $t = 0$ helyen megadja annak a valószínűségét, hogy *X* az *n* értékét veszi fel, hiszen $G^{(n)}(0) = n! \times P\{X = n\}$. *X* várható értéke és szórása szintén kiszámolható a generátorfüggvény segítségével, hiszen $E(X) = G'(1)$, és $E(X^2) = G''(1) + G'(1)$, így $D^2(X) = G''(1) + G'(1) - \{G'(1)\}^2$. A generátorfüggvény azért is hasznos, mert a **konvolúció-tétel** szerint, ha *X* és *Y* két független – nemnegatív egész értékeket fölvevő – valószínűségi változó, és generátorfüggvényük $G_X(t)$ és $G_Y(t)$, akkor $G_{X+Y}(t) = G_X(t) \times G_Y(t)$, azaz az összeg generátorfüggvénye a generátorfüggvények szorzata, ami elegáns algebrai levezetéseket tesz lehetővé, és olyan eredményeket, mint hogy két független Poisson-eloszlás összege is Poisson-eloszlás.

valószínűségi mérték

Lásd valószínűségi mező.

valószínűségi mező

Véges mértéktér, amelyen értelmezve van egy **valószínűségi mérték**, amely a teljes térhez egységnyi mértéket rendel.

valószínűségi papír

Olyan módon skálázott milliméterpapír, amelyen egy adott valószínűségeloszlás eloszlásfüggvénye egyenes. Ezzel közelítőlesg ellenőrizhető, hogy az adatok származhatnak-e az adott típusú eloszlásból, mégpedig oly módon, hogy megnézzük, hogy az adatok milyen jól illeszkednek egy egyenesre. Ha az illeszkedés kielégítő, akkor paraméterek becslésére is alkalmas. A leggyakrabban vizsgált eloszlás a normális, így a leggyakoribb a **Gauss-papír**. Ma gyakran statisztikai programcsomagok, vagy akármelyik általános célú matematikai programcsomag is generálja feltevések kifinomult tesztelésének részeként.

valószínűségi sűrűségfüggvény

Az *X* folytonos valószínűségi változó **valószínűségi sűrűségfüggvénye** az a függvény, amelyre

$$P(a \leq X < b) = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Tegyük fel, hogy az *X* valószínűségi változóra veszünk egy mintát és megrajzoljuk a hisztogrammot bizonyos szélességű intervallumokkal. Ekkor pongyolán szólva: ahogyan a megfigyelések száma növekszik és az osztályintervallumok szélessége csökken, a hisztogramm alakja egyre közelebb kell, hogy kerüljön a valószínűségi sűrűségfüggvény grafikonjához.

valószínűségi változó

Olyan mennyiség, amely különböző számértékeket vesz fel attól függően, hogy egy bizonyos kísérletnek mi a kimenetele.

A valószínűségi változó **diszkrét**, ha lehetséges értékeinek halmaza véges vagy megszámlálhatóan végtelen. Egy diszkrét valószínűségi változó esetén annak a valószínűségét, hogy egy bizonyos értéket vesz fel, diszkrét valószínűségeloszlás adja meg.

A valószínűségi változó **folytonos**, ha lehetséges értékeinek halmaza véges vagy végtelen intervallum. Egy folytonos valószínűségi változó esetén annak a valószínűsége, hogy értékét egy bizonyos részintervallumból veszi fel a valószínűségi sűrűségfüggvényből számítható ki az adott részintervallumra vett integrálással.

valószínűségi változók konvolúciója

Két valószínűségi változó összegét is szokás **konvolúciónak** nevezni, mivel ennek eloszlása az eloszlások konvolúciója.

váltakozó előjelű sorozat

Olyan sorozat, amelyiknek a tagjai felváltva pozitívak és negatívak. így tehát a $\{(-1)^n p_n\}$ sorozat vagy a $\{(-1)^{n-1} p_n\}$ sorozat váltakozó előjelű sorozat, ha minden *n* mellett $p_n > 0$.

váltószögek

Lásd párhuzamos szárú szögek.

változási ütem

Tegyük fel, valamely mennyiség leírható az $x \longrightarrow f(x)$ függvénnyel. Ha *f* differenciálható, akkor a mennyiség **változási üteme** az $x \in \mathcal{D}f$ pontban $f'(x)$.

Gyakran beszélnek az idő szerinti változási ütemről. Tegyük fel például, hogy adott egy irányított egyenes, melyen felvettünk egy *O* origót, és $x(t)$ egy olyan részecske *t* pillanatbeli kitérését jelöli, amely ezen egyenes mentén mozog! Ekkor a részecske $\dot{x}(t)$ sebessége a kitérés idő szerinti változási üteme a *t* időpontban, a részecske $\ddot{x}(t)$ gyorsulása pedig a sebesség idő szerinti változási üteme a *t* időpontban.

Mikor az előbbi bekezdésben a sebességet és a gyorsulást említettük, akkor az általános szokást követve elhagytuk az egyenes mentén a pozitív irányba mutató ***i*** egységvektort. A sebesség és a gyorsulás valójában vektormennyiségek, és a fent tárgyalt egydimenziós esetben értékük $\dot{x}\mathbf{i}$ illetve $\ddot{x}\mathbf{i}$. Két- és háromdimenziós mozgások esetén explicit módon használják a vektorokat. Ha ***r*** jelöli a részecske helyvektorát, akkor a részecske sebessége $\dot{\mathbf{r}}$, gyorsulása $\ddot{\mathbf{r}}$.

változatlan

Lásd állandó.

változó

Olyan kifejezés, amelyet általában egy betűvel jelölünk és amely az értékeit egy adott halmazból veheti fel. Például az $f(x) := x^2$ ($x \in \mathbb{R}$) függvény megadásakor az *x* betű egy valós változót jelöl.

Vandermonde-féle konvolúciós képlet

Ha *m*,*n* és *k* nemnegatív egészeket jelölnek, akkor a binomiális együtthatók között fennáll, hogy

$$\binom{m+n}{k} = \binom{m}{0}\binom{n}{k} + \binom{m}{1}\binom{n}{k-1} + \ldots + \binom{m}{k}\binom{n}{0}.$$

A képletet az $(1+x)^{m+n} = (1+x)^m(1+x)^n$ azonosságból kapjuk, ha összehasonlítjuk x^k együtthatóját a két oldal kifejtésekor.

várható érték

Az *X* valószínűségi változó $E(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \mathbf{x}^\top \mathbf{A}\mathbf{y}$ várható értékét a következőképpen definiáljuk. Diszkrét valószínűségi változó esetén $E(X)$, ahol $E(X) := \sum p_i x_i$. Folytonos valószínűségi változóra

$p_i := P(X = x_i)$

ahol *f* az *X* valószínűségi változó sűrűségfüggvénye. Alkalmas feltételek mellett a következő összefüggések igazak:

1. $E(X) := \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x,$.

2. Ha *X* és *Y* független, akkor $E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$.

Példa. Legyen *X* egy kockadobás eredménye, tehát legyen $E(X) = \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \cdots + \frac{1}{6} \times 6 = 3.5$. Nyilván $x_i = i \quad (i = 1, 2, \ldots, 6)$ minden *i* esetén. így $p_i = \frac{1}{6}$.

várható haszon

Olyan környezetben, ahol a kimeneteleket nem kizárólag az egyén döntései határozzák meg, egy döntés várható haszna a hasznossági függvény súlyozott közepe a döntés lehetséges kimeneteleinek valószínűségeivel súlyozva.

variációs együttható

A szóródás egyik mértéke: egyenlő egy minta standard szórásának és átlagának hányadosával. Értéke tehát dimenziónélküli szám, amely nem függ a megfigyelt dolog skálájától vagy mértékegységétől, és általában százalékban fejezik ki.

variációszámítás

Az analízisnek az az ága, amelyik annak a függvénynek (vagy azoknak a függvényeknek) a megkeresésével foglalkozik, amelyen egy határozott integrál maximális vagy minimális értéket vesz fel. Alkalmazásának két tipikus példája a brachisztochronprobléma és a geodetikus vonal meghatározása.

varianciaanalízis

Általános eljárás, amely egy adathalmaz teljes változékonyságát meghatározott okok által létrehozott és véletlen változásokból eredő összetevőkre bontja. Ehhez olyan mennyiségeket kell kiszámolni, mint a „csoportok közötti négyzetösszeg” és a „maradék négyzetösszeg”, és osztani kell a szabadsági fokokkal, hogy megkapjuk az „átlagos négyzetes eltérést”. Az eredményeket általában ANOVA táblázatokban foglalják össze (amelyek elnevezése az „ANalysis Of VAriance” angol kifejezés kezdőbetűiből tevődik össze). Egy ilyen táblázat tömör összegzést ad, amiből megbecsülhető a magyarázó változók hatása, és hipotézisek vizsgálhatók, rendszerint F-próba segítségével.

φ

A görög „fi” betű, φ szimbólum.

véges

Nem végtelen nagy. Például egy halmazról akkor mondjuk, hogy véges, ha kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés létesíthető a halmaz elemei és az $\{1, 2, \ldots, n\}$ halmaz között, ahol *n* természetes szám.

véges differenciák

Legyen $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n$ egyenlő közű számsorozat, azaz $x_i = x_0 + ih \quad (i = 0, 1, 2, \ldots n)$ valamilyen $x_0 \in \mathbb{R}$ és $h \in \mathbb{R}$ valós számokkal (ez utóbbiról azt is fel szokás tenni, hogy pozitív). Tegyük fel, hogy valamely *f* függvényre az $f_i := f(x_i)$ függvényértékek ismertek. Ekkor $i = 0, 1, 2, \ldots, n-1$ esetén az elsőrendű differenciákat a következőképpen definiáljuk: $\Delta f_i := (\Delta f)_i := f_{i+1} - f_i$. Másodrendű differenciáknak nevezzük a $\Delta^2 f_i := (\Delta^2 f)_i := \Delta(\Delta f_i) = \Delta f_{i+1} - \Delta f_i$ mennyiségeket. Általánosan, a *k*-adrendű differenciák definíciója: $\Delta^k f_i = \Delta(\Delta^{k-1} f_i) := \Delta^{k-1} f_{i+1} - \Delta^{k-1} f_i$. Egy *n*-edfokú polinom esetében minden $(n+1)$-edik differencia 0.

Ezeket a **véges differenciákat** táblázatban is ábrázolhatjuk, amint azt a következő számpélda mutatja.

x_0	f_0				1.0	1.000			
		Δf_0					0.331		
x_1	f_1		$\Delta^2 f_0$		1.1	1.331		0.066	
		Δf_1		$\Delta^3 f_0$			0.397		0.006
x_2	f_2		$\Delta^2 f_1$		1.2	1.728		0.072	
		Δf_2					0.469		
x_3	f_3				1.3	2.197			

Vegyük figyelembe, hogy ha az $f_0, f_1, f_2, \ldots, f_n$ függvényértékek kerekített értékek, akkor az egymás utáni oszlopokban egyre nagyobb hibák jelennek meg.

Több, véges differenciák használatán alapuló numerikus módszer ismert. Ezek használhatók interpolációra, ilyen a Newton-féle interpolációs képlet, amely függvények polinommal való közelítésére alkalmas, továbbá értéktáblázattal adott függvény deriváltjainak becslésére is.

véges dimenziós

Egy vektortérről akkor mondjuk, hogy **véges dimenziós**, ha van véges generátorrendszere.

végeselem-módszer

Parciális differenciálegyenletekre vonatkozó peremérték-feladat megoldására szolgáló numerikus módszer, amely közelítő megoldások olyan sorozatán alapul, ahol a megoldások egy kis tartományon belül kielégítik a differenciálegyenletet és a peremfeltételeket.

véges Fourier-transzformáció

Lásd: diszkrét Fourier-transzformáció.

véges sor

Lásd: sor.

véges sorozat

Lásd: sorozat.

véges tizedes tört

Lásd tizedes tört.

végpont

A valós számegyenes valamely intervallumának valamelyik végét meghatározó szám. Az $[a,b],(a,b),[a,b),(a,b]$ véges intervallumok mindegyikének két végpontja van, *a* és *b*. Az $[a,+\infty),(a,+\infty),(-\infty,a],(-\infty,a)$ végtelen intervallumok mindegyikének egy (véges) végpontja van, *a*.

végsebesség

Bizonyos matematikai modellek úgy írják le a nagy magasságból a Föld felé zuhanó testek mozgását, hogy azok sebessége egy bizonyos értékhez közelít, amelyet **végsebességnek** neveznek. Az egyik lehetséges matematikai modellben a mozgásegyenlet $m\ddot{\mathbf{r}}=-mg\mathbf{j}-c\dot{\mathbf{r}}$ alakú, ahol *m* a részecske tömege, ***j*** pedig a függőlegesen felfelé mutató egységvektor. Az egyenlet jobb oldalán szereplő második tag – melyben *c* egy pozitív állandó – a légellenállást írja le. A végsebességet úgy kapjuk meg, ha $\ddot{\mathbf{r}}$ helyébe a nullvektort írjuk – ekkor $\dot{\mathbf{r}}=-\frac{mg}{c}\mathbf{j}$. Egy másik modellben a mozgásegyenlet $m\ddot{\mathbf{r}}=-mg\mathbf{j}-c|\dot{\mathbf{r}}|\dot{\mathbf{r}}$ alakú. Itt a végsebességre $-\sqrt{\frac{mg}{c}}\mathbf{j}$ adódik. Mindkét modell esetén teljesül, hogy *t* növekedtével a sebesség a kezdeti feltételektől függetlenül a megfelelő modellben kapott végsebességhez közelít.

végső következmény

Olyan állítás, amelyre a kiindulási premisszákból bizonyítás útján következtetünk.

végtelen

A valós számok halmaza kiegészíthető két szimbólummal, ezek: $+\infty$és $-\infty$. Az elsőről feltesszük, hogy minden valós számnál nagyobb, a második minden valós számnál kisebb, alkalmas módon bevezethetünk számolási szabályokat is.

végtelen halmaz

Olyan halmaz, melynek elemei és a természetes számok egy korlátos részhalmaza között nem létesíthető kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés.

végtelen nagy

Nem véges. A legegyszerűbb esetben azt jelenti, hogy valaminek a mérete vagy abszolút értéke bármely természetes számnál nagyobb.

végtelen összeg

Lásd sor és mértani sor.

végtelen sor

Lásd sor.

végtelen sorozat

Lásd sorozat.

végtelen szorzat

A nullától különböző $a_1, a_2, a_3, \dots$ számok **végtelen sorozatából** képezhető az $a_1 a_2 a_3 \cdots$ végtelen szorzat, melynek jelölése:

$$\prod_{r=1}^{\infty} a_r.$$

Legyen P_n az *n*-edik részletszorzat, azaz

$$P_n := \prod_{r=1}^{n} a_r.$$

Ha P_n egy *P* határértékhez tart, ha $n \to +\infty$, akkor azt mondjuk, hogy a végtelen szorzat **értéke** *P*. Például

$$\prod_{r=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{r^2}\right)$$

értéke $\frac{1}{2}$, ugyanis meg lehet mutatni, hogy $P_n = (n+1)/2n$, és így $P_n \to \frac{1}{2}$.

végtelen távoli pont

A komplex számok halmazához hozzávett szimbólum, amellyel megkapjuk a kiterjesztett komplex síkot.

vegyes tört

Lásd tört.

vegyesszorzat

A ***a*** vektornak és a $\mathbf{b} \times \mathbf{c}$ vektoriális szorzatnak $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ skaláris szorzatát az $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ és ***c*** vektor **vegyesszorzatának** nevezzük, és ezt a skalárt $\mathbf{abc}$-vel jelöljük. A vegyesszorzat a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

1. $\mathbf{abc} = -\mathbf{acb}$.
2. $\mathbf{abc} = \mathbf{bca} = \mathbf{cab}$.
3. Az $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ és ***c*** vektor pontosan akkor fekszik egy síkban, ha $\mathbf{abc} = 0$.
4. Ha az $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ és ***c*** vektorokat az $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ és ***k*** bázisvektorok szerinti összetevőikkel definiáljuk, azaz $\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}, \mathbf{b} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}, \mathbf{c} = c_1\mathbf{i} + c_2\mathbf{j} + c_3\mathbf{k},$ akkor $$\mathbf{abc} = a_1(b_2c_3 - b_3c_2) + a_2(b_3c_1 - b_1c_3) + a_3(b_1c_2 - b_2c_1) = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}.$$
5. Ábrázolja az $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ és ***c*** vektort az $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ és $\overrightarrow{OC}$ irányított egyenesszakasz, és legyenek ezek egyúttal a *P* parallelepipedon élei. Akkor $\mathbf{abc}$ abszolút értéke éppen a *P* parallelepipedon térfogata. Ha $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ és ***c*** jobbsodrású rendszert alkot, akkor $\mathbf{abc}$ pozitív, ha $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ és ***c*** balsodrású rendszert alkot, akkor $\mathbf{abc}$ negatív.

vektor

A fizikában vektornak olyan mennyiséget nevezünk, amelynek a nagyságán kívül iránya (néha **támadáspontja** is) is van. Vektor például a sebesség vektora, vagy egy erővektor.

A vektor fogalmát matematikailag rendezett párként definiálhatjuk, ahol a pár első tagja egy nemnegatív valós szám – a vektor **hossza** vagy **nagysága** –, a pár második tagja pedig egy **irány** a térben (vagy síkon) – mely megadható például az origón átmenő valamely egyenessel. A vektorokat gyakran félkövér betűkkel (például ***a***) jelöljük. Két vektort egyenlőnek mondunk, ha nagyságuk és irányuk azonos. A $\mathbf{0}$-val jelölt **nulla vektor** olyan vektor, amelynek nagysága nulla. A nulla vektor esetén nem definiálunk irányt.

A **vektor** fogalmát az irányított egyenesszakasz fogalmának felhasználásával másképp is megadhatjuk: ez legyen az összes olyan irányított egyenesszakasz halmaza, amelynek hossza és iránya azonos. Ha az $\overrightarrow{AB}$ szimbólummal jelölt irányított egyenesszakasz benne van abban a halmazban, ami az ***a*** vektor, akkor azt mondjuk, hogy $\overrightarrow{AB}$ **reprezentálja** az ***a*** vektort. Ha $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{CD}$ ugyanazt az ***a*** vektort reprezentálja, akkor $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{CD}$ párhuzamos és egyenlő hosszú. Az ***a*** vektor $|\mathbf{a}|$**hossza** vagy **nagysága** a vektort reprezentáló bármely irányított szakasz hossza. Két vektort egyenlőnek mondunk, ha őket ugyanazok az irányított szakaszokból álló halmazok reprezentálják. **Nullvektornak** hívjuk az összes nulla hosszúságú irányított szakasz halmazát.

A két definíció közötti kapcsolat a következőképpen látható: az első definíció szerinti ***a*** vektort az $\overrightarrow{AB}$ irányított szakasz akkor reprezentálja, ha az irányított szakasz nagysága és iránya megegyezik az ***a*** vektor nagyságával és irányával.

A felsőbb matematikában a vektort szemléletesen nem definiáljuk, vektornak nevezzük egy vektortér tetszőleges elemét.

vektoranalízis

Az analízisnek az az ága, amely a vektorváltozós, illetve a vektorértékű függvények vizsgálatával foglakozik. Vektorértékű például az olyan függvény, amelynek értékkészlete $\mathbb{R}^n$ ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$) valamely részhalmaza.

vektoregyenlet

Lásd egyenes vektoregyenlete, sík vektoregyenlete.

vektor ellentettje

Legyen $\overrightarrow{AB}$ az az irányított egyenesszakasz, amelyik az ***a*** vektort ábrázolja. Ekkor az ***a*** vektor **ellentettje** (vagy **negatívja**) az a $-\mathbf{a}$ szimbólummal jelölt vektor, amelyiket $\overrightarrow{BA}$ ábrázol. Minden ***a*** vektorra teljesülnek a következő tulajdonságok:

1. $\mathbf{a} + (-\mathbf{a}) = (-\mathbf{a}) + \mathbf{a} = \mathbf{0}$, ahol $\mathbf{0}$ a nullvektor,
2. $-(-\mathbf{a}) = \mathbf{a}$.

vektor hossza

Lásd vektor. Ha $\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$, akkor az ***a*** vektor hossza

$$|\mathbf{a}| := \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.$$

vektoriális szorzat

Legyen ***a*** és ***b*** két nullától különböző, egymással nem párhuzamos térvektor és jelölje ϑ az általuk bezárt szöget ($0 < \vartheta < \pi$). Az ***a*** és ***b*** vektor $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ (olv. „a kereszt b”) **vektoriális szorzata** az a vektor, amely merőleges mind ***a***-ra, mind ***b***-re, hossza $|\mathbf{a}||\mathbf{b}|\sin(\vartheta)$, és iránya olyan, hogy ***a***, ***b*** és $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ ebben a sorrendben jobbrendszert alkot. Amennyiben ***a*** és ***b*** párhuzamosak, vagy valamelyikük a nullvektor, az $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ vektoriális szorzat értéke definíció szerint a nulla vektor. Az $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ jelölés helyett néha az $\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$ (olv. „a ék b”) jelölés is használatos. A vektoriális szorzatot hívják még **vektori szorzatnak**, **külső szorzatnak**, **ékszorzatnak** vagy **keresztszorzatnak** is.

A vektoriális szorzat az alábbi tulajdonságokkal bír. Ha ***a***, ***b*** és ***c*** tetszőleges térvektorok, λ pedig tetszőleges szám, akkor fennáll, hogy

1. $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -(\mathbf{b} \times \mathbf{a})$ (antikommutativitás).
2. $\mathbf{a} \times (\lambda\mathbf{b}) = (\lambda\mathbf{a}) \times \mathbf{b} = \lambda(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$ (homogenitás).
3. $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c}$ (disztributivitás).
4. Az $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ vektor $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$ hossza megegyezik az ***a*** és ***b*** vektorok, mint oldalak által meghatározott parallelogramma területével.
5. Ha ***i***, ***j*** és ***k*** jelöli a standard bázisvektorokat, akkor a vektori szorzat koordinátás alakban a következőképpen fest: legyen $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3) = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ és $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3) = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$, ekkor

   $$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_2b_3 - a_3b_2)\mathbf{i} + (a_3b_1 - a_1b_3)\mathbf{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\mathbf{k}.$$

   E képlet megjegyzését megkönnyíti, ha észrevesszük, hogy a jobb oldalon az

   $$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

   formális determináns első sora szerinti kifejtése áll.

vektori hármasszorzat

Ha ***a***, ***b*** és ***c*** tetszőleges térvektorok, akkor az $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ vektoriális szorzatot **vektori hármasszorzatnak** nevezzük. (A zárójelek helye itt fontos, mivel a vektoriális szorzás általában nem asszociatív, azaz általában $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \neq (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$.) Az $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ szorzat merőleges a $\mathbf{b} \times \mathbf{c}$ vektorra, tehát a ***b*** és ***c*** vektorok által meghatározott síkban fekszik. Ha $\cdot$ a skaláris szorzást jelöli, akkor fennáll, hogy

$$\mathbf{b} \times \mathbf{c}$$

vektori szorzat

Lásd vektoriális szorzat.

vektor komponense

A 3-dimenziós térbeli Descartes-féle koordináta-rendszerben legyen $\mathbf{i}$,$\mathbf{j}$ és ***k*** a három koordinátatengely irányába mutató egységvektor. Ha adott a ***p*** vektor, akkor egyértelműen léteznek olyan *x*,*y* és *z* valós számok, amelyekkel $\mathbf{p} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$. Ekkor *x*, *y* és *z* a ***p*** **vektor komponensei** (az ***i***, ***j*** és ***k*** vektorokból álló bázisban). A skaláris szorzatot használva ezek meghatározhatóak: $x = \mathbf{p}.\mathbf{i}$, $y = \mathbf{p}.\mathbf{j}$, $z = \mathbf{p}.\mathbf{k}$. (Lásd még iránykoszinusz).

Általánosabban, ha $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ és ***w*** tetszőleges nem egy síkban fekvő vektor, akkor tetszőleges 3-dimenziós térbeli ***p*** vektor egyértelműen felírható $\mathbf{p} = x\mathbf{u} + y\mathbf{v} + z\mathbf{w}$ alakban, ahol x, y és *z* a ***p*** vektor komponensei az $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, ***w*** bázis szerint. Ebben az esetben azonban nem tudjuk olyan egyszerűen kifejezni a komponenseket a skaláris szorzat segítségével.

vektornorma

Az $|\cdot|$ (abszolútérték) szimbólummal jelölt nemnegatív valós értékű függvényről akkor mondjuk, hogy **vektornorma**, ha tetszőleges ***x***, ***y*** vektorok és *c* szám esetén fennáll, hogy

1. $|\mathbf{x}| \geq 0$, továbbá $|\mathbf{x}| = 0$ csak akkor lehet, ha $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

2. $|c\mathbf{x}| = |c|\,|\mathbf{x}|$ (homogenitás), ahol $|c|$ a *c* szám abszolút értéke.

3. $|\mathbf{x} + \mathbf{y}| \leq |\mathbf{x}| + |\mathbf{y}|$ (háromszög-egyenlőtlenség).

A vektornorma a közönséges hosszúság, illetve vektor hossza, abszolút érték fogalmának általánosítása, így az $|\mathbf{x}|$ szimbólumot gyakran úgy olvassuk, mint az „***x*** vektor hossza”, vagy az „***x*** vektor normája”. Az ***x*** vektor normáját gyakran jelölik még a $\|\mathbf{x}\|$ szimbólummal is.

vektorok egyenlősége

Lásd vektor.

vektorok hajlásszöge

Adott az ***a*** és a ***b*** vektor, feleljen meg ***a*** az $\overrightarrow{OA}$, ***b*** pedig az $\overrightarrow{OB}$ irányított szakasznak. Ekkor az ***a*** és ***b*** vektorok által bezárt ϑ szög az az $AOB\measuredangle$ szög, amelyre teljesül, hogy $0 \leq \vartheta \leq \pi$ (radiánban), vagy $0 \leq \vartheta \leq 180$ (fokban). Innen lehet megkapni:

$$\cos(\vartheta) = \frac{\mathbf{a}.\mathbf{b}}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|}.$$

vektorok összeadása

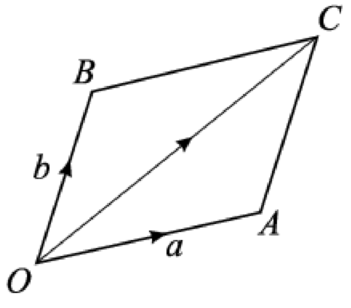
Ábrázolja a közös *O* kezdőpontú $\overrightarrow{OA}$ és $\overrightarrow{OB}$ irányított egyenesszakasz az ***a*** és a ***b*** vektort. Ekkor $\overrightarrow{OA}$ és $\overrightarrow{OB}$ összege az az $\overrightarrow{OA}$ irányított egyenesszakasz, amellyel *OACB* parallelogramma, és az $\overrightarrow{OA}$ **összeget** úgy értelmezzük, mint az $\overrightarrow{OC}$ által ábrázolt ***c*** vektort. Ezt hívjuk a **parallelogrammaszabálynak**. Másik – egyenértékű – lehetőség az, hogy az ***a*** és ***b*** vektor összegét úgy definájuk, hogy az ***a*** vektort ábrázolja az $\overrightarrow{OP}$ irányított egyenesszakasz, a ***b*** vektort pedig az a $\overrightarrow{PQ}$ irányított egyenesszakasz, amelyiknek a kezdőpontja az előző végpontja; ekkor az $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ összeg az $\overrightarrow{OQ}$ által ábrázolt vektor. Ez a **háromszögszabály**. A vektorok összeadása tetszőleges $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ és ***c*** vektorok mellett rendelkezik az alábbi tulajdonságokal:

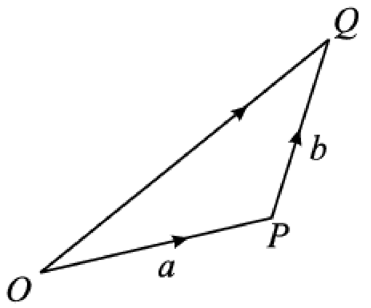
1. $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$, kommutativitás,

2. $\mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c}$, asszociativitás,

3. $\mathbf{a} + \mathbf{0} = \mathbf{0} + \mathbf{a} = \mathbf{a}$, ahol $\mathbf{0}$ a nulla vektor,

4. $\mathbf{a} + (-\mathbf{a}) = (-\mathbf{a}) + \mathbf{a} = \mathbf{0}$, ahol $-\mathbf{a}$ az ***a*** vektor ellentettje.





vektorösszeadás

Az általános meghatározást illetően lásd a vektortér címszót. Ha közönséges síkvektorokról (vagy térvektorokról) van szó, a vektorösszeadásnak az alábbi szemléletes geometriai tartalma van: ha ***p*** és ***q*** két vektor, melyeket $\overrightarrow{OA}$ és $\overrightarrow{OC}$ reprezentál, akkor a $\mathbf{p}+\mathbf{q}$ **vektori összeg** az a vektor, melyet az $\overrightarrow{OB}$ vektor reprezentál, ahol a *B* pontot úgy vesszük fel, hogy az *O,A,B* és *C* pontok parallelogrammát alkossanak. Röviden, a vektori összeg annak a parallelogrammának az átlója, amelynek oldalait a két összeadandó határozza meg.

vektor skalárszorosa

Legyen ***a*** egy nullától különböző vektor, *k* pedig egy nullától különböző skalár. Ekkor $k\mathbf{a}$ jelöli az ***a*** vektor *k*-val vett **skalárszorosát**, amelynek nagysága $|k||\mathbf{a}|$, iránya pedig megegyezik ***a*** irányával, ha $k>0$, és $-\mathbf{a}$ irányával, ha $k<0$. Továbbá $k\mathbf{0}$ és $0\mathbf{a}$ minden ***a*** és *k* esetén definíció szerint $\mathbf{0}$. A skalárral való szorzás tulajdonságai:

1. $(h+k)\mathbf{a}=h\mathbf{a}+k\mathbf{a}$.
2. $k(\mathbf{a}+\mathbf{b})=k\mathbf{a}+k\mathbf{b}$.
3. $h(k\mathbf{a})=(hk)\mathbf{a}$.
4. $0\mathbf{a}=\mathbf{0}$, a nulla vektor.
5. $1\mathbf{a}=\mathbf{a}$.
6. $(-1)\mathbf{a}=-\mathbf{a}$, az ***a*** vektor ellentettje.

vektortér

A vektortér, pontosabban egy ***F* test feletti** *V* **vektortér** olyan matematikai struktúra, amelyet az ***F*** és a *V* halmaz, valamint bizonyos, rajtuk értelmezett műveletek határoznak meg a következőképpen.

1. A vektorok *V* halmaza kommutatív csoportot alkot, vagyis a *V* halmazon értelmezve van egy **vektorösszeadásnak** nevezett kommutatív művelet, amelyre nézve *V* zárt, továbbá *V* -nek van egy egységeleme (melyet **nullvektornak** hívunk), és minden elemnek van inverze a vektorösszeadásra nézve (az inverz elemet **ellentett vektornak** mondjuk).
2. Az ***F*** halmaz (melynek elemeit **skalároknak** is nevezzük) testet alkot, vagyis ***F*** kommutatív csoport a **számok összeadására** nézve, továbbá az $\mathbf{F}\setminus\{0\}$ halmaz kommutatív csoport a **számok szorzására** nézve (ahol 0 jelöli az ***F*** halmaz nulla elemét), végül a számok szorzása disztributív a számok összeadására nézve.
3. Az ***F*** és a *V* halmaz elemeit egy **számmal való szorzásnak** nevezett művelet kapcsolja össze, amely a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

   a. $\lambda\mathbf{x}=\mathbf{x}\lambda\in V$, ($\lambda\in\mathbf{F}$ és $\mathbf{x}\in V$),

   b. $\lambda(\mathbf{x}+\mathbf{y})=\lambda\mathbf{x}+\lambda\mathbf{y}$, ($\lambda\in\mathbf{F}$, $\mathbf{x},\mathbf{y}\in V$),

c. $(\lambda + \mu)\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x} + \mu\mathbf{x}$, ($\lambda, \mu \in \mathbf{F}$, $\mathbf{x} \in V$),

d. $(\lambda\mu)\mathbf{x} = \lambda(\mu\mathbf{x})$, ($\lambda, \mu \in \mathbf{F}$, $\mathbf{x} \in V$),

e. $1\mathbf{x} = \mathbf{x}$, ahol 1 az ***F*** test egységeleme és $\mathbf{x} \in V$.

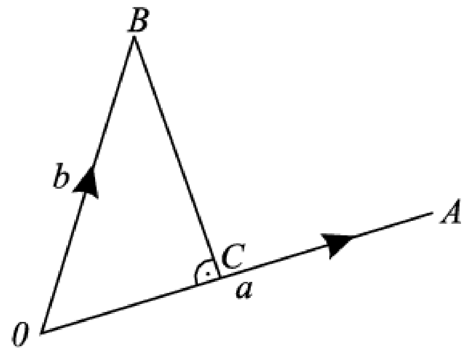
A fenti tulajdonságokból számos más, megszokott összefüggés levezethető. Igaz például, hogy $0\mathbf{x} = \mathbf{0}$, ahol 0 az ***F*** test nulleleme, $\mathbf{0} \in V$ a nullvektor és $\mathbf{x} \in V$. A $(-1)\mathbf{x} = -\mathbf{x}$ képlet szintén következményként adódik, ahol $\mathbf{x} \in V$ tetszőleges és $-\mathbf{x} \in V$ az ellentett vektort jelenti.

Fontos, hogy – a szóhasználat hasonlósága ellenére – ne tévesszük össze a $\lambda\mathbf{x}$ ($\lambda \in \mathbf{F}, \mathbf{x} \in V$) *skalárral való* szorzatot és a számértékű skaláris szorzatot.

Ha $\mathbf{F} = \mathbb{R}$ és *V* a sík pontjainak halmaza, akkor *V* vektortér $\mathbb{R}$ felett: a jól ismert síkvektorokat kapjuk vissza. Ha *V* a tér pontjaiból áll, akkor a térvektorokat definiáltuk. Ha $n \in \mathbb{N}^+$ rögzített szám, akkor vektorteret alkotnak a *legfeljebb n*-edfokú valós együtthatós egyváltozós polinomok. Nem alkotnak azonban vektorteret a *pontosan n*-edfokú polinomok: előfordulhat, hogy két, *n*-edfokú polinom összege nem *n*-edfokú (a főtag ugyanis „kieshet"). Az összes, valós együtthatós egyváltozós polinom vektorteret alkot, de beszélhetünk a valós függvények vektorteréről is. Szintén vektortér $\mathbb{R}$ felett például az $n \times n$-es valós elemű mátrixok halmaza.

vektor vetülete vektoron

Legyen ***a*** és ***b*** nullától különböző vektor, és legyen $\overrightarrow{OA}$, illetve $\overrightarrow{OB}$ két irányított egyenesszakasz, amely őket reprezentálja. Jelölje ϑ az ***a*** és ***b*** vektorok által bezárt szöget ($0 \leq \vartheta \leq \pi$). Legyen *C* a *B* pont *OA* egyenesre eső vetülete. A ***b*** vektor ***a*** vektorra eső **vetületén** az $\overrightarrow{OC}$ szakasz által reprezentált vektort értjük. Mivel $|OC| = |OB|\cos(\vartheta)$, ezért az előbbi vetület megegyezik a $\overrightarrow{OC}$ vektorral. Ha $\cdot$ a skaláris szorzást jelöli, akkor ennek felhasználásával a ***b*** vektor ***a*** vektorra eső vetülete az $|\mathbf{b}|\cos(\vartheta)\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}$ alakban is felírható. Az előbbiekből következően a vetület előjeles hossza $|\mathbf{b}|\cos(\vartheta)$, vagyis $\frac{\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}}{|\mathbf{a}|}$. Ez az érték pozitív, ha a ***b*** vektor ***a*** vektorra eső vetülete ***a***-val egyirányú, és negatív, ha ellentétes irányú.



véletlen

A kifejezés jelentése általában esetleges vagy szabálytalan, de a valószínűségszámításban és a matematikai statisztikában pontosabb jelentést hordoz, és azt fejezi ki, hogy a kimenetel eredménye csak valószínűségekkel írható le, sok összefüggésben még azt is, hogy az egyes kimenetelek egyenlő valószínűségűek. Ezért egy véletlenszám-generátor az *n* szám mindegyikét $\frac{1}{n}$ valószínűséggel állítja elő. Az adott méretű véletlen statisztikai minta azt jelenti, hogy ennek a méretű mintának a populációból vett minden lehetséges kombinációja egyenlő valószínűségű.

véletlen bolyongás

Legyen $X_1, X_2, X_3, \ldots$ Markov-lánc a $\{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$ állapottérrel. Képzeljük el, hogy egy részecske mozog az egyenes egész koordinátájú pontjain oly módon, hogy az $i \in \mathbb{Z}$ helyről (állapotból) vagy az $i - 1$, vagy az $i + 1$ helyre lép, vagy helyben marad. Az ilyen Markov-láncot egydimenziós **véletlen**

bolyongásnak nevezzük: ha $X_n = i$, akkor $X_{n+1} = i - 1$, vagy $X_{n+1} = i$, vagy $X_{n+1} = i + 1$. Az *i* állapot **elnyelő állapot**, ha $X_n = i$ esetén $X_{n+1} = i$, más szavakkal: ha a részecske eléri az *i* helyet, akkor ott is marad.

Ha egy játékos sorozatban játszik, és minden egyes játszmában rögzített összeget nyer vagy veszít, akkor nyereményei véletlen bolyongással írhatók le.

Két- és többdimenziós véletlen bolyongás hasonlóan értelmezhető.

véletlen hiba

A jósolt és a megfigyelt értékek különbségét valószínűségi változóként kezeljük. Lényegében ez az az ingadozás, amit a modell nem magyaráz meg, ennélfogva a hiba kifejezés meglehetősen félrevezető. A regresszióanalízisben a véletlen hibát reziduálnak is hívják.

véletlen minta

Lásd minta.

véletlen számok

Véletlenszám-táblázatok a $0, 1, 2, \ldots, 9$ számjegyekből álló olyan listákat tartalmaznak, amelyekben minden egyes számjegy egyenlő valószínűséggel fordul elő minden szinten. Nincs rá mód, hogy a következő számjegyet megjósoljuk. Az ilyen táblázatok alkalmasak arra, hogy véletlenszerűen elemeket válasszunk ki egy populációból. Azokat a számokat, melyeket olyan determinisztikus algoritmusok generálnak, amelyek kiállják a véletlenszerűséget vizsgáló statisztikai próbákat, **pszeudovéletlen számoknak** nevezik. Az ilyen algoritmusokat **véletlenszám-generátoroknak** szokás nevezni.

véletlen változó

Lásd valószínűségi változó.

véletlen vektor

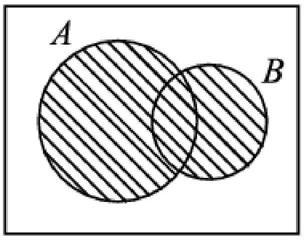
Véletlen vektornak vagy **valószínűségi vektorváltozónak** nevezzük *n* számú valószínűségi változó rendezett halmazát, ami sokszor egy megismételt kísérlet kimeneteleit reprezentálja. Például, ha négyszer dobunk kockával, a kísérlet kimeneteleit az (X_1, X_2, X_3, X_4) vektor írhatja le, ahol X_i egyenletes eloszlású diszkrét valószínűségi változó az $\{1, 2, \ldots, 6\}$ halmazon. Ha 5-öt, aztán 2-t, majd 5-öt, végül 6-ot dobunk, akkor a megfigyelt kimenetel $(5, 2, 5, 6)$ lesz.

Venn, John

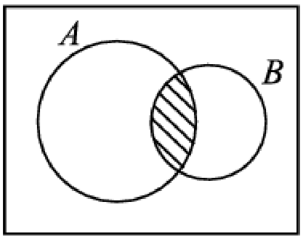
(1834–1923) Angol logista, aki a *Symbolic Logic* (*Szimbolikus logika*) című 1881-es munkájában bevezette a később róla elnevezett Venn-diagramm fogalmát.

Venn-diagramm

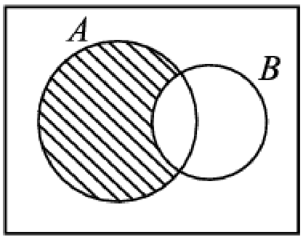
Azokat az ábrákat, amelyek egy univerzális alaphalmaz és részhalmazai között fennálló tartalmazási viszonyok szemléltetésére szolgálnak, **Venn-diagrammoknak** nevezzük. Az *E* alaphalmazt gyakran egy téglalappal, míg a részhalmazokat a téglalapba írt (satírozott) tartományokkal jelöljük. Az alábbi ábra adott *A* és *B* részhalmazok, mint körök esetén az $A \cup B$, $A \cap B$ és $A \setminus B$ halmazokat satírozással tünteti fel.



$A \cup B$



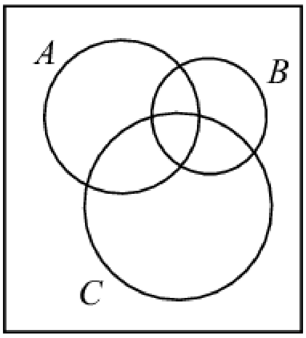
$A \cap B$



$A \setminus B$

A fenti ábrán például az $A \cap B$ halmazon kívül három másik halmaz is látható, nevezetesen az $A^c \cap B$, $A \cap B^c$ és $A^c \cap B^c$ halmazok, mint jobb- és baloldali „félholdak”, illetve „külső tartomány” jelennek meg. (Itt A^c jelenti az *A* halmaz *E*-re vett komplementumát.)

Három halmaz, *A*,*B* és *C* (valamint az *E* alaphalmaz) esetén a Venn-diagramm már 8 részből áll; négy általános helyzetű halmaz körökkel való megjelenítésére pedig a Venn-diagramm nem is alkalmas, mert a 16 diszjunkt részhalmaz az eddigiekhez hasonló módon nem helyezhető el a síkon. (Nemkonvex halmazokat is megengedve – kényelmetlenül – akárhány halmaz viszonya ábrázolható.) A Venn-diagrammokkal tehát csak nagyon speciális halmazok jeleníthetők meg, szigorú értelemben bizonyítani velük nem lehet, szerepük inkább csak a szemléltetés.



verifikálás

Lásd szimuláció verifikálása, azonosság verifikálása.

versengő egyensúly

Olyan egyensúlyi helyzet a játékelméletben és a matematikai közgazdaságtanban, ami akkor áll be, amikor a cselekvő személyek vagy játékosok együttműködés nélkül, a saját érdekükben cselekszenek. Ezt a fogalmat Nash vezette be. A populációdinamikában is használják, ott olyan egyensúlyi helyzetet jelöl, amelyben egyik faj sem pusztult ki.

vetület

Lásd egyenes vetülete síkon, pont vetülete egyenesen, pont vetülete síkon, vektor vetülete vektoron.

vezéregyenes

Lásd kúpszelet, ellipszis, hiperbola, parabola.

virtuális munka

Egy rendszer által végzett teljes munka egy, a kényszerek által megengedett infinitezimális elmozdulás során.

viszonylagos hely, viszonylagos sebesség és viszonylagos gyorsulás

Lásd relatív hely, relatív sebesség és relatív gyorsulás.

viszonylagos törzsszámok

Lásd relatív prím számok.

visszahelyettesítés

Tegyük fel, hogy lineáris egyenletek egy halmaza lépcsős alakú. Ekkor az utolsó egyenlet megoldható a benne szereplő első ismeretlenre úgy, hogy az összes többi ismeretlent – tetszőleges értékeket fölvevő – paraméternek tekintjük. Ezt a megoldást azután behelyettesíthetjük az előző egyenletbe, mely ismét megoldható a benne szereplő első ismeretlenre. Amikor ezt az eljárást folytatjuk, **visszahelyettesítést** végzünk.

visszállítási együttható

Lásd ütközési együttható.

visszatérés az átlaghoz

Egy véletlen változó független megfigyeléseinek egy sorozatában, minél nagyobb az eltérése egy megfigyelésnek az átlagtól, annál nagyobb a valószínűsége annak, hogy a következő megfigyelés közelebb lesz az átlaghoz. Ez a függetlenségnek ellentmondani látszik, de valójában annak közvetlen következménye, mivel a valószínűségi mérték szigorúan nő növekvő függvénye az intervallumnak. Tehát, ahogy távolodunk az átlagtól, úgy növeljük szükségszerűen az eloszlás átlaghoz közelebb fekvő részének arányát.

Viète, François

(1540–1603) Francia matematikus és csillagász, a modern algebrai jelölésmód előkészítője. Viète (latinosan **Vieta**) az ismeretleneket magánhangzókkal, az ismert mennyiségeket pedig mássalhangzókkal jelölte. Ilyen és ehhez hasonló jelölésbeli újításaival lehetővé vált az egyenletek felírása és kezelése, amivel jelentős algebrai eredményeket tudott elérni. Az algebra mellett Viète a trigonometria témakörében is dolgozott.

vonal

Eukleidésznél a vonal szélesség nélküli hosszúság. A név rendszerint görbére utal, és – amikor szükséges – „egyenes vonalat" mondunk, vagy röviden egyenest. Az egyenes mindkét irányban végtelen, és „egyenesszakaszról" beszélünk, amikor ennek két pont által határolt részére gondolunk.

vonalfelület

Egy felület, amely bejárható egy mozgó egyenessel; más szavakkal, a felület minden pontjára fektethető egy egyenes vonal, amely teljes egészében a felületen van. Ilyen például a kúp, a henger, az egyköpenyű hiperboloid és a hiperbolikus paraboloid.

vonalintegrál

Legyen $[a,b] \subset \mathbb{R}$ intervallum, $P : I \to \mathbb{R}^2$ pedig a folytonos síkbeli *C* görbe paraméterezése. Akkor az *f* függvény $\int_C f$ **vonalintegrálja** vagy **görbementi integrálja**: $\int_C f := \int_a^b f \circ P$. A definíció zárt görbére is értelmezhető, valamint térben és a komplex síkon is (zárt vagy nyílt görbére egyaránt).

vonalkód

A **vonalkód** EAN, amely – optikai olvasóval leolvasható – fekete vonalak sorozatából áll. Ezen alapul, hogy ma már számos pénztárnál a fogyasztó vásárlásának részleteit feltüntető nyugtát kap, és ugyanekkor a cég nyilvántartásából a megvásárolt termékek levonódnak.

vonatkoztatási rendszer

A mechanika által használt eszköz, melynek segítségével egy megfigyelő helyeket határozhat meg, és leírhatja a testek mozgását. A megfigyelő használhat például Descartes-féle koordináta-rendszert vagy polárkoordináta-rendszert. Bizonyos körülmények között hasznos lehet egynél több vonatkoztatási rendszert használni, melyek mindegyikéhez tartozik egy megfigyelő. Két vonatkoztatási rendszer esetén például az egyik vonatkoztatási rendszer origója és tengelyei mozoghatnak a másik vonatkoztatási rendszer origójához és tengelyeihez képest. Ekkor egy részecske mozgását a két megfigyelő eltérő módon észleli.

Az olyan vonatkoztatási rendszereket, melyekben érvényesek a a newtoni mozgástörvények, **inerciális vonatkoztatási rendszereknek** vagy **inerciarendszereknek** nevezik. Bármely vonatkoztatási rendszer, amely nyugalomban van vagy állandó sebességgel mozog egy inerciarendszerhez képest, szintén inerciarendszer. Az a vonatkoztatási rendszer, amely gyorsul vagy forog egy inerciarendszerhez képest, nem inerciarendszer.

A Föld forgása miatt a Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszerek egyike sem inerciarendszer. Azonban egy ilyen vonatkoztatási rendszer inerciarendszernek tekinthető olyan problémák megoldása során, amelyek esetén a Föld forgásának hatása nem jelentős.

Von Neumann, John

Lásd Neumann János.

v.v.

A valószínűségi változó rövidítése.

29. W

W

A watt jele.

Wald Ábrahám

(1902–1950) Magyar származású amerikai matematikus, foglalkozott döntéselmélettel, geometiával és ökönometriával, és ő a szekvenciális mintavétel kidolgozója.

Wallis, John

(1616–1703) A Newtont megelőző kor vezető angol matematikusa. Az oszthatatlan mennyiségek Cavalieri-féle módszerét fejlesztette tovább a végtelenül kicsiny mennyiségek segítségével, de mechanikával is foglalkozott. Newton a differenciál- és integrálszámítás megalkotásában és a Newton-törvények megfogalmazásában többek között Wallis munkásságára támaszkodott. Wallis használt először negatív és törtkitevőket. Lényeges szerepe volt a *Royal Society* 1662-es megalakításában.

Wallis-formula

Lásd pi.

watt

A teljesítmény SI mértékegysége, rövidítve W. Egy watt egyenlő egy joule osztva egy másodperccel.

Weierstrass, Karl Theodor Wilhelm

(1815–1897) Német matematikus, az analízis egyik vezető alakja. Weierstrass arra törekedett, hogy az analízist a matematika ma elvárt szigorával és precizitásával alapozzák meg. Fő eredményei közé tartozik a függvények hatványsorfejtésének kidolgozása. Példát adott olyan folytonos függvényre, amely sehol sem deriválható. (Ez az eredmény akkoriban igencsak meglepő volt, mert sokáig úgy gondolták, hogy a folytonos függvények „néhány” kivételes ponttól eltekintve mindenütt deriválhatók.) A matematikában már akkor is jelentőset alkotott, amikor vidéki tanárként csak kevés kapcsolata lehetett kortársaival. 40 éves korában Berlinben közvetlenül professzornak nevezték ki.

Whitehead, Alfred North

(1861–1947) Angol matematikus és filozófus. A *Principia Mathematica* című, Bertrand Russellel közös művüket 1913-ban adták ki.

Wiener, Norbert

(1894–1964) Amerikai matematikus, logikus, a kibernetika megalkotója. A II. világháborúban a lövedékek irányítási kérdéseivel foglalkozott. Jelentősek a sztochasztikus folyamatok elméletében végzett vizsgálatai is.

Wilcoxon-féle rangpróba

Lásd Wilcoxon-próba.

Wilcoxon-próba

Nemparaméteres próba, amelyben a nullhipotézis az, hogy a medián értéke egy adott szám. A próbához szükséges tudnunk (vagy feltételeznünk), hogy az illető eloszlás szimmetrikus. A mintaelemek a mediántól való előjeles távolságuknak megfelelő rangot kapnak, és összehasonlítjuk az összes negatív és pozitv rangot. Ez a próba erősebb, mint az előjelpróba, ugyanis ez utóbbi csak a medián alá és fölé eső megfigyeléseket számolja össze, így a rendelkezésre álló információ nagy részét nem hasznosítja. Az eljárás abban áll, hogy a nullhipotézisben szereplő mediántól eltérő megfigyeléseket a mediántól való távolságuknak megfelelő ranggal látjuk el, és külön-külön összeadjuk a medián fölötti és alatti rangokat. Vannak táblázatok különböző *n* mintanagyság mellett egy- és kétoldali próbákhoz, de még *n* viszonylag kis értékei esetén is az $n(n+m+1)/2$ normális eloszlás jó közelítést ad.

Wilcoxon-próba párosított mintaelemekre

Ha adott egy párosított megfigyelésekből álló minta, és tudjuk vagy feltételezzük, hogy az eloszlások szimmetrikusan helyezkednek el a mediánok különbsége körül, akkor a Wilcoxon-próba alkalmazható a különbségre. Speciálisan, ha a sokaság mediánjának eltolódására vagyunk kíváncsiak (például ellenőrzendő valamely beavatkozás vagy hatóanyag hatásosságát), akkor nullhipotézisnek azt vehetjük, hogy nulla a két medián különbsége.

Wiles, Andrew John

(1953–) Angol matematikus, aki bebizonyította a nagy Fermat-tételt. 1993-ban jelentette be, hogy sikerült a tételt bebizonyítania, ezért esélyessé vált a Fields-érem elnyerésére. A bizonyításról azonban kiderült, hogy hibát tartalmaz, amelyet Wiles csak 1995-re tudott kijavítani – ekkorra azonban már túl idős lett, hogy megkaphassa a kitüntetést. Rendkívüli teljesítményét a Fields Intézet úgy ismerte el, hogy 1998-ban egy különleges ezüstérmet adományoztak számára. 1996-ban elnyerte a Wolf-díjat is.

Witten, Edward

(1951–) Amerikai matematikus és elméleti fizikus, a szuperhúrelmélet világhírű vezető kutatója. A csomóelméletet és kvantumelméletet összekapcsoló munkásságáért 1990-ben Fields-éremmel tüntették ki.

Wolf-díj

Az izraeli Wolf Alapítvány évente hat különböző területen – mezőgazdaság, kémia, matematika, orvostudomány, fizika és művészetek – osztja ki a neves (a Nobel-díjhoz mérhető) Wolf-díjat. A díjat 1978-ban alapították. Az eddigi matematikus díjazottak listáját a 9. Függelék tartalmazza.

30. X

X

A 10-es szám római számjeggyel írva.

x-tengely

A Descartes-féle koordináta-rendszer egyik – általában elsőnek tekintett – tengelye.

31. Y

Young-modulus

Lásd rugalmassági modulus.

y-tengely

A Descartes-féle koordináta-rendszer egyik – általában másodiknak tekintett – tengelye.

32. Z

$\mathbb{Z}$

Lásd egész szám.

zaj

Modellezésnél a modellel nem magyarázható véletlen hiba vagy megfigyelési hiba.

zárójel

Olyan szimbólumpár, amely rendszerint arra használatos, hogy együtt tekintendő szimbólumok vagy számok egy csoportját összefogja. Zárójelek egymásba is skatulyázhatók, úgy hogy a belső zárójel tartalma a nagyobbik zárójelen belül már egyetlen tagnak számít. A zárójelekkel megváltoztathatjuk az elvégzendő műveletek sorrendjét. Például, $7 \times 2 + 3$ az $14 + 3 = 17$. Ha azt akarjuk kapni, hogy $7 \times 5 = 35$, akkor a zárojelet a $2 + 3$ köré rakjuk, így az összeadást a szorzás előtt kell elvégezni, azaz $7 \times (2 + 3) = 7 \times 5 = 35$.

zárójelek

A zárójelekkel – általában () – algebrai kifejezésekben az algebrai műveletek végrehajtásának sorrendjét változtathatjuk meg.

zárt

Lásd zárt (gráfelméletben), műveletre nézve zárt: művelet, zárt félsík: félsík, zárt féltér: féltér, zárt görbe, zárt halmaz, zárt intervallum, zárt körlap: körlap.

zárt (gráfelméletben)

Egy olyan séta, Euler-séta vagy út, melynek a végpontja megegyezik a kiindulási pontjával, vagy más szóval a kezdő és végpontja azonos.

zárt görbe

Egy olyan folytonos síkgörbe, amelynek nincs vége, vagy másszóval ugyanaz a kezdőpontja, mint a végpontja.

zárt halmaz

Egy metrikus térbeli nyílt halmaz komplementere.

zárt intervallum

Az $[a, b]$ **zárt intervallum** az

$$\{x|x \in \mathbb{R} \text{ és } a \leq x \leq b\}$$

halmaz.

zavaró változó

Olyan változó, amelyet figyelembe veszünk, de nem tekintünk faktornak egy megfigyelésnél vagy egy kísérletnél, de amely legalább részben felelős a megfigyelt kimenetelekért. A kísérlettervezés módszerei randomizálást használnak a zavaró változók hatásának minimalizálására, ez az út azonban megfigyelések esetén nem járható. A zavaró változó(k) jelenléte az egyik legnagyobb probléma, amikor megfigyelésekből akarunk levonni statisztikai következtetéseket.

Zeeman, Erik Christopher

(1925–) Angol matematikus, akinek topológiai és katasztrófaelméleti munkáit a fizikában, társadalomtudományokban és közgazdaságtanban széles körben alkalmazzák.

Zénón

(I. e. 5. szd.) Görög filozófus. Paradoxonai Arisztotelész írásaiban maradtak fenn, és nagyban meghatározták a görögök szám-, illetve mennyiségfogalmát. A mozgással kapcsolatos négy paradoxona azt az alapkérdést firtatja, vajon a tér és az idő parányi oszthatatlan egységekből áll-e. Ha nem, akkor *Dichotómia*, illetve az *Akhillész és a teknősbéka* című paradoxonai tűnnek ellentmondásosnak. Igen válasz esetén viszont a *Nyíl* és *Stadion* elnevezésű paradoxon szolgáltat látszólagos ellentmondást.

Zermelo, Ernst Friedrich Ferdinand

(1871–1953) Német matematikus, az axiomatikus halmazelmélet megalkotója. 1908-ban fogalmazta meg a halmazelmélet axiómarendszerét, azért, hogy kiküszöbölje a naiv halmazelmélet olyasféle ellentmondásait, amilyen például a Russell-paradoxon. A Zermelo-féle axiómarendszert, illetve módosításait mind a mai napig használjuk.

zéró összegű játék

Lásd mátrixjáték.

zérus

Lásd nulla.

zérus mátrix

Lásd nulla mátrix.

zérus mértékű

Lásd nullmértékű.

$\mathbb{Z}_n$

Lásd maradékosztály (modulo n).

z-tengely

A Descartes-féle koordináta-rendszer egyik – általában harmadiknak tekintett – tengelye.

3. fejezet - Függelékek

1. 1. Függelék: Néhány síkidom területe, illetve test felszíne és térfogata

(A jelölések magyarázatát lásd a megfelelő címszavaknál.)

Téglalap
: Ha a szélessége *a*, magassága *b*, akkor a területe=*ab*.

Paralelogramma
: Ha az oldalai *a* és *b*, az általuk bezárt szög ϑ, a két *b* hosszúságú oldala közötti távolság pedig *m*, akkor a területe $= bm = ab\sin(\vartheta)$.

Háromszög
: Ha az *a* és *c* oldal által bezárt szög α, akkor a területe=alap ·magasság/2 $= \frac{1}{2}bc\sin(\alpha)$.

Trapéz
: Ha az *a* és *b* párhuzamos oldal távolsága *m*, akkor a területe $= \frac{1}{2}m(a+b)$.

Kör
: Ha a sugara *r*, akkor a területe $= r^2\pi$, kerülete $= 2r\pi$.

Körhenger
: Ha alapkörének sugara *r*, magassága *m*, akkor a térfogata $= r^2 m\pi$, felszíne $= 2rm\pi$.

Körkúp
: Ha alapkörének sugara *r*, magassága *m*, alkotója ℓ, akkor a térfogata $= \frac{r^2 m\pi}{3}$, felszíne $= r\ell\pi$.

Csonka kúp
: Ha alapköreinek sugara *a* és *b*, alkotója ℓ, akkor térfogata $= \frac{1}{3}\pi h(a^2+ab+b^2)$, felszíne $= \pi(a+b)\ell$.

Gömb
: Ha a sugara *r*, akkor a térfogata $= \frac{4r^3\pi}{3}$, felszíne $= 4r^2\pi$.

Gömböv
: Ha a sugara *r*, a magasága *m*, akkor a felszíne $= 2rm\pi$.

2. 2. Függelék: Néhány elemi függvény deriváltja

$f(x)$	$\mathcal{D}f$	$f'(x)$	$\mathcal{D}f'$
$c \quad (c \in \mathbb{R})$	$\mathbb{R}$	0	$\mathbb{R}$
x	$\mathbb{R}$	1	$\mathbb{R}$
$x^k \quad (k \in \mathbb{N})$	$\mathbb{R}$	kx^{k-1}	$\mathbb{R}$
$x^{-k} \quad (k \in \mathbb{N})$	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	$(-k)x^{-k-1}$	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$
$x^k \quad (k \in \mathbb{R})$	$\mathbb{R} + 0$	kx^{k-1}	$\mathbb{R}+$
$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$-\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{tg}(x)$	$\mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\frac{\pi}{2}\}$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$	$\mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\frac{\pi}{2}\}$
$\mathrm{ctg}(x)$	$\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$	$-\frac{1}{\sin^2(x)}$	$\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$
$\sec(x)$	$\mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\frac{\pi}{2}\}$	$\frac{\mathrm{tg}(x)}{\cos(x)}$	$\mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\frac{\pi}{2}\}$
$\mathrm{cosec}(x)$	$\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$	$-\frac{\mathrm{ctg}(x)}{\sin(x)}$	$\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$
$e^{kx} \quad (k \in \mathbb{R})$	$\mathbb{R}$	ke^{kx}	$\mathbb{R}$
$\ln(x)$	$\mathbb{R}+$	$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}+$
$a^x \quad (a > 0)$	$\mathbb{R}$	$\ln(a) \cdot a^x$	$\mathbb{R}$
$\arcsin(x)$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(-1, 1)$
$\arccos(x)$	$[-1, 1]$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(-1, 1)$
$\mathrm{arctg}(x)$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{sh}(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathrm{ch}(x)$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{ch}(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathrm{sh}(x)$	$\mathbb{R}$
(x)	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{\mathrm{ch}^2(x)}$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{cth}(x)$	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	$-\frac{1}{\mathrm{sh}^2(x)}$	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$
$\mathrm{arsh}(x)$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{arch}(x)$	$[1, +\infty]$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$(1, +\infty]$
$\mathrm{arth}(x)$	$(-1, 1)$	$\frac{1}{1-x^2}$	$(-1, 1)$
$\mathrm{arcth}(x)$	$\mathbb{R} \setminus [-1, 1]$	$\frac{1}{1-x^2}$	$\mathbb{R} \setminus [-1, 1]$

3. 3. Függelék: Néhány elemi függvény primitív függvénye

Megjegyzések.

1. A táblázatban szereplő függvények esetén *F* megadja *f* egyik primitív függvényét. (Ebből – valamely nyílt intervallumon – az összes primitív függvény $F + c$ alakban áll elő, ahol *c* tetszőleges valós állandó.)

2. A táblázat nem tünteti fel a függvények és primitív függvényeik értelmezési tartományát, használjuk ezek meghatározásához az előző táblázatot. Amikor határozott integrálokat kívánunk a primitív függvény segítségével kiszámítani, nagyon ügyeljünk az alábbira: az $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$ képlet közvetlenül csak akkor alkalmazható, ha *a* és *b* ugyanabba a nyílt intervallumba esik, amelyen *f* folytonos, különben a képlet hibás eredményre vezethet! (A képletekben szereplő abszolútérték-jel hasonló okok miatt tulajdonképpen rövidítés.)

$f(x)$	$F(x)=\int f(x)\,\mathrm{d}x$
$x^k \quad (k \neq -1)$	$\frac{x^{k+1}}{k+1}$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$
$\cos(x)$	$\sin(x)$
$\mathrm{tg}(x)$	$-\ln\lvert\cos(x)\rvert$
$\mathrm{ctg}(x)$	$\ln\lvert\sin(x)\rvert$
$\frac{1}{\cos(x)}$	$\ln\left\lvert\frac{1}{\cos(x)}+\mathrm{tg}(x)\right\rvert$
$\frac{1}{\sin(x)}$	$\ln\left\lvert\mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}\right)\right\rvert$
$\sin^2(x)$	$\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\sin(2x)\right)$
$\cos^2(x)$	$\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{2}\sin(2x)\right)$
$\mathrm{sh}(x)$	$\mathrm{ch}(x)$
$\mathrm{ch}(x)$	$\mathrm{sh}(x)$
$e^{kx} \quad (k \neq 0)$	e^{kx}/k
$e^{ax}\sin(bx) \quad (a^2+b^2 \neq 0)$	$\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\sin(bx)-b\cos(bx))$
$e^{ax}\cos(bx) \quad (a^2+b^2 \neq 0)$	$\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\cos(bx)+b\sin(bx))$
$a^x \quad (a>0, a\neq 1)$	$a^x/\ln(a)$
$\ln(x)$	$x\ln(x)-x$
$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \quad (a>0)$	$\arcsin\frac{x}{a}$
$\frac{1}{a^2+x^2} \quad (a>0)$	$\frac{1}{a}\,\mathrm{arctg}\,\frac{x}{a}$
$\frac{1}{x^2-a^2} \quad (a>0)$	$\frac{1}{2a}\ln\left\lvert\frac{x-a}{x+a}\right\rvert$
$\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} \quad (a>0)$	$\mathrm{arsh}(\frac{x}{a})$, vagy $\ln(x+\sqrt{x^2+a^2})$
$\frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}} \quad (a>0)$	$\mathrm{arch}(\frac{x}{a})$, vagy $\ln\lvert x+\sqrt{x^2-a^2}\rvert$
$\sqrt{x^2+a^2}$	$\frac{1}{2}x\sqrt{x^2+a^2}+\frac{1}{2}a^2\ln(x+\sqrt{x^2+a^2})$
$\sqrt{x^2-a^2}$	$\frac{1}{2}x\sqrt{x^2-a^2}-\frac{1}{2}a^2\ln\lvert x+\sqrt{x^2-a^2}\rvert$
$\sqrt{a^2-x^2} \quad (a>0)$	$\frac{1}{2}x\sqrt{a^2-x^2}+\frac{1}{2}a^2\arcsin(\frac{x}{a})$

4. 4. Függelék: Néhány elemi függvény hatványsora

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots \quad (x \in \mathbb{R})$$
$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots \quad (x \in \mathbb{R})$$
$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \ldots \quad (x \in \mathbb{R})$$
$$\mathrm{sh}(x) = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \ldots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots \quad (x \in \mathbb{R})$$
$$\mathrm{ch}(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \ldots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \ldots \quad (x \in \mathbb{R})$$
$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \ldots \quad (-1 < x \le 1)$$
$$\mathrm{arctg}(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \ldots \quad (-1 \le x \le 1)$$
$$\arcsin(x) = x + \frac{1}{2\cdot 3}x^3 + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 5}x^5 + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7}x^7 + \ldots + \binom{2n}{n}\frac{x^{2n+1}}{2^{2n}(2n+1)} + \ldots \quad (-1 \le x \le 1)$$
$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-n+1)}{n!}x^n + \ldots \quad (\alpha \in \mathbb{R}, -1 < x < 1)$$

Az utolsó képlet a *binomiális sor* képlete. Amennyiben $\alpha \in \mathbb{N}$, akkor a képlet véges összegbe megy át, ami nem más, mint a minden $x \in \mathbb{R}$ esetén érvényes *binomiális tétel*.

5. 5. Függelék: Néhány trigonometrikus összefüggés

$$\mathrm{tg}(x) := \frac{\sin(x)}{\cos(x)}, \quad \mathrm{ctg}(x) := \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = \frac{1}{\mathrm{tg}(x)},$$
$$\sec(x) := \frac{1}{\cos(x)}, \quad \mathrm{cosec}(x) := \frac{1}{\sin(x)},$$
$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1, \quad \sec^2(x) = 1 + \mathrm{tg}^2(x), \quad \mathrm{cosec}^2(x) = 1 + \mathrm{ctg}^2(x).$$

5.1. Addíciós tételek

$$\sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y),$$
$$\sin(x-y) = \sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y),$$
$$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y),$$
$$\cos(x-y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y),$$
$$\mathrm{tg}(x+y) = \frac{\mathrm{tg}(x) + \mathrm{tg}(y)}{1 - \mathrm{tg}(x)\,\mathrm{tg}(y)},$$
$$\mathrm{tg}(x-y) = \frac{\mathrm{tg}(x) - \mathrm{tg}(y)}{1 + \mathrm{tg}(x)\,\mathrm{tg}(y)}.$$

5.2. Kétszeres és félszögek szögfüggvényei

$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x),$$
$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 1 - 2\sin^2(x) = 2\cos^2(x) - 1,$$

$$\operatorname{tg}(2x) = \frac{2\operatorname{tg}(x)}{1-\operatorname{tg}^2(x)}.$$

$$\sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2} \qquad \cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$$

5.3. Félszög tangensét tartalmazó képletek

Ha $t = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$, akkor

$$\sin(x) = \frac{2t}{1+t^2},$$

$$\cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2},$$

$$\operatorname{tg}(x) = \frac{2t}{1-t^2}.$$

Szorzatra vonatkozó képletek

$$\sin(x)\cos(y) = \frac{1}{2}(\sin(x+y)+\sin(x-y)),$$

$$\cos(x)\sin(y) = \frac{1}{2}(\sin(x+y)-\sin(x-y)),$$

$$\cos(x)\cos(y) = \frac{1}{2}(\cos(x+y)+\cos(x-y)),$$

$$\sin(x)\sin(y) = \frac{1}{2}(\cos(x-y)-\cos(x+y)).$$

Összegre és különbségre vonatkozó képletek

$$\sin(x)+\sin(y) = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},$$

$$\sin(x)-\sin(y) = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2},$$

$$\cos(x)+\cos(y) = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},$$

$$\cos(x)-\cos(y) = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}.$$

6. 6. Függelék: A gyakrabban előforduló matematikai jelölések jegyzéke

Jelölés	Elnevezés
$\neg$	tagadás

$\wedge$	konjunkció
$\vee$	diszjunkció
$\Rightarrow$	implikáció
$\Leftrightarrow$	ekvivalencia
$\sim$	ekvivalenciareláció
$\exists, \forall$	kvantor
$\in, \notin$	eleme
$\subset, \supset$	részhalmaz
$\cup, \bigcup$	unió
$\cap, \bigcap$	metszet
$A^c, \overline{A}$	komplementer
$\emptyset$	üres halmaz
$A \times B$	Descartes-szorzat
$A \setminus B$, $A - B$	különbséghalmaz
$A \Delta B$	szimmetrikus differencia
$\|A\|$	számosság
$2^A, \mathcal{P}(A)$	hatványhalmaz
$n!$	faktoriális
$[a, b]$	zárt intervallum, legkisebb közös többszörös
(a, b)	nyílt intervallum, legnagyobb közös osztó,
	rendezett pár
$(a, b]$, $[a, b)$	félig nyílt, félig zárt intervallum
$\binom{n}{k}$	binomiális együttható
$[x]$, $\lfloor x \rfloor$	(alsó) egészrész
$\{x\}$	törtrész

$\lvert x \rvert$	abszolút érték
$\bar{z}$	konjugált
$\Re z, \mathrm{Re}\, z$	valós rész
$\Im z, \mathrm{Im}\, z$	képzetes rész
$\overrightarrow{AB}$	irányított szakasz
$\lvert AB \rvert, \lvert \overrightarrow{AB} \rvert$	hossz
$\lVert P \rVert$	norma
$\sqrt{}$	négyzetgyök
$\neq, <, \leq, >, \geq$	egyenlőtlenség
$\measuredangle$	szög
$\approx$	közelítés
$\equiv$	kongruencia
$\propto$	arány
$\sum$	szumma
$\prod$	produktum
π	pí
$f : x \rightarrow y$	függvény, leképezés
$f : A \rightarrow B$	függvény, leképezés
$\mathcal{D}f$	az f függvény értelmezési tartománya
$\mathcal{R}f$	az f függvény értékkészlete
$\rightarrow$	határérték
$\nearrow, \searrow$	baloldali határérték, jobboldali határérték

Jelölés	Elnevezés
$f \circ g$	kompozíció

$f^{-1}, f^{[-1]}$	függvény inverze, inverzfüggvény
$f', \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}, y', \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$	derivált, deriváltfüggvény
$f'', f''', \ldots, f^{(n)}, \frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2}, \ldots, \frac{\mathrm{d}^n f}{\mathrm{d}x^n}$	magasabb rendű deriváltak
$y'', y''', \ldots, y^{(n)}, \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}, \ldots, \frac{\mathrm{d}^n y}{\mathrm{d}x^n}$	magasabb rendű deriváltak
$\partial_1 f, \partial_2 f, f_x, f_y, f_1, f_2, \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$	parciális derivált
$\partial_{11} f, \partial_{12} f, f_{xx}, f_{xy}, f_{11}, f_{12}$	magasabb rendű parciális derivált
$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$	magasabb rendű parciális derivált
$\dot{x}, \ddot{x}$	a változás sebessége, idő szerinti derivált
$\int$	primitív függvény (halmaz!)
$\int_a^b$	határozott integrál
$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$	skaláris szorzat
$\mathbf{a} \times \mathbf{b}, \mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$	vektoriális szorzat
$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}), [\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}]$	vegyesszorzat
$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$	vektori hármasszorzat
$\mathbf{A}^\top, \mathbf{A}^t, \mathbf{A}'$	transzponált
$\mathbf{A}^{-1}$	inverzmátrix
$\lvert\mathbf{A}\rvert, \det(\mathbf{A})$	determináns
$\langle G, \circ \rangle$	csoport
$\langle R, +, \cdot \rangle$	gyűrű
$\mathrm{E}(X)$	várható érték
$\mathrm{D}(X)$	szórás érték
$\mathrm{Var}(X)$	szórásnégyzet
$\mathrm{Cov}(X, Y)$	kovariancia

$\mathrm{P}(A)$	valószínűség
$\mathrm{P}(A\|B)$	feltételes valószínűség

7. 7. Függelék: A görög ábécé

Név	Kisbetű	Nagybetű
alfa	α	A
béta	β	B
gamma	$\gamma, \digamma$	Γ
delta	δ	Δ
epszilon	ε, ϵ	E
zéta	ζ	Z
éta	η	H
théta	ϑ, θ	Θ
ióta	ι	I
kappa	$\kappa, \varkappa$	K
lambda	λ	Λ
mű	μ	M
nű	ν	N
kszí	ξ	Ξ
omikron	o	O
pí	π, ϖ	Π
rhó	ϱ, ρ	P
szigma	σ, ς	Σ
tau	τ	T
üpszilon	υ	Υ

fí	φ, ϕ	Φ
khí	χ	X
pszí	ψ	Ψ
ómega	ω	Ω

8. 8. Függelék: A Fields-érem díjazottjai

Év	Helyszín	Díjazottak
2006	Madrid, Spanyolország	Andrej Okunkov,
		Grigorij Perelman,
		Terence Tao,
		Wendelin Werner.
2002	Bejdzsing (Peking)	Laurent Lafforgue,
		Vlagyimir Vojevodszkij.
1998	Berlin, Németország	Richard Ewen Borcherds,
		William Timothy Gowers,
		Maxim Koncevics,
		Curtis T. McMullen,
		Andrew Wiles pedig egy
		különleges ezüstérmet kapott.
1994	Zürich, Svájc	Efim Isakovich Zelmanov,
		Jacques-Louis Lions,
		Jean Bourgain,
		Jean-Christophe Yoccoz.
1990	Kyoto, Japán	Vladimir Drinfeld,
		Vaughan Frederick Randal Jones,
		Shigefumi Mori,
		Edward Witten.

1986	Berkeley, Kalifornia, USA	Simon Donaldson,
		Gerd Faltings,
		Michael Freedman.
1982	Varsó, Lengyelország	Alain Connes,
		William Thurston,
		Shing-Tung Yau.
1978	Vancouver, British Columbia, Kanada	Pierre Deligne,
		Charles Fefferman,
		Grigory Margulis,
		Daniel Quillen.
1974	Helsinki, Finnország	Enrico Bombieri,
		David Mumford.
1970	Nice, Franciaország	Alan Baker,
		Heisuke Hironaka,
		Szergej Petrovics Novikov,
		John Griggs Thompson.
1966	Moszkva, Oroszország	Michael Francis Atiyah,
		Paul Joseph Cohen,
		Alexander Grothendieck,
		Stephen Smale.
1962	Stockholm, Svédország	Lars Hörmander,
		John Milnor.
1958	Edinburgh, Skócia, Egyesült Királyság	Klaus Roth,
		René Thom.
1954	Amsterdam, Hollandia	Kunihiko Kodaira,
		Jean-Pierre Serre.

1950	Cambridge, Massachusetts, USA	Laurent Schwartz,
		Atle Selberg.
1936	Oslo, Norvégia	Lars Ahlfors,
		Jesse Douglas.

9. 9. Függelék: A Wolf-díj matematikus díjazottjai

Év	Díjazottak
2006/7	Stephen Smale, Harry Fürstenberg
2005	Gregory A. Margulis, Szergej P. Novikov
2004	Nem adták ki
2003	
2002	Mikio Sato, John T. Tate
2001	Vlagyimir I. Arnold, Saharon Shelah
2000	Raoul Bott, Jean-Pierre Serre
1999	Lovász László, Elias M. Stein
1998	Nem adták ki.
1997	
1996	Joseph B. Keller, Yakov G. Sinai
1995	Roberrt Langlands, Andrew J. Wiles
1994	Jürgen K. Moser
1993	Mikhael Gromov, Jacques Tits
1992	Lennart A. E. Carleson, John G. Thompson
1991	Nem adták ki.
1990	Ennio de Giorgi, Ilja Piateckij-Shapiro
1989	Alberto P. Calderon, John W. Milnor
1988	Friedrich Hirzebruch, Lars Hörmander
1987	Kiyoshi Ito, Peter D. Lax

1986	Samuel Eilenberg, Atle Selberg
1985	
1984	Kunihiko Kodaira, Hans Lewy
1983	Shiing S. Chern, Erdős Pál
1982	Hassler Whitney, Mark Grigorjevics Krejn
1981	Lars V. Ahlfors, Oscar Zariski
1980	Henri Cartan, Andrej Ny. Kolmogorov
1979	Jean Leray, Andre Weil
1978	Izrail M. Gelfand, Carl L. Siegel

10. 10. Függelék: Az Abel-díj díjazottjai

Év	Díjazottak
2007	Srinivasa S. R. Varadhan
2006	Lennart Carleson
2005	Peter Lax
2004	Michael Francis Atiyah és Isadore M. Singer
2003	Jean-Pierre Serre